FYS1120 Elektromagnetisme

Labøving

Hall-effekt.

Øyvind Sigmundson Schøyen, Kristian Tuv og Hilde Solesvik Skeie

3. november 2014

Innhold

Oppgåve 1

PRELAB-Oppgåve 1

Me vil lage eit program som tek imot datapunkter x og y og gjer oss eit plott over punkta mot eit polynom som interpolerer dei.

Eg har nytta Python kor metodane `polyval` og `polyfit` ligg i numpy-biblioteket. Me er då interesserte i eit program som les datapunkt frå ei fil og prøver å finne eit polynom som gjer oss ein god modell.

```
# coding: utf-8
from numpy import polyfit, polyval, zeros, array
from matplotlib.pylab import plot, show, title, xlabel, ylabel,\
        legend, hold, savefig

"""
Klasse som les punkter frå ei fil, interpolerer med eit polynom og
plottar resultatet mot einannan.
"""
class EvaluatePoints:

    """
    Konstruktør som tek imot ei fil med x- og y-verdiar.
    """
    def __init__(self, datapoints):
        self.datapoints = datapoints
        # Finn antal punkter i fila.
        with open(self.datapoints, 'r') as f:
            self.n = sum(1 for line in f)

    """
    Metode som les verdiane frå fila og lagrar dei i klassa.
    """
    def storeValues(self):
        self.points = zeros((2, self.n))
        with open(self.datapoints, 'r') as f:
            counter = 0
            for values in f:
                self.points[0, counter] = float(values.split()[0])
                self.points[1, counter] = float(values.split()[1])
                counter += 1

    """
    Metode som nyttar numpy-biblioteket til å interpolere punkta
```

```
    med eit polynom.
    """
    def interpolate(self, deg, evalPoint):
        # Lager eit polynom av grad 'deg' ut frå punkta.
        self.poly = polyfit(self.points[0, :], self.points[1, :], deg)
        self.evaluated = zeros(self.n)
        for i in range(self.n):
            self.evaluated[i] = polyval(self.poly, self.points[0, i])

    """
    Metode som plottar datapunkta og polynomet mot einannan.
    """
    def plotPoints(self, TITLE):
        plot(self.points[0, :], self.points[1, :], '.')
        hold('on')
        plot(self.points[0, :], self.evaluated, '-')
        hold('off')
        title(TITLE)
        xlabel('x [m]')
        ylabel('B [T]')
        legend(('datapunkter', 'polynomtilnærming',), loc=1)
        savefig('PRELAB3.png')
        show()
```

Oppgåve 1.1

Me vil bestemme retningen til **B** og retningen til straumen gjennom prøven (p-Ge). Me lager ei skisse som viser Hall-spenninga sin polaritet. Deretter måler me Hall-spenninga V_H som ein funksjon av B ved konstant I.

Me byrjar med å sette opp måleinstrumenta som består av to straumforsyningar, eit amperemeter, eit voltmeter og ein spole for å lage eit magnetfelt. Me stiller på straumforsyninga til me får $I \approx 24.132$ A gjennom komponenten (p-Ge). Då stiller me på potmeteret til me måler $V = 0$ gjennom komponenten. No målar me spenninga over komponenten når me held han i magnetfeltet mellom spolane for forskjellige straumverdiar og B-felt. Retningen til B-feltet finner me ved høgrehandsregelen. Hall-spenningas polaritet finn me og ved høgrehandsregelen. Me peiker i retninga til driftshastigheta med peikefingeren. Resten av fingrane peiker me i retning av B-feltet. Då gjer tommelen oss retninga på krafta og me finn ut kor ladninga legg seg.

I	B	V
0.0 A	6 mT	1.4 mV
0.2 A	42 mT	6.14 mV
0.4 A	74 mT	11.47 mV
0.6 A	108 mT	16.7 mV
0.8 A	142 mT	22.0 mV
1.0 A	175 mT	27.24 mV

Oppgåve 1.2

Her vil me rekne ut R_H og N gjeve ved

$$R_H = \frac{V_H d}{IB} = \frac{1}{Nq} \qquad \Rightarrow \qquad N = \frac{1}{R_H q}.$$

Me vil no måle spenningsfallet over Ge-prøva i straumretninga. Dette nyttar me for å finne driftshastigheta v som me vil samanlikne med hastigheta til eit elektron som starter i ro i eit vakuum kor elektronet er utsatt for E-feltet som me får frå spenningskjelda over heila lengda L.

Me finner Hall-koeffisienten ved å ta endring i spenninga over endring i magnetfeltet. Då får me resultata under.

ΔV	ΔB	R_H
4.74 mV	36 mT	0.0055 Vm/(AT)
5.33 mV	32 mT	0.0069 Vm/(AT)
5.23 mV	34 mT	0.0064 Vm/(AT)
5.3 mV	34 mT	0.0065 Vm/(AT)
5.24 mV	33 mT	0.0066 Vm/(AT)

Ladninga $q \approx 1.6 \times 10^{-19} C$ som er elementærladninga til eit proton.

R_H	N
0.0055 Vm/(AT)	1.14185e+21 AT/(VmC)
0.0069 Vm/(AT)	9.02627e+20 AT/(VmC)
0.0064 Vm/(AT)	9.77378e+20 AT/(VmC)
0.0065 Vm/(AT)	9.64469e+20 AT/(VmC)
0.0066 Vm/(AT)	9.46821e+20 AT/(VmC)

For å finne gjennomsnittshastigheta former me om uttrykket for V_H. Då får me

$$V_H = bvB = \frac{IB}{Nqd} \qquad \Rightarrow \qquad v = \frac{I}{Nqdb}.$$

Me tek gjennomsnittet frå dei forskjellige verdiane av N. Då får me resultatet under.

$$18.29 \text{ m/s}$$

Me finner hastigheta til eit elektron i vakuum ved å sjå på energi. Me vil sjå på omforminga frå potensiellenergi frå potensialet gonga med ladninga q til kinetisk energi.

$$U = qV = \frac{1}{2}mv_e^2 \qquad \Rightarrow \qquad v_e = \sqrt{\frac{2qV}{m}}.$$

Me finner potensialet V ved å måle spenningsfallet over komponenten. Me koplar voltmeteret langs straumretninga. Då finner me $V \approx 1$ V.

$$592999.45 \text{ m/s}$$

Oppgåve 1.3 og oppgåve 1.4

Me gjentek stega frå **Oppgåve 1.1** og **Oppgåve 1.2** men for n-Ge.

Når me no skal finne Hall-spenningas polaritet må me nytte venstre handa til å finne retninga. Dette då me no arbeidar med negative ladningar.

I	B	V
0.0 A	8 mT	-2 mV
0.1 A	33 mT	-5.34 mV
0.2 A	56 mT	-6.84 mV
0.3 A	81 mT	-12.4 mV
0.4 A	101 mT	-15.84 mV
0.5 A	121 mT	-18.67 mV

Me finner R_H, N og gjennomsnittelig driftshastighet v.

ΔV	ΔB	R_H
-3.34 mV	25 mT	-5.3871e-06 Vm/(AT)
-1.5 mV	23 mT	-2.62973e-06 Vm/(AT)
-5.56 mV	25 mT	-8.96774e-06 Vm/(AT)
-3.44 mV	20 mT	-6.93548e-06 Vm/(AT)
-2.83 mV	20 mT	-5.70565e-06 Vm/(AT)

R_H	N
-5.3871e-06 Vm/(AT)	1.16018e+24 AT/(VmC)
-2.62973e-06 Vm/(AT)	2.37667e+24 AT/(VmC)
-8.96774e-06 Vm/(AT)	6.96942e+23 AT/(VmC)
-6.93548e-06 Vm/(AT)	9.01163e+23 AT/(VmC)
-5.70565e-06 Vm/(AT)	1.09541e+24 AT/(VmC)

$$-14.93 \text{ m/s}$$

Oppgåve 1.5

Det kjem fram frå forteikna at me i p-Ge jobbar med positive ladningar og i n-Ge jobbar med negative ladningar. Storleiken på R_H er annleis for n-Ge og p-Ge. Den er mykje mindre for n-Ge'en. Me ser og at N er mykje større. Dette kjem fra fordi me har større konsentrasjon av elektron per areal då me har negativ ladning. For p-Ge'en vil me ha hol kor det manglar elektron.

Oppgåve 2

PRELAB-Oppgåve 2.1

Me vil vise at straumtettheten j er identisk med magnetiseringa M.

Det enklaste er å sjå på einingane til j og M. Me får

$$j = \frac{dI}{dx} = \frac{I}{t} \sim \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}},$$

kor straumen I er målt i Ampere og distansen dx er gjeve i meter. M er gjeve som magnetisk moment per volumeining. Då får me

$$M = \frac{\mu}{V} = \frac{IA}{V} = \frac{I\pi a^2}{\pi a^2 t} = \frac{I}{t} \sim \frac{\mathrm{Am}^2}{\mathrm{m}^3} = \frac{\mathrm{A}}{m}.$$

I tillegg til å få dei same einingane veit me at me jobber med dei same "metrane".

PRELAB-Oppgåve 2.2

Vis at me ved å integrere opp overflatestraumen kan skrive magnetfeltet som

$$B_x(h) = \frac{\mu_0}{2} j \left[\frac{h+t}{\sqrt{(h+t)^2 + a^2}} - \frac{h}{\sqrt{h^2+a^2}} \right].$$

Me set inn uttrykket for straumen I i uttrykket for $B_x(x)$.

$$j = \frac{dI}{dx} \qquad \Rightarrow \qquad I = j\ dx$$

Då får me

$$\begin{aligned}
B_x &= \frac{\mu_0}{2} I \frac{a^2}{(x^2+a^2)^{3/2}} \\
&= \frac{\mu_0}{2} j \frac{a^2}{(x^2+a^2)^{3/2}}\ dx \\
&= \frac{\mu_0}{2} j a^2 \int_h^{h+t} \frac{dx}{(x^2+a^2)^{3/2}} \\
&= \frac{\mu_0}{2} j a^2 \left[\frac{x}{a^2\sqrt{x^2+a^2}} \right]_h^{h+t} \\
&= \frac{\mu_0}{2} j \left[\frac{h+t}{\sqrt{(h+t)^2+a^2}} - \frac{h}{\sqrt{h^2+a^2}} \right].
\end{aligned}$$

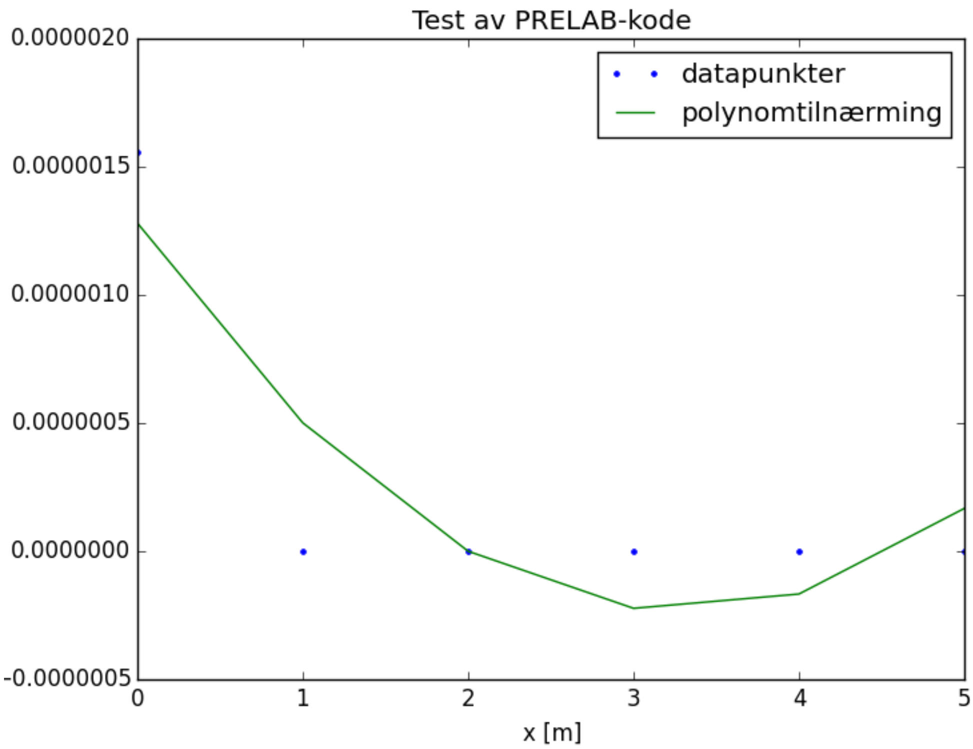
PRELAB-Oppgåve 2.3

I denne oppgåven vil me teste programmet frå **PRELAB-Oppgåve 1** med likninga frå **PRELAB-Oppgåve 2.2**. Me vil nytte 5-6 punkter for $t = 35$ mm og $a = 20$ mm.

Fyrst finner me vakuum permeabiliteten $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Vs/(Am) frå læreboka. For å finne j nyttar me resultatet frå **PRELAB-Oppgåve 2.1**.

$$j = M = \frac{IA}{V} = \frac{I\pi a^2}{\pi a^2 t} = \frac{I}{t}.$$

kor straumen I vert valgt til $I = 0.1$ A. Me får då resultatet



Figur 1: Her kan me sjå korleis polyfit prøver å tilpasse eit polynom til 6 punkter. Desverre vil det for så få punkter vere vanskeleg å gje eit nøyaktig resultat.

og utskrifta;

```
0   1.55867e-06
1   2.38584e-11
2   3.06056e-12
```

```
3   9.14742e-13
4   3.8759e-13
5   1.98966e-13
```

Programmet `PRELABOppgave3.py` er gjeve ved;

```
# coding: utf-8
from PRELABOppgave1 import EvaluatePoints
from numpy import pi, sqrt, zeros

my_0 = (4*pi)*10**(-7) # vakuum permeabiliteten.
a = 0.02 # radius i meter.
t = 0.035 # høgde i meter.
I = 0.1 # Ampere, denne må kunne endrast.
A = pi*a**2 # Areal over sida til magneten i kvadratmeter.
V = pi*a**2*t # Volumet til sylinderen i kubikkmeter.
j = I*A/float(V) # Straumtetthet i Ampere per meter.
Bx = lambda h: my_0/2.0*j*((h + t)/sqrt((h + t)**2 + a**2) - h/sqrt(h**2 + a**2))

h = zeros(6) # Evalueringspunkter.
evaluated = zeros(6) # Verdi av Bx i h.
for i in range(6):
    h[i] = i
    evaluated[i] = Bx(h[i])

with open('Oppgave3.txt', 'w') as f:
    for i in range(6):
        f.write('%g \t %g \n' % (h[i], evaluated[i]))

EP = EvaluatePoints('Oppgave3.txt')
EP.storeValues()
EP.interpolate(2, 1)
EP.plotPoints('Test av PRELAB-kode')
```

PRELAB-Oppgåve 2.4

Me er interesserte i å sjå på B-feltet i topp-flata av magneten og når $t \to \infty$. Då lurer me og på kva B-feltet midt i sylinderen vert for noko.

Me startar med å sette inn $h = 0$ for å finne B-feltet i topp-flata. Me får

$$\begin{aligned} B_x(0) &= \frac{\mu_0}{2} j \left[\frac{t}{\sqrt{t^2 + a^2}} - 0 \right] \\ &= \frac{\mu_0}{2} \frac{tj}{\sqrt{t^2 a^2}}. \end{aligned}$$

For $t \to \infty$ får me

$$\lim_{t\to\infty} B_x(h) = \lim_{t\to\infty} \frac{\mu_0}{2} j \underbrace{\left[\frac{t}{\sqrt{t^2}} - \frac{h}{\sqrt{h^2+a^2}}\right]}_{\approx 1}$$
$$= \frac{\mu_0}{2} j.$$

Midt i sylinderen har me at $h = -\frac{t}{2}$ det gjer oss

$$B_x(-\frac{t}{2}) = \frac{\mu_0}{2} j \left[\frac{t}{2\sqrt{(t/2)^2+a^2}} + \frac{t}{2\sqrt{(-t/2)^2+a^2}}\right]$$
$$= \frac{\mu_0}{2} \frac{t}{\sqrt{(t/2)^2+a^2}}.$$

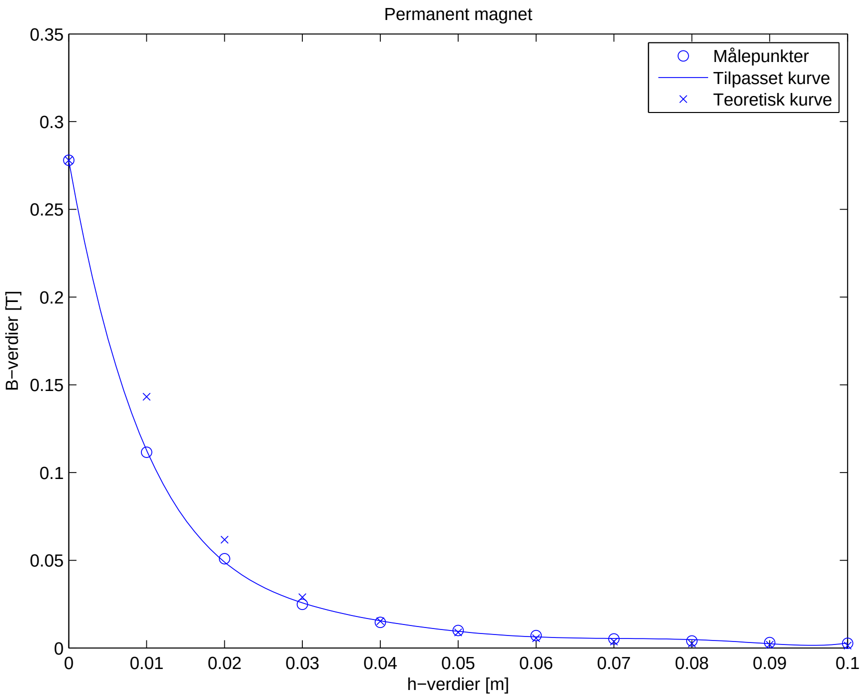
Oppgåve 2.1

Me vil måle a, t og $B_x(h)$ i eit utvalg av avstandar frå overflata. Deretter vil me plotte i MATLAB for å samanlikna med den interpolerte funksjonen.

Måleverdiane våre vert

h	$B_x(h)$
0 cm	278 mT
1 cm	111.6 mT
2 cm	50.9 mT
3 cm	24.9 mT
4 cm	14.6 mT
5 cm	10 mT
6 cm	7.1 mT
7 cm	5.2 mT
8 cm	4 mT
9 cm	3.1 mT
10 cm	2.7 mT

MATLAB gjer oss grafen;



Figur 2: Modellen stemmer bra med målepunkta.

Denne får me frå programmet

```
h = linspace(0, 0.1, 11);
```

```
a = 34.77/2*10^-3;
t = 9.78*10^-3;

B = [278, 111.6, 50.9, 24.9, 14.6, 10, 7.1, 5.2, 4, 3.1, 2.7]*10^-3;


p = polyfit(h,B,6);

x1 = linspace(0,0.1, 100);
y1 = polyval(p,x1);

my0j = 278*10^-3*2/(t/(sqrt(t^2 + a^2)));
%my0 = 4*pi*10^-7; %Tm/A
Bx = my0j/2*((h + t)./(sqrt((h + t).^2 + a^2)) - h./sqrt(h.^2 + a^2));



plot(h,B,'o')

hold on
plot(x1,y1)
plot(h, Bx, 'x')
title('Permanent magnet')
xlabel('h-verdier [m]')
ylabel('B-verdier [T]')
legend('Maalepunkter', 'Tilpasset kurve', 'Teoretisk kurve')
print('-dpdf', 'Oppgave21')
hold off
```

Oppgåve 2.2

Me vil no finne verdien for $\mu_0 j$.

Me former om likninga for $B_x(h)$ slik at me får

$$\frac{2B}{z} = \mu_0 j,$$

kor

$$z = \frac{h+t}{\sqrt{(h+t)^2 + a^2}} - \frac{h}{\sqrt{h^2 + a^2}}.$$

Me har valgt $h = 0.0$ m og $B = 278$ mT. Då finner me

$$\mu_0 j = 1.13 \text{ T}.$$

Det stemmer overens med magnetar laga av NdFeB som har ein remanent induksjon på ca 1.2 T.

Oppgåve 3

Her vil me måle $B_x(h)$ for ein sylindrisk elektromagnet i forskjellige høgdar frå overflata og eit punkt inne i sylinderen. Me lager ein graf i MATLAB som viser punkta og samanliknar med formelen for $B_x(h)$.

Me fekk då måleverdiane

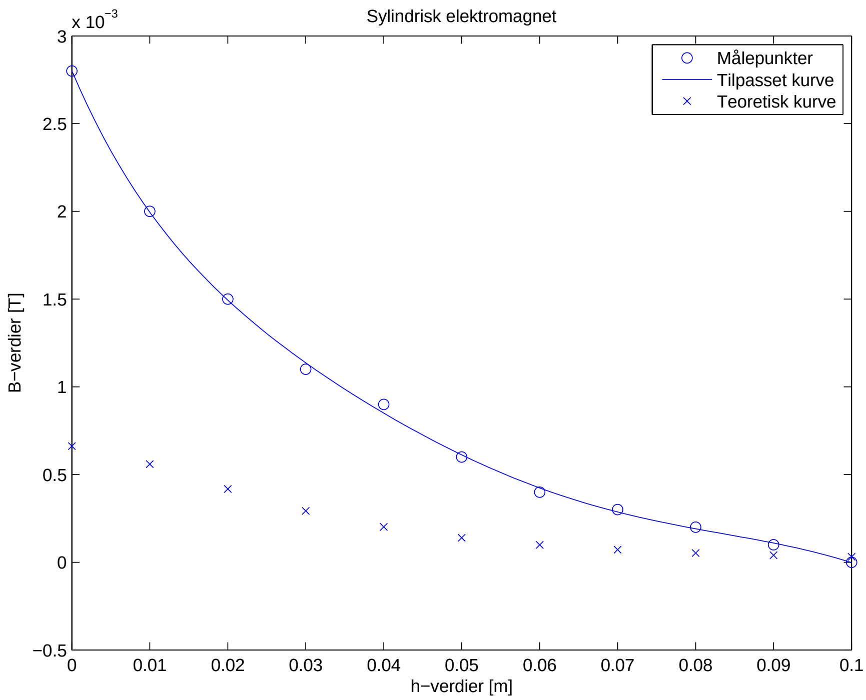
h	$B_x(h)$
0 cm	2.8 mT
1 cm	2.0 mT
2 cm	1.5 mT
3 cm	1.1 mT
4 cm	0.9 mT
5 cm	0.6 mT
6 cm	0.4 mT
7 cm	0.3 mT
8 cm	0.2 mT
9 cm	0.1 mT
10 cm	0.0 mT

over overflata og inne i sylinderen vert det $B = 5.3$ mT. Uttrykket for j finner me då ved

$$j = \frac{N\mu}{V} = \frac{NIA}{V} = \frac{NI}{t},$$

kor t er lengda og N er antal vindingar. Dette fant me blant annet frå **PRELAB-Oppgåve 2.1**.

MATLAB gjer oss då grafen



Figur 3: Denne grafen er feil, men me fant ikkje feilen.

Programmet er skrive

```
h = linspace(0, 0.1, 11); %M
```

```
a = 4*10^-2; %M
t = 9.78*10^-3; %M
I = 5 % A
B = [2.8, 2.0, 1.5, 1.1, 0.9, 0.6, 0.4, 0.3, 0.2, 0.1, 0.0]*10^-3;
L = 275*10^-3 %M
N = 244; %Antall viklinger

p = polyfit(h,B,6);

x1 = linspace(0,0.1, 100);
y1 = polyval(p,x1);

j = N*I/L;
my0 = 4*pi*10^-7; %Tm/A
my0*j
Bx = j*my0/2*((h + t)./(sqrt((h + t).^2 + a^2)) - h./sqrt(h.^2 + a^2));

B./Bx



plot(h,B,'o')
hold on
plot(x1,y1)
plot(h, Bx, 'x')
title('Sylindrisk elektromagnet')
xlabel('h-verdier [m]')
ylabel('B-verdier [T]')
legend('Maalepunkter', 'Tilpasset kurve', 'Teoretisk kurve')
print('-dpdf', 'Oppgave3')
hold off
```