Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Matemática
Profesores: Constanza del Campo, Camilo Sánchez
Ayudantes: Agustín Gilbert, Martina Ruz, Omar Neyra

Introducción al Álgebra y Geometría - MAT1124
Ayudantía 1

12 de Marzo, 2024

Ejercicio 1: Disponemos de un set de tarjetas. Por un lado son de algún color y por el otro tienen escrita una palabra. Considere la proposición siguiente:
"Si un lado de la tarjeta es rojo, entonces la palabra al otro lado es HOLA"
En la mesa hay 4 tarjetas, una roja, una verde, una que dice HOLA y la otra que dice CHAO. ¿Cúal(es) de las tarjetas es necesario dar vuelta para verificar si la proposición es verdadera?
Ejercicio 2: Sean p y q proposiciones, definimos el operador "o exclusivo", denotado por $\underline{\vee}$, por:

p	q	$p\underline{\vee}q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Encuentre una proposición compuesta de p y q, utilizando sólo $\wedge, \vee$ y $\neg$, de tal modo que sea equivalente a $\underline{\vee}$. Verifique que sea equivalente utilizando las tablas de verdad.
Ejercicio 3: Considere la siguiente proposición

M:"Si n es un múltiplo de 9 o mayor que 24 entonces se cumplen las siguientes proposiciones

- n se escribe como suma de 6's y 7's
- n es impar"

Sin usar tablas de verdad, demuestre que:

$\neg M \equiv$"n es múltiplo de 9 o mayor que 24, y n no se escribe como suma de 6's y 7's o n es par"

(Idea: escriba cada parte de M como proposiciones p, q, r, s)
Ejercicio 4: Se define la proposición compuesta

$$M : (p \vee q) \rightarrow (\neg p \wedge r)$$

Sin usar las tablas de verdad, demuestre que

$$\neg M \equiv p \vee (q \wedge \neg r)$$

Ejercicio 5: Demuestre sin usar tablas de verdad que la siguiente proposición es tautología:

$$[\{(\neg p \vee [q \wedge \neg r]) \wedge [p \wedge (\neg q \vee r)]\} \vee \{(p \wedge q \wedge \neg r) \vee [r \wedge (\neg r \vee q) \wedge p]\}] \Leftrightarrow (p \wedge q)$$

(Idea: Demuestre que la expresión complicada de la izquierda puede convertirse, usando solo teoremas lógicos, en la expresión simple de la derecha para así establecer una equivalencia entre ambas proposiciones).

Ejercicio 6: (Propuesto) Sea C un conjunto que contiene operadores binarios, decimos que C es funcionalmente completo, si utilizando las proposiciones p y q, se pueden generar todas las tablas de verdad (i.e, utilizando solo los simbolos de C, se pueden generar todos los conectores binarios posibles, definiendo cualquier tipo de relación entre p y q). El ejemplo más sencillo de un conjunto funcionalmente completo es $C = \{\wedge, \vee, \neg\}$ (no es necesario que demuestre esto, sin embargo, lo puede intentar como tarea).

1. Demuestre que el conjunto $\{\wedge, \neg\}$ es funcionalmente completo, esto es, que es posible expresar $\vee$ en términos de $\wedge$ y $\neg$.

2. Demuestre que NOR (que es la negación del $\vee$, y denotado como $\downarrow$), es funcionalmente completo, esto es, que $\vee$, $\neg$ y $\wedge$ pueden ser expresados utilizando únicamente $\downarrow$.