TEST: **MA2** 1. Varianta: B

Jméno a Příjmení: SAMUEL HODYTTEK
Datum: 2.4.2019
Přílohy:

Body: 1 Opravil:

Příklad 1
V rovině nalezněte průsečík přímky s obecnou rovnicí $x + y = 2$ a přímky spojující body $A[-1,-1]$ a $B[3,2]$.

$x+y-2=0$

$\vec{u}=(1,1)$

$\cancel{\vec{AB}=B-A=(-4;-3)}$

$\cancel{\vec{n}=(-3;4)}$

$\vec{AB}=(-4;-3)$

$\vec{n}=(3;-4)$

$3x-4y+c=0$

$-3+4+c=0 \quad |+3;-4$

$c=-1$

$\boxed{3x-4y-1=0}$

$\boxed{x+y-2=0}$

špatně

$x=-y+2$

$3(-y+2)+4y-1=0$

$-3y+6+4y-1=0$

$y=-5$

$x-5-2=0$

$x=7$

Průsečík $\boxed{[7;-5]}$

Příklad 2
Vyřešte soustavu tří rovnic o třech neznámých

$$\begin{aligned} 2x_1 - x_2 + 3x_3 &= 9 \\ x_1 + x_2 + x_3 &= 6 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 &= 2 \end{aligned}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 3 & 9 \\ 1 & 1 & 1 & 6 \\ 3 & 1 & -1 & 2 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 2 & -1 & 3 & 9 \\ 3 & 1 & -1 & 2 \end{array}\right) \cdot(-2) \quad (-3)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & -3 & 1 & \cancel{4}\ -3 \\ 0 & -2 & -4 & -16 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & -2 & -4 & -16 \\ 0 & -3 & 1 & \end{array}\right) \cdot(1,5)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & -2 & -4 & -16 \\ 0 & 0 & 7 & 28 \end{array}\right)$$

$\boxed{x_3 = 4}$

$-2x_2 = -16 + 4\cdot 4$

$x_2 = +8 + 8$

$\boxed{x_2 = 16}$

$x_1 + 16 + 4 = 6$

$\boxed{x_1 = -14}$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -14 \\ 16 \\ 4 \end{pmatrix}$$

2

Příklad 3
Mějme následující předpoklady (premisy):

1. Pokud se Petr nepřipravuje na test z matematiky a je v Praze, pak šel za Adélou;

2. Petr šel za Adélou nebo není v Praze;

a tvrzení (závěr): Jestliže je Petr v Praze, připravuje se na test z matematiky.

Sestavte výrokové formule odpovídající uvedeným premisám a tvrzení. Dále pomocí tabulky ukažte, zda tvrzení logicky vyplývá z uvedených premis.

1) $(P_m \wedge P_p) \Rightarrow A \leftarrow$ šel za Adélou

2) $\neg P_p \vee A$

3)

$\nvdash$

$\nvdash$ tabulka

Λ

Příklad 4
Rozhodněte, zda je následující relace ekvivalence. W je množina měst v ČR.

$$R = \{[x, y] : x \in W, y \in W, \text{ z města } x \text{ lze autem dojet do města } y\}$$

Své rozhodnutí zdůvodněte.

$x \to y$, $y \to x$ } je ~~reflexivní~~ symetrická

$x \to z \to y$, $x \to y$ } je tranzitivní

Pokud můžu jet z města x zpět do města x samo tak je Ekvivalence!

$x \circlearrowleft$ $\boxed{\text{Pokud ano to není pravdivé tak nemůžu!}}$

4

$$\begin{array}{c} 1 \\ 1 \quad 1 \\ 1 \quad 2 \quad 1 \\ 1 \quad 3 \quad 3 \quad 1 \\ 1 \quad 4 \quad 6 \quad 4 \quad 1 \end{array}$$

Příklad 5

Užitím binomické věty upravte výraz $(k-2)^4$ pro $k \in \mathbb{R}$.

$k^4 + 4k^3 \cdot (-2) + 6k^2 \cdot (-2)^2 + 4k \cdot (-2)^3 + (-2)^4$

~~$k^4 \ldots$~~

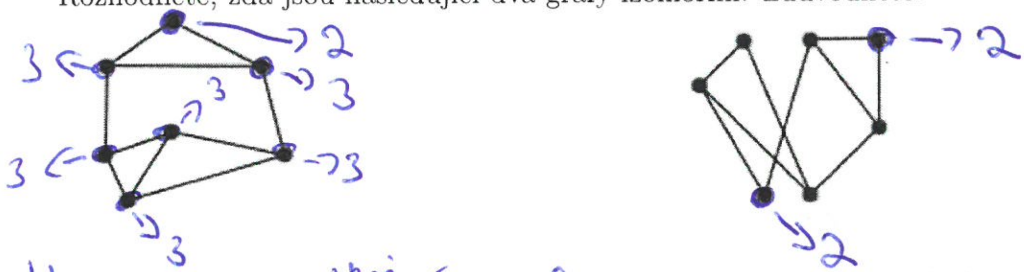
$k^4 - 8k^3 + 24k^2 - 3\cancel{6}k + 16$

2

2

Příklad 6

Rozhodněte, zda jsou následující dva grafy izomorfní. Zdůvodněte.

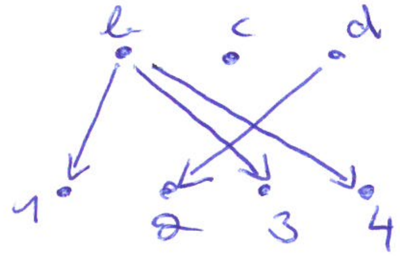


Ne nemají stejné vrcholy se stejnými stupni.

2

Příklad 7

Uzlovým grafem znázorněte binární relaci $R = \{[b;1];[b;3];[b;4];[d;2]\}$ z množiny $X = \{b;c;d\}$ do množiny $Y = \{1;2;3;4\}$.



2

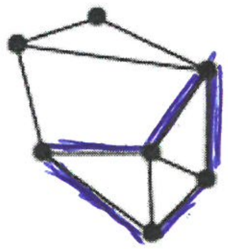
Příklad 8

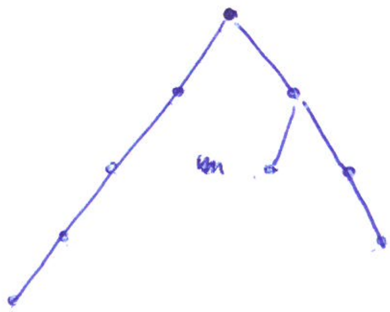
Nakreslete všechny navzájem neizomorfní grafy se 4 vrcholy, které obsahují kružnici.

3

Příklad 9

Nakreslete strom (graf) s 9 vrcholy takový, aby obsahoval právě tři listy. Dále vyznačte libovolnou kružnici obsahující právě 5 hran v následujícím grafu.





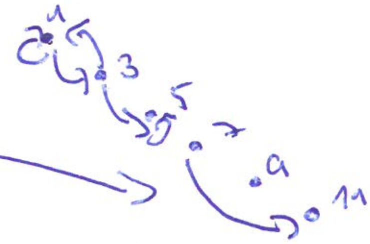
2

Příklad 10

Je dána relace $R = \{[1;1]; [1;3]; [3;1]; [3;5]; [5;5]; [7;11]\}$ na množině $X = \{1;3;5;7;9;11\}$. Je tato relace R symetrická? Je tato relace R tranzitivní?

Symetrická není

Tranzitivní není nedodržuje pravidla.



2

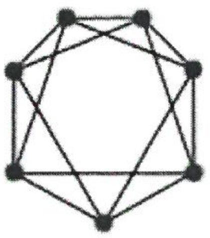
Příklad 11
Kolika způsoby lze do čtyř různých přihrádek umístit sedm stejných triček?
(Výsledek uveďte jako číslo.)

$$C'(7,4) = \frac{(7+4-1)!}{4!\,(7-1)!} = \frac{10!}{4!\,6!} = \frac{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7}{4!} =$$

$$= \frac{10\cdot \overset{3}{\cancel{9}}\cdot \cancel{8}\cdot 7}{\cancel{24}\ \cancel{8}} = 30\cdot 7 = \underline{\underline{210}}$$

1

Příklad 12
Je následující graf eulerovský? Zdůvodněte.



Ne eulerovský graf musí mít ~~ale~~ 2 sudé vrcholi.

VŠECHNY

0

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1

Příklad 13
Stánek se zmrzlinou nabízí šest druhů zmrzliny, tři druhy polevy a tři druhy posypu. Zákazník si může vybrat samotnou zmrzlinu, zmrzlinu s polevou, zmrzlinu s posypem i zmrzlinu s polevou a posypem. Z kolika různých jednokopečkových zmrzlin si můžete u tohoto stánku vybrat? (Výsledek uveďte jako číslo.)

6 ← samotná z. → 6
6 · 3 ← z. s pol. → 18
6 · 3 ← z. s pos. → 18
6 · 3 · 3 ← všechno → 54 +

98

Zákazník si může vybrat 98

$36 + 18 = 54$, 44, 36

96

1

Příklad 14
Matematickou indukcí dokažte, že $\forall n \in \mathbb{N} : 5|(n^5 - n)$.

$n = 1$ $\quad 1 - 1 = 0$ ✓

$k^5 + 5k^4 + 10k^3 + 10k^2 + 5k + 1$

$n = k$ $\quad k^5 - k$

$n = k + 1$
$(k+1)^5 - (k+1) = k^5 + 5k^4 + 10k^3 + 10k^2 + 5k + \cancel{1} - k - \cancel{1}$

$k^5 - k + 10k^3 + 10k^2 + 5k$

✓ $\quad + 5 \cdot (2k^3 + 2k^2 + k)$ ✓

6

Příklad 15
Je zadaný složený výrok

$$\neg(\overset{c}{\neg p \Rightarrow \neg q}) \iff (\overset{b}{\neg p \wedge \neg q}),$$

kde p, q jsou výroky, tautologií? Dokažte nebo vyvraťte.

p	q	$\neg p$	$\neg q$	c	$\neg c$	b	$\neg c \Leftrightarrow b$
1	1	0	0	1	0	0	1
1	0	0	1	1	0	0	1
0	1	1	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	0	1	0

2