



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
FACULTAD DE MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
PROFESORES: CONSTANZA DEL CAMPO, CAMILO SÁNCHEZ  
AYUDANTES: AGUSTÍN GILBERT, MARTINA RUZ,  
SANTIAGO MARCANO, OMAR NEYRA

## Introducción al Álgebra y Geometría - MAT1207 Ayudantía 13

18 de Junio, 2024

**Ejercicio 1:** Use inducción para verificar que  $4^n - 1$  es divisible por 3 para todo  $n \in \mathbb{N}$ .

**Ejercicio 2:** Sean  $A, B, C$  tres conjuntos en el universo  $U$ , utilizando las reglas de operaciones de conjuntos (conmutatividad, De Morgan, ...), pruebe las siguientes afirmaciones:

1.  $(A \cap B) \setminus C = B \setminus (A^c \cup C) = B \cap (A \setminus C)$ .
2.  $(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$ .
3. Si  $(A \cap B) \subseteq C$ , entonces  $[B \cap (A \setminus C)]^c = U$ .

**Ejercicio 3:** Encuentre todas las soluciones de la ecuación  $x^{10} + x^6 - x^4 - 1 = 0$  y expresaselas en forma  $a + ib$  (con  $a$  y  $b$  reales).

**Ejercicio 4:**

- a) Determine el valor de

$$\sin \left( \arccos \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right) + \arctan(1) \right)$$

- b) Encuentre todas las soluciones en el intervalo  $[0, 2\pi]$  de la ecuación

$$\cos(x) + \cos(2x) + \cos(3x) = 0$$

**Ejercicio 5:** Dada la ecuación  $8x^2 - 4y^2 - 24x - 4y - 15 = 0$ , determine:

1. Que tipo de cónica es.
2. El centro.
3. Los vértices.
4. Los focos.
5. Las asíntotas (de ser una hipérbola).