

# 几何问题公式汇总

## 公式类几何问题

### 01

#### 题型特征

题干给出相关几何图形，利用公式即可求解。

### 02

#### 解题思路

规则图形用公式，不规则图形转化为规则图形再用公式。

### 03

#### 粉笔思维

周长：

正方形  $4a$

长方形  $2(a+b)$

圆形  $2\pi r$

弧长  $2\pi r \times n^\circ / 360^\circ$

面积：

正方形  $a^2$

长方形  $ab$

三角形  $ah/2$

圆形  $\pi r^2$

扇形  $\pi r^2 \times n^\circ / 360^\circ$

梯形  $(a+b)/2 \times h$

菱形 对角线乘积/2

表面积：

正方体  $6a^2$

长方体  $2(ab+ac+bc)$

球体  $4\pi r^2 = \pi D^2$

圆柱体  $2\pi r^2 + 2\pi rh$

体积：

正方体  $a^3$

长方体  $abc$

球体  $4\pi r^3/3 = \pi D^3/6$

圆柱体  $\pi r^2 h$

棱锥：S 底面积  $h/3$

## 结论类几何问题

(1) 1 条直线可将平面分成 2 个面，2 条直线可将平面最多分成 4 个面，3 条直线可将平面最多分成 7 个面，4 条直线可将平面最多分成 11 个面，5 条直线可将平面最多分成 16 个面，6 条直线可将平面最多分成 22 个面，7 条直线可将平面最多分成 29 个面……

(2) 由圆周上某一点和圆的直径所组成的三角形一定是直角三角形。

(3) 相似三角形：

①判定：两个角相等，则两个三角形相似；

②结论：对应边成比例；面积之比=边长之比的平方。

(4) 勾股定理:

①常考勾股数: (3、4、5)、(6、8、10)、(5、12、13), 当直角三角形边长为 (6、8、10)、(5、12、13) 时, 其周长与面积相等;

②若直角三角形的三个角分别为  $30^\circ$ 、 $60^\circ$ 、 $90^\circ$  时, 则短直角边是斜边的一半; 长直角边是短直角边的  $\sqrt{3}$  倍;

(5) 平面图形中, 若周长一定, 越接近于圆, 面积越大。反之, 若面积一定, 越接近于圆, 周长越小;

(6) 立体图形中, 若表面积一定, 越接近于球, 体积越大。反之, 若体积一定, 越接近于球, 表面积越小;

(7) 平面几何最值规律: 在面积一定的长方形中, 正方形的周长最小; 在周长一定的长方形中, 正方形的面积最大。

立体几何空间构造类

01

题型特征

(1) 从中间挖一部分, 问剩余体积或者挖去部分体积;

(2) 立方体上最远两点的距离;

(3) 大图形切割成若干个小图形, 数个数。

02

解题思路

(1) 从中间挖一部分: 原体积-剩余体积;

(2) 最远距离: 将立体图形展开成平面图形, 对角线距离最长, 两点之间线段最短;

(3) 数个数: 边长为  $a$  的正方体表面涂满颜色, 切割成边长为 1 的小正方体, 则一共可切割成  $a^3$  个小正方体, 其中, 1 面有颜色的有  $6(a-2)^2$  个; 2 面有颜色的有  $12(a-2)$  个; 3 个面有颜色的有 8 个; 没有颜色的有  $(a-2)^3$  个。

方阵问题

01

题型特征

若干个主体排列成方阵, 求主体的个数。

02

解题思路

①正方形方阵边长为  $n$ , 则最外层人数  $=4n-4$ ; 长方形方阵长边为  $a$ , 短边为  $b$ , 则最外层人数  $=2(a+b)-4$ ;

②正方形方阵边长为  $n$ , 则实心正方形方阵的总人数  $=n^2$ ; 长方形方阵长边为  $a$ , 短边为  $b$ , 则实心长方形方阵的总人数  $=a \times b$ ;

③相邻两层人数相差为 8。此结论在空心方阵计算总人数时会用到。

方阵问题套路性强, 掌握方法即可解题。计算总人数时, 可理解为求四边形的面积, 正方形为  $n^2$ , 长方形为  $a \times b$ 。另外, 解题时若没有明确说是空心方阵, 则一般默认为实心方阵。

植树问题

01

题型特征

在道路两边植树, 或摆放物品、安装路灯等, 求种植棵数。

02

解题思路

①两端植树: 棵数  $=$  段数  $+1 =$  总长 / 间隔长度  $+1$ ;

②单端植树（环形植树）：棵数=段数=总长/间隔长度；

③楼间植树（两端都不植）：棵数=段数-1=总长/间隔长度-1；

④不移动植树：不移动的段数=两次段数的最大公约数。

求不移动棵数时，若是两端植树，则=最大公约数+1；若是单端植树，则=最大公约数；若是楼间植树，则=最大公约数-1。