حلول نماذج أسئلة الميد الأول (نظرية اعداد)

المملكة العربية السعودية
وزارة التعليم
جامعة القصيم
كلية العلوم

المستوى: الرابع
القسم: الرياضيات
المادة: نظرية الأعداد
الزمن : 60 دقيقة

الإختبار الفصلي (1) للفصل الدراسي الأول للعام الجامعي 1445هـ

اسم الطالبة :

الرقم التسلسلي :

$\frac{\quad}{20}$

أجيبي عن الأسئلة التالية:

السؤال الأول: (5 درجات)
ضعي علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (✗) أمام العبارة الخاطئة:

1/ إذا كان $a|b$ فإن b يقسم a ( )

2/ العددين $12, 13$ عدادان أوليان نسبيا ( )

3/ يمكن كتابة القاسم المشترك الأكبر للعددين a, b كتركيبة خطية من نفس العددين a, b ( )

4/ $Lcm(21,33) = 3Lcm(7,11)$ ( )

5/ النظرية الأساسية لخوارزمية القسمة تنص على أنه إذا كان a, b عددين صحيحين و $b \neq 0$ فإنه يوجد عدادان وحيدان q, r بحيث أن:

$$b = qa + r\ ,\ r \geq 0\ ,\ r > |a|$$ ( )

السؤال الثاني: (5 درجات)
استخدمي المبدأ الأول للإستقراء الرياضي لبرهان أن:

$$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}, \quad \forall n \geq 1$$

أجيبي عن الأسئلة التالية:

السؤال الأول: (5 درجات)

ضعي علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (x) أمام العبارة الخاطئة:

1/ إذا كان $a|b$ فإن b يقسم a ( )

2/ العددين $12,13$ عدادان أوليان نسبيا ( )

3/ يمكن كتابة القاسم المشترك الأكبر للعددين a,b كتركيبة خطية من نفس العددين a,b ( )

4/ $Lcm(21,33) = 3Lcm(7,11)$ ( )

5/ النظرية الأساسية لخوارزمية القسمة تنص على أنه إذا كان a,b عددين صحيحين و $b \neq 0$ فإنه يوجد عدادان وحيدان q,r بحيث أن:

$b = qa + r \,,\, r \geq 0 \,,\, r > |a|$ ( )

إجابة السؤال الأول

(١) اذا كان a | b فإن b يقسم a ....(x)

(٢) العددين ١٢و١٣ عدادان أوليان نسبيا...(x)

(٣) يمكن كتابة القاسم المشترك الأكبر للعددين a,b كتركيبة خطية من نفس العددين a .... (✓)

(٤) Lcm(21,33) = 3Lcm(7,11) ....(✓)

(٥) النظرية الأساسية لخوارزمية القسمة تنص على أنه إذا كان a, b عددين صحيحين 0 ≠ b فإنه يوجد عدادان وحيدان V، بحيث أن: b=qa+r, r⩾0, r>|a|

(✓)

السؤال الثاني: (5 درجات)

استخدمي المبدأ الأول للإستقراء الرياضي لبرهان أن:

$$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}, \quad \forall n \geq 1$$

إجابة السؤال الثاني

الحل: لنفرض أن الجملة المفتوحة $P(n)$ هي :

$$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$$

١- الخطوة الأساسية :

$$\sum_{i=1}^{1} 1 = \frac{1(1+1)}{2} \Rightarrow 1 = 1$$

إذا $P(1)$ تقرير صائب.

٢- خطوة الاستقراء : لنفرض أن $P(k)$ تقرير صائب حيث $k \geq 1$ أي أن

$$\sum_{i=1}^{k} i = \frac{k(k+1)}{2}$$

ونريد اثبات صحتها عند $P(k+1)$ أي نريد اثبات أن

$$\sum_{i=1}^{k+1} i = \frac{k+1(k+2)}{2}$$

$$\sum_{i=1}^{k+1} i = \sum_{i=1}^{k} i + (k+1)$$

$$= \frac{k(k+1)}{2} + (k+1)$$

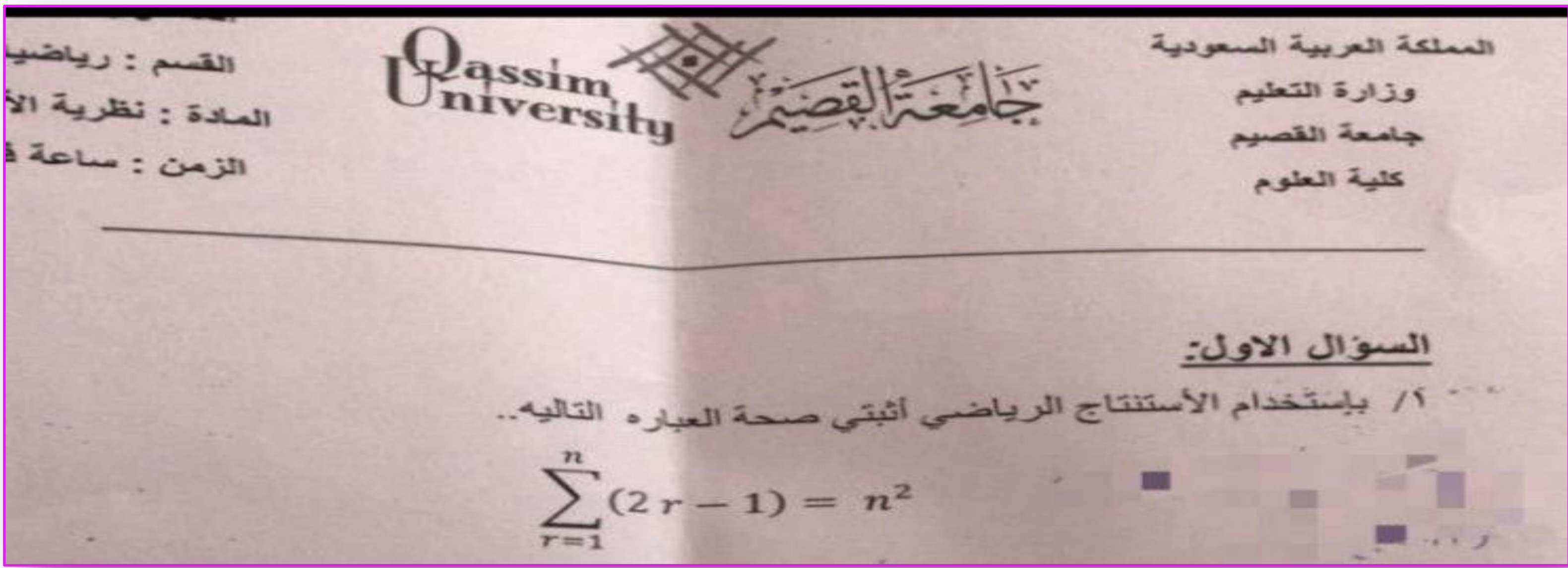
$$= \frac{k(k+1)}{2} + \frac{2(k+1)}{2}$$

$$= \frac{k^2 + k + 2k + 2}{2}$$

$$= \frac{k^2 + 3k + 2}{2}$$

$$= \frac{k+1(k+2)}{2}$$

$$\sum_{i=1}^{k+1} i = \frac{k+1(k+2)}{2}$$


المملكة العربية السعودية
وزارة التعليم
جامعة القصيم
كلية العلوم

القسم : رياضيا
المادة : نظرية الا
الزمن : ساعة

السؤال الاول:

١/ بإستخدام الأستنتاج الرياضي أثبتي صحة العباره التاليه..

$$\sum_{r=1}^{n}(2r-1)=n^2$$

$$\sum_{r=1}^{n}(2r-1)=n^2$$

1+3+5...........$(2n-1) = n^2$

الخطوة الأساسية نضع n=1

$$\sum_{r=1}^{1}(2*1-1)=1^2=1$$

اذن التقرير صائب عن n=1

خطوة الاستقراء : نفرض ان التقرير صائب عند n=k

نقوم الان بالتعويض : 1+3+5...........$(2k-1) = k^2$

خطوة الاستنتاج او الاثبات : نضع n=k+1

1+3+5...........$(2(k+1)-1 = k+1^2$

1+3+5...........$(2k+2)-1 = (k+1)^2$

1+3+5...........$(2k+1) = (k+1)^2$

الخطوة الأخيرة نعوض الان بخطوة الاستقراء التي تسمى الفرض

1+3+5...........$(2k-1)+(2k+1) = k^2 + (2k+1)$

1+3+5...........$(2k+1) = k^2 + 2k+1$

1+3+5...........$(2k+1) = (k+1)(k+1)$

نستنتج ان التقرير صائب عند k+1

السؤال الخامس: (7+5)= 12 درجة

(أ) أوجدي أعلى قوة k للعدد 5 بحيث يقبل العدد 7963625 القسمة على 5

(ب) لتكن $\{a_n\}$ المتتالية المعرفة استقرائيا كالتالي:

1) $a_0 = 1$

2) $a_{n+1} = 2a_n \quad \forall n \geq 0$

استخدمي الاستقراء الرياضي لإثبات أن:

$$a_n = 2^n \quad \forall n \geq 0$$

6 7 3

إجابة السؤال الثاني

الفقرة (ب)

الحل: لنفرض أن $P(n)$ هي : $a_n = 2^n$

١- الخطوة الأساسية :

$$1 = a_0 = 2^0 = 1$$

٢- خطوة الاستقراء : لنفرض أن $P(k)$ تقرير صائب حيث $k \geq 0$ أي أن

$$a_k = 2^k$$ فرضية الاستقراء

الان

$$\begin{aligned} a_{k+1} &= 2a_k \\ &= 2 \times 2^k \\ &= 2^{k+1} \end{aligned}$$ باستخدام فرضية الاستقراء

بالتالي $P(k+1)$ **تقرير صائب و ينتج أن** $a_n = 2^n$ **تقرير صائب لكل** $n \geq 0$.

رابط المحاضرة التجريبية

https://youtu.be/H2-72_2tC-s?si=TjSvtwTvbg2RV0IT

المهندس / منور العامري

شروحات المقرر (١٥٠ ريال شامل للميد والفاينل + حلول النماذج السابقة وشرحها للميد والفاينل خصم خاص للقروبات ومشرفين الشعب)

خدمات طلابية متكاملة - تصاميم - بحوث - عروض تقديميه

إنضم الآن عبر حساباتي على مواقع التواصل الاجتماعي

موقعنا:

https://monawweralameri.github.io/Math_Academy/

قناتي تليجرام

https://t.me/+G26LNiXDZMZkNDg0

حساب الواتساب

https://wa.me/967711848728

حسابي تليجرام

https://t.me/Monwwer