

**MAT1207 – Introducción al Álgebra y Geometría**  
**Solución Interrogación N° 8**

1. Determine valores de  $A, B, C, D$  y  $E$  para que la ecuación

$$Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$$

corresponda a una

- a) Parábola con vértice en  $(1, 0)$  y foco en  $(2, 0)$ . Explique su desarrollo.
- b) Elipse con eje mayor de medida 10 y focos en  $(1, 5)$  y  $(1, -3)$ . Explique su desarrollo.

**Solución.**

- a) Una parábola con vértice en  $(1, 0)$  y foco en  $(2, 0)$  tiene ecuación

$$y^2 = 4(x - 1) \implies y^2 - 4x + 4 = 0.$$

Luego  $A = 0, B = 1, C = -4, D = 0, E = 4$ .

- b) Se tiene que  $a = 5, c = 4$ , por lo que  $b = 3$ . Además la elipse esta centrada en  $(1, 1)$ , con el eje focal paralelo al eje  $y$ . Por lo que la ecuación es

$$\frac{(x - 1)^2}{9} + \frac{(y - 1)^2}{25} = 1$$

Desarrollando nos queda

$$25x^2 + 9y^2 - 50x - 18y - 191 = 0$$

Por lo que  $A = 25, B = 9, C = -50, D = -18, E = -191$ .

**Criterio de Corrección (CC) Pregunta 1.**

**CC 1.** 2 puntos por obtener la ecuación de la parábola  $y^2 = 4(x - 1)$ .

**CC 2.** 1 punto determinar los valores de  $A, B, C, D$  y  $E$  del inciso a).

**CC 3.** 2 puntos por obtener la ecuación de la elipse  $\frac{(x - 1)^2}{9} + \frac{(y - 1)^2}{25} = 1$ .

**CC 4.** 1 punto determinar los valores de  $A, B, C, D$  y  $E$  del inciso b).

2. Dada la siguiente ecuación de la elipse:  $4x^2 + y^2 = 1$ . Encuentre la ecuación de la hipérbola con mismo centro que la elipse, cuyos vértices sean los focos de la elipse y cuyos focos sean los vértices de la elipse. Explique su desarrollo.

**Solución.** La elipse es equivalente a  $\frac{x^2}{\frac{1}{4}} + \frac{y^2}{1} = 1$ , por lo que es una elipse vertical con  $a = 1$ ,  $b = \frac{1}{2}$  y por tanto  $c = \frac{\sqrt{3}}{2}$ . Así, tenemos entonces que la elipse está centrada en  $(0, 0)$ , con focos  $(0, \pm \frac{\sqrt{3}}{2})$  y vértices  $(0, \pm 1)$ .

Luego, buscamos la hipérbola centrada en  $(0, 0)$ , con vértices  $(0, \pm \frac{\sqrt{3}}{2})$  y focos  $(0, \pm 1)$ . Como los focos y vértices están sobre el eje  $Y$ , entonces la ecuación es del tipo  $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$ , en donde  $a = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $c = 1$  y  $b = \sqrt{1 - \frac{3}{4}} = \frac{1}{2}$ . Luego, la ecuación queda  $4y^2 - 12x^2 = 3$ .

### **Criterio de Corrección (CC) Pregunta 2.**

**CC 1.** 3 puntos por obtener el centro, los focos y los vértices de la elipse.

**CC 2.** 3 puntos por hallar la ecuación de la hipérbola pedida:  $4y^2 - 12x^2 = 3$ .