Clase 14 - Algoritmos y complejidad

IIC1001 - Algoritmos y Sistemas Computacionales

Cristian Ruz – `cruz@uc.cl`

Miércoles 22-Mayo-2024

Departamento de Ciencia de la Computación
Escuela de Ingeniería
Pontificia Universidad Católica de Chile

Contenidos

Contenidos

Algoritmos

Algorithm 4 Selection Sort

```
for i = 1 to n − 1 do
    min = i
    for j = i + 1 to n do
        // Find the index of the i^th smallest element
        if A[j] < A[min] then
            min = j
        end if
    end for
    Swap A[min] and A[i]
end for
```

Complejidad algorítmica

```
INSERTION-SORT(A)
for j = 2 to A.length
    key = A[j]
    // Insert A[j] into the sorted sequence A[1 .. j - 1].
    i = j - 1
    while i > 0 and A[i] > key
        A[i + 1] = A[i]
        i = i - 1
    A[i + 1] = key
```

Complejidad algorítmica

```
QUICKSORT(A, p, r)
if p < r
   then q ← PARTITION(A, p, r)
        QUICKSORT(A, p, q − 1)
        QUICKSORT(A, q + 1, r)
```

To sort an entire array A, the initial call is QUICKSORT(A, 1, *length*[A]).

```
PARTITION(A, p, r)
x ← A[r]
i ← p − 1
for j ← p to r − 1
     do if A[j] ≤ x
           then i ← i + 1
                exchange A[i] ↔ A[j]
exchange A[i + 1] ↔ A[r]
return i + 1
```

Complejidad algorítmica

¿Qué algoritmo es más rápido?

¿Cómo determinamos qué algoritmo se comporta mejor?

¿De qué depende?

INSERTION-SORT(A)	*cost*	*times*
for $j \leftarrow 2$ **to** $length[A]$	c_1	n
do $key \leftarrow A[j]$	c_2	$n-1$
$\triangleright$ Insert $A[j]$ into the sorted sequence $A[1\,..\,j-1]$.	0	$n-1$
$i \leftarrow j-1$	c_4	$n-1$
while $i > 0$ and $A[i] > key$	c_5	$\sum_{j=2}^{n} t_j$
do $A[i+1] \leftarrow A[i]$	c_6	$\sum_{j=2}^{n} (t_j - 1)$
$i \leftarrow i-1$	c_7	$\sum_{j=2}^{n} (t_j - 1)$
$A[i+1] \leftarrow key$	c_8	$n-1$

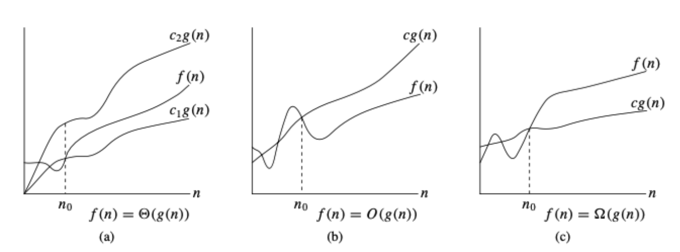
Complejidad algorítmica

Notación asintótica nos permite establecer el comportamiento de un algoritmo “en el largo plazo”

$$\Theta(g(n)) = \{ f(n) : \begin{array}{l} \text{there exist positive constants } c_1, c_2, \text{ and } n_0 \text{ such that} \\ 0 \le c_1 g(n) \le f(n) \le c_2 g(n) \text{ for all } n \ge n_0 \} \ . \end{array}$$ [1]

Complejidad algorítmica

Notación asintótica nos permite establecer el comportamiento de un algoritmo “en el largo plazo”

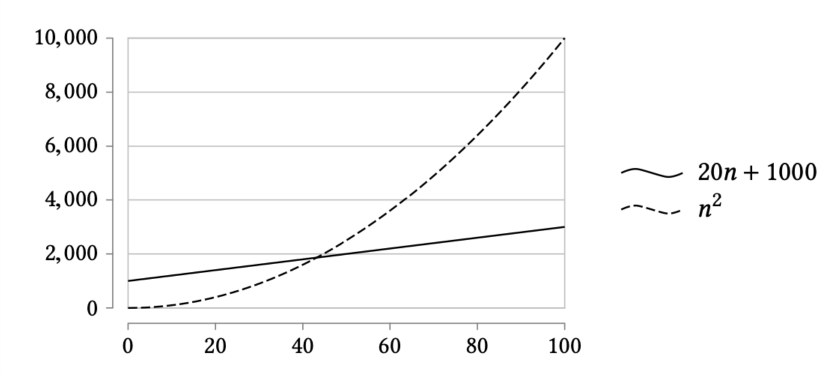


$\Theta(g(n)) = \{f(n) :$ there exist positive constants c_1, c_2, and n_0 such that $0 \leq c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n)$ for all $n \geq n_0\}$.[1]

$O(g(n)) = \{f(n) :$ there exist positive constants c and n_0 such that $0 \leq f(n) \leq cg(n)$ for all $n \geq n_0\}$.

$\Omega(g(n)) = \{f(n) :$ there exist positive constants c and n_0 such that $0 \leq cg(n) \leq f(n)$ for all $n \geq n_0\}$.

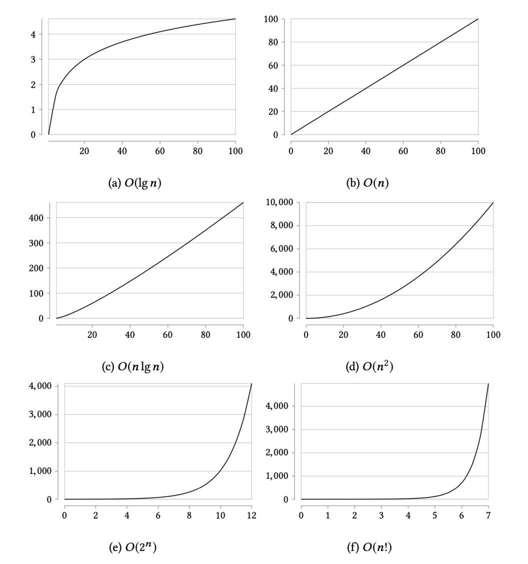
Complejidad algorítmica



Growth of functions.

Function	Input size				
	1	10	100	1000	1,000,000
$\lg(n)$	0	3.32	6.64	9.97	19.93
n	1	10	100	1000	1,000,000
$n\ln(n)$	0	33.22	664.39	9965.78	1.9×10^7
n^2	1	100	10,000	1,000,000	10^{12}
n^3	1	1000	1,000,000	10^9	10^{18}
2^n	2	1024	1.3×10^{30}	10^{301}	$10^{10^{5.5}}$
$n!$	1	3,628,800	9.33×10^{157}	4×10^{2567}	$10^{10^{6.7}}$

Complejidad algorítmica



(a) $O(\lg n)$ (b) $O(n)$

(c) $O(n \lg n)$ (d) $O(n^2)$

(e) $O(2^n)$ (f) $O(n!)$

ACTIVIDAD

Grupos indicados en Canvas.

Investigue brevemente y proponga algoritmos para las siguientes complejidades, que NO sean los indicados en la clase. Indique brevemente (en palabras) por qué ocurre esa complejidad. No es necesario realizar una demostración formal de la complejidad de cada una.

- $O(1)$
- $O(\log n)$
- $O(n)$
- $O(n \log n)$
- $O(n^2)$
- $O(2^n)$
- $O(n!)$

Se entrega en Canvas hasta las 20h (atrasado hasta 23h59