

## TD2: Régression Linéaire Simple & Multiple

2022-2023

### Exercise I

Soit  $\hat{\beta}_1$  et  $\hat{\beta}_2$  les estimateurs de moindres carrés dans le cadre de la régression linéaire "simple".

1. Calculer le biais de  $\hat{\beta}_1$  et  $\hat{\beta}_2$ .
2. Calculer la covariance  $cov(\bar{y}, \hat{\beta}_2)$ .
3. Calculer la variance de  $\hat{\beta}_2$ .
4. Calculer la variance de  $\hat{\beta}_1$ .
5. Calculer  $cov(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2)$ .

### Exercise II

Démontrer le théorème de Gauss-Markov en posant  $\tilde{\beta}_2 = \sum \lambda_i y_i$ , un estimateur linéaire quelconque.

**Indice.** Trouver deux conditions sur la somme des  $\lambda_i$  pour que  $\tilde{\beta}_2$  ne soit pas biaisé, puis calculer la variance en introduisant  $\tilde{\beta}_2$ .

### Exercise III

Dans le cadre de la régression linéaire multiple, calculer la covariance entre  $\hat{\varepsilon}$  et  $\hat{Y}$ .