حلول نماذج سابقة مقدمة هندسة

Qassim University جامعة القصيم

السؤال الأول :

الفقرة رقم 1

$$d(P_1, P_2) = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos(\theta_2 - \theta_1)}$$

مثال ① : اوجدي المسافة بين النقطتين

$P_1\left(3, \frac{7\pi}{6}\right)$, $P_2\left(5, \frac{\pi}{2}\right)$

(r_1, θ_1) (r_2, θ_2)

$P_1(1,2)$

الحل :

$$d(P_1, P_2) = \sqrt{3^2 + 5^2 - 2(3)(5)\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{7\pi}{6}\right)}$$

ملحوظة

$$= \sqrt{9 + 25 - 30 \cos\left(-\frac{4\pi}{6}\right)}$$

$$= \sqrt{34 - 30 \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right)}$$

$$= \sqrt{34 - 30\left(-\frac{1}{2}\right)}$$

$$= \sqrt{34 + 15}$$

$$= \sqrt{49}$$

$$= 7$$

الفقرة رقم 2

مثال : اكتبي كل معادلة مما يأتي على الصورة القطبية

$\boxed{a}$ $(x-4)^2 + y^2 = 16$

لايجاد الصورة القطبية للمعادلة نعوض عن x بـ $r\cos\theta$

وعن y بـ $r\sin\theta$ ثم نبسط المعادلة

$$(r\cos\theta - 4)^2 + (r\sin\theta)^2 = 16$$

$$r^2\cos^2\theta - 8r\cos\theta + \cancel{16} + r^2\sin^2\theta = \cancel{16}$$

$$r^2\cos^2\theta - 8r\cos\theta + r^2\sin^2\theta = 0$$

$$r^2\underbrace{\cos\theta + \sin^2\theta}_{=1} = 8r\cos\theta$$

$$r^2(1) = 8r\cos\theta$$

$$\boxed{r = 8\cos\theta}$$

الفقرة رقم 3

اوجدي الاحداثيات الكارتيزيه للنقطة المماثلة كرويا :

مثال : حولي الاحداثيات الكروية التالية الى احداثيات كارتيزية

* الحل *

$$\left(\overset{\rho}{8}, \overset{\theta}{\frac{\pi}{4}}, \overset{\phi}{\frac{\pi}{6}}\right)$$

$$x = \rho\cos\theta\sin\phi$$
$$= 8\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$$
$$= 8\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)$$

* الحل * $\boxed{= 2\sqrt{2}}$

$$y = \rho\sin\theta\sin\phi$$
$$= 8\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$$
$$= 8\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)$$

* الحل * $\boxed{= 2\sqrt{2}}$

$$z = \rho\cos\phi$$
$$= 8\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$$
$$= 8\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

الحل * $\boxed{= 4\sqrt{3}}$

الاحداثيات الكارتيزية هي $(2\sqrt{2}, 2\sqrt{2}, 4\sqrt{3})$

السؤال الثاني :

الفقرة رقم 1

مثال : اذا كان التطبيق T معرفاً بالقاعدة $T: \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ حيث :

$$T(x, y) = (x-y, y) \qquad \forall (x,y) \in \mathbb{R}^2$$

1. اثبتي ان T تحويل هندسي
2. اوجدي صورة المستقيم $y + x - 2 = 0$ بتأثير T
3. اوجدي صورة القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ حيث $A(2,2)$ ، $B(6,2)$

الحل

$$T(x_1, y_1) = T(x_2, y_1)$$

$$(x_1 - y_1, y_1) = (x_2 - y_2, y_2)$$

$$\Rightarrow x_1 - \cancel{y_1} = x_2 - \cancel{y_2} \quad \wedge \quad y_1 = y_2$$

$$\Rightarrow x_1 = x_2$$

$\boxed{\therefore T \text{ احادي}}$ والله

ولاثبات ان T تطبيق شامل

نفرض ان النقطة (x', y') هي صورة النقطة (x, y) بتأثير T اي ان

$$T(x, y) = (x', y')$$

$$T(x, y) = (x-y, y)$$

ومع ذلك ينتج ان ... $\quad x' = x - y \quad ---(1)$

$$y' = y \quad ---(2)$$

والمعادلتين (1) ، (2) يمكن كتابتها على الصورة وذلك بالتعويض عن $y = y'$ في (1)

$$x = x' + y' \quad ---(3)$$

$$y = y' \quad ---(4)$$

مع المعادلتين (3) . (4) يتضح ان لكل صورة (x', y') يوجد اصل هو $(x+y', y')$ اي ان

$\therefore T$ شامل

$\therefore T$ تحويل هندسي

2 لايجاد صورة المستقيم الذي معادلته $y+x-2=0$ نعوض عن x ، y بدلالة y' ، x' من ③ ، ④ فنحصل على

$$y'+x'+y'-2=0 \Longrightarrow x'+2y'-2=0$$

هي صورة معادلة المستقيم

3

$$(x,y) \xrightarrow{T} (x-y,y)$$

$$A(2,2) \xrightarrow{T} (2-2,2)=(0,2)$$

$$B(6,2) \xrightarrow{T} (6-3,2 = (4,2)$$

الفقرة رقم 2

تمرين : نوجد انعكاس المثلث ΔABC

الذي رؤوسه

$$A(1,3) \quad , B(5,2) \quad , C(2,1)$$

a حول الخط المستقيم $x=a=3$

b حول الخط المستقيم $y=b=1$

الحل :

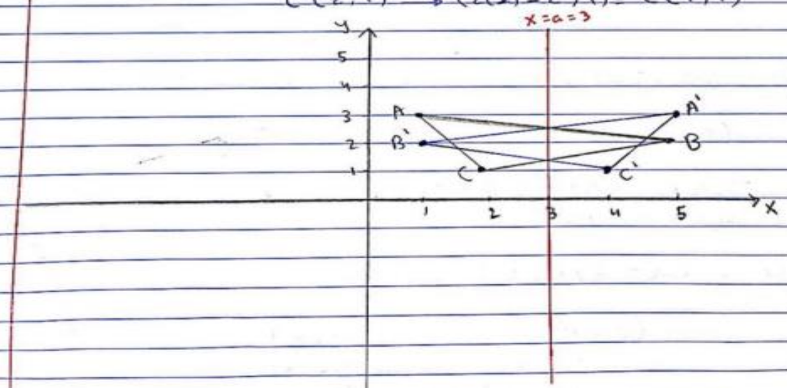
a الانعكاس حول الخط المستقيم $\boxed{a=3}$ الذي يوازي محور y يكون من خلال العلاقة الآتية

$$(x,y) \longrightarrow (2a-x,y)$$

$$A(1,3) \longrightarrow (2(3)-1,3) = (6-1,3)$$
$$= A'(5,3)$$

$$B(5,2) \longrightarrow (2(3)-5,2) = B'(1,2)$$

$$C(2,1) \longrightarrow (2(3)-2,1) = C'(4,1)$$



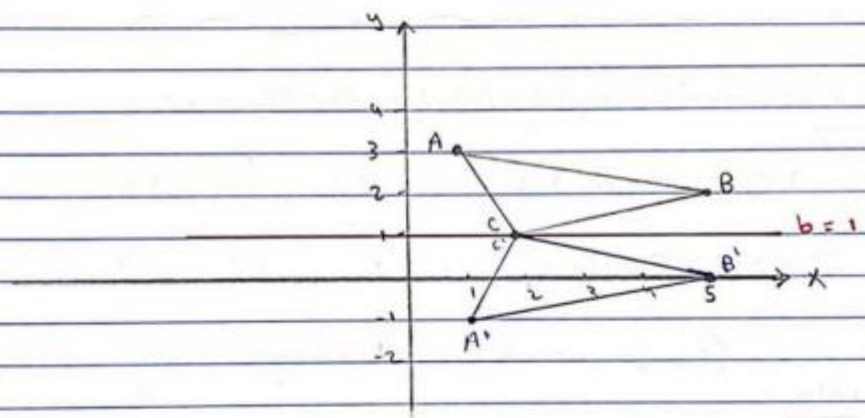
ⓑ الانعكاس حول الخط المستقيم $\boxed{b=1}$ الذي يوازي محور x يكون من خلال العلاقة التالية.

$$(x,y) \longrightarrow (x, 2b-y)$$

$$A(1,3) \longrightarrow (1, 2(1)-3) = A'(1,-1)$$

$$B(5,2) \longrightarrow (5, 2(1)-2) = B'(5,0)$$

$$C(2,1) \longrightarrow (2, 2(1)-1) = C'(2,1)$$



الفقرة رقم 3

تمرين ⑥: ارسم صورة المثلث ΔABC الذي رؤوسه

$A(3,4)$, $B(1,0)$, $C(5,0)$

وذلك بالدوران حول نقطة الأصل بزاوية $270°$.

في اتجاه حركة عقارب الساعة.

الحل: دوران النقاط مع حركة عقارب الساعة يكون

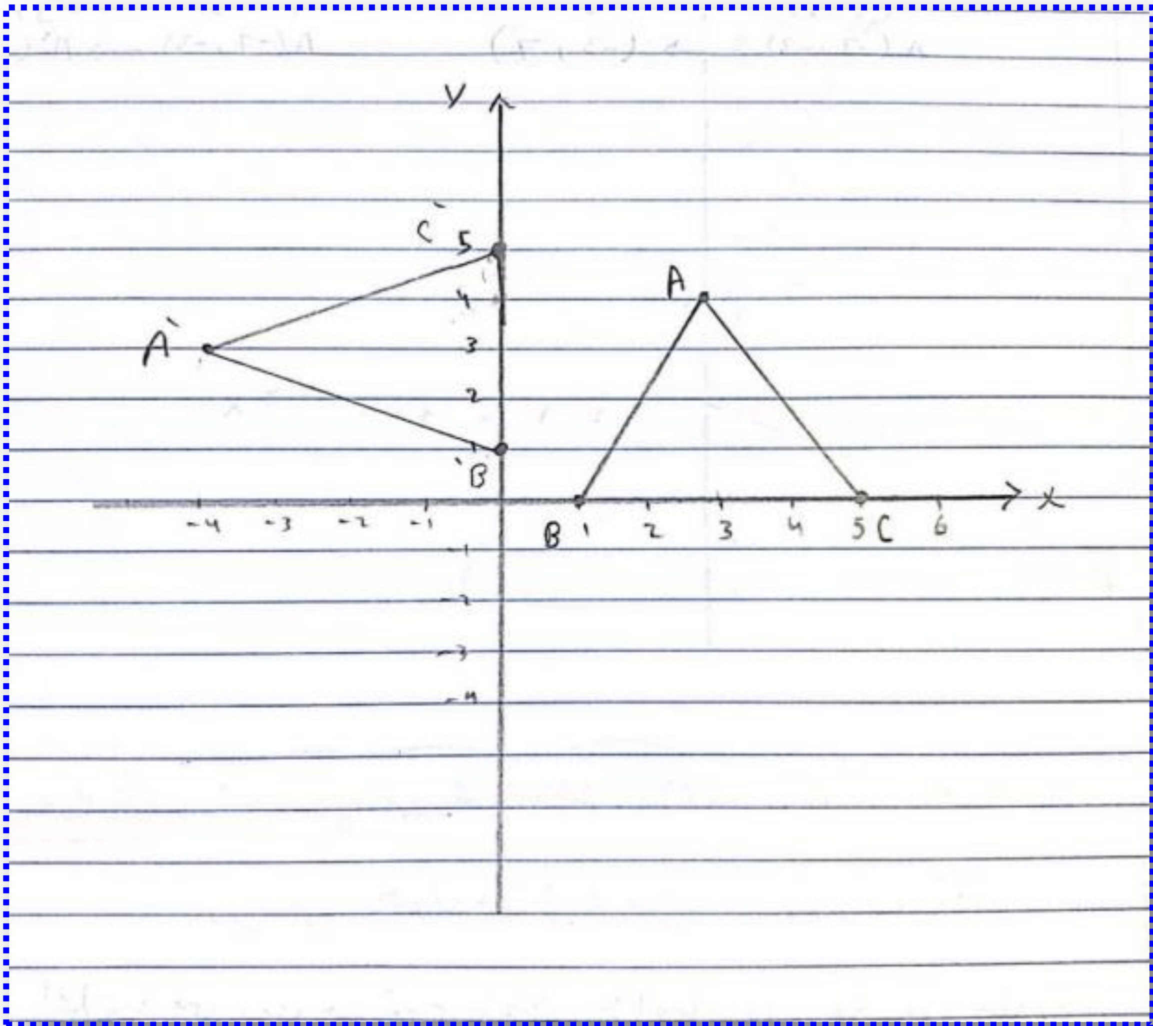
من خلال القانون

$$(x,y) \longrightarrow (-y, x)$$

$$A(3,4) \longrightarrow A'(-4,3)$$

$$B(1,0) \longrightarrow B'(0,1)$$

$$C(5,0) \longrightarrow C'(0,5)$$

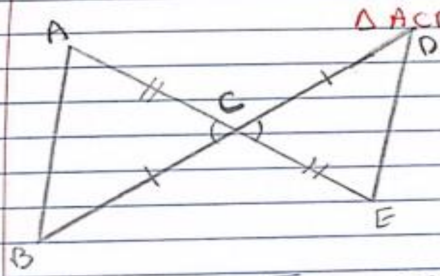


السؤال الثالث :

الفقرة رقم 2

تمرين ⑥ ، إذا كانت النقطة C منتصف للقطعة $\overline{AE}$ و $\overline{DB}$

أثبت أن $\Delta ACB \cong ECD$



الحل:

∵ C هي منتصف للقطعة $\overline{AE}$ و $\overline{BD}$

إذن $\overline{AC} \cong \overline{CE}$

$\overline{BC} \cong \overline{CD}$

$\Rightarrow \measuredangle ACB \cong \measuredangle ECD$

ومن مسلمة ⑥ ينتج أن

$\Delta ACB \cong \Delta ECD$

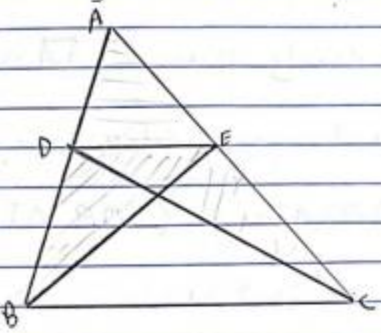
الفقرة رقم 3

كل مستقيم موازٍ لأحد أضلاع مثلث يقطع الضلعين الآخرين قطعاً متناسبة مع هذين الضلعين.

البرهان:

ليكن ABC مثلث و D, E نقطتين على AB, AC بحيث أن $\overleftrightarrow{DE} \parallel \overleftrightarrow{BC}$ كما

نوضح بالشكل التالي:



والمطلوب إثبات أن

$$\frac{|AB|}{|AD|} = \frac{|AC|}{|AE|}$$

نصل CD, BE

إذا كانت BD قاعدة المثلث BDE وكانت AD

قاعدة المثلث ADE

فإن لكل منهما نفس الارتفاع h.

وإذا رمزنا لمساحة المثلث بالرمز a فإن مساحة

المثلث تساوي نصف القاعدة في الارتفاع وعليه فإن

$$\frac{a(\triangle BDE)}{a(\triangle ADE)} = \frac{\frac{1}{2}|BD|\cdot h}{\frac{1}{2}|AD|\cdot h} = \frac{|BD|}{|AD|} \quad ...(1)$$

وبالمثل:

إذا كانت AE قاعدة المثلث ADE

وإذا كانت CE قاعدة المثلث CDE

فإن لهذين المثلثين نفس الارتفاع وعليه فإن

$$\frac{a(\Delta CDE)}{a(\Delta ADE)} = \frac{\frac{1}{2}|CE|\cdot h}{\frac{1}{2}|AE|\cdot h} = \frac{|CE|}{|AE|} \quad \text{---} ②$$

ولكن المثلثين BDE , CDE لهما نفس القاعدة DE

ونفس الارتفاع لأن $\overleftrightarrow{DE} \parallel \overleftrightarrow{BC}$

والبعد بين مستقيمين متوازيين ثابت لا يتغير

$$\therefore \quad a(\Delta BDE) = a(\Delta CDE) \quad \text{---} ③$$

ومن ① , ② , ③ نجد أن

$$\frac{|BD|}{|AD|} = \frac{|CE|}{|AE|}$$

وعليه فإن

$$\frac{|BD| + |AD|}{|AD|} = \frac{|CE| + |AE|}{|AE|}$$

ومنه نجد أن

$$\frac{|AB|}{|AD|} = \frac{|AC|}{|AE|}$$

حل نموذج مقدمة هندسة

المملكة العربية السعودية
وزارة التعليم العالي
جامعة القصيم
كلية العلوم ببريدة

جامعة القصيم Qassim University

القسم: الرياضيات
المادة: مقدمة في الهندسة
رقم المقرر ورمزه: Math 273

الاختبار النهائي للفصل الدراسي الأول للعام الجامعي 1443 هـ

اسم الطالبة: .... الرقم الجامعي: ....

السؤال الأول: (3 درجات)

1) أوجدي المسافة بين النقطتين $P_1\left(3, \frac{7\pi}{6}\right)$ ، $P_2\left(5, \frac{\pi}{2}\right)$

2) أكتبي المعادلة التالية على الصورة القطبية
$$(x-4)^2 + y^2 = 16$$

3) أوجدي الاحداثيات الكارتيزية للنقطة الممثلة كرويا $\left(8, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{6}\right)$

السؤال الثاني: (6 درجات)

1) إذا كان التطبيق T معرفا بالقاعدة $T: R^2 \to R^2$ حيث

$$T(x,y) = (x-y, y) \qquad \forall (x,y) \in R^2$$

a. أثبتي أن T تحويل هندسي

b. أوجدي صورة المستقيم $y + x - 2 = 0$ بتأثير T

c. أوجدي صورة القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ حيث $A(2,2)$ ، $B(6,2)$

2) أوجدي انعكاس المثلث ΔABC الذي رؤوسه (4 درجات)
$A(1,3),\ B(5,2),\ C(2,1)$
حول الخط المستقيم $y = b = 1$ ثم ارسميه

3) أوجدي صورة المثلث ΔABC الذي رؤوسه
$A(3,4),\ B(1,0),\ C(5,0)$
وذلك بدورانه حول نقطة الأصل بزاوية 270^0 في اتجاه حركة عقارب الساعة ثم ارسميه (4 درجات)

السؤال الثالث: (3 درجات)

1) أذكري نص نظرية بابس مع البرهان

2) اذا كانت النقطة C منصفه للقطعة المستقيمة $\overline{AE}$ و $\overline{DB}$ (3 درجات)
أثبتي أن $\Delta ACB \cong \Delta ECD$

3) اثبتي انه كل مستقيم موازي لأحد اضلاع مثلث يقطع الضلعين الآخرين قطعا متناسبا مع هذين الضلعين (7 درجات)

فضلا اقلبي الصفحة

م/ منور العامري

شروحات - خدمات طلابية متكامله - تصاميم

إنضم الآن

واتساب : 967711848728+

تليجرام : Monwwer@