

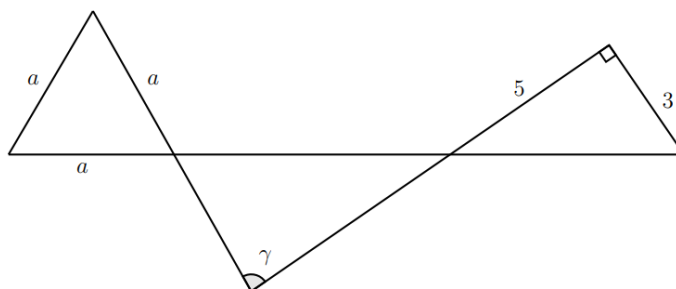


PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
 FACULTAD DE MATEMÁTICAS  
 DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
 PROFESORES: CONSTANZA DEL CAMPO, CAMILO SÁNCHEZ  
 AYUDANTES: AGUSTÍN GILBERT, MARTINA RUZ,  
 SANTIAGO MARCANO, OMAR NEYRA

## Introducción al Álgebra y Geometría - MAT1207 Ayudantía 8

7 de Mayo, 2024

**Ejercicio 1:** Considere la siguiente figura



Calcule  $\tan(\gamma)$  y simplifique lo más posible.

**Ejercicio 2:** Sea  $\alpha \in \mathbb{R}$  tal que  $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi k$  y  $\alpha \neq n\pi$ , siendo  $k$  y  $n$  enteros. Demuestre que:

$$\frac{(\csc^2 \alpha - 1) \cos(-2\alpha + 2\pi) \tan 2\alpha}{2 \cos \alpha \cot^2 \alpha} = \sin \alpha$$

**Ejercicio 3:** Demuestre que si  $|\beta - \alpha| = \frac{\pi}{2}$  entonces  $\sin^2(x + \alpha) - \cos^2(x + \beta) = 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

**Ejercicio 4:** Si  $\alpha + \beta = \frac{\pi}{3}$ , calcular

$$\frac{\sin \alpha - \sin \beta}{\cos \beta - \cos \alpha}$$

**Ejercicio 5:** Demuestre las siguientes identidades:

a)  $3 \sin^3 \alpha \csc \alpha + \cos^2 \alpha + 2 \cos(-\alpha) \cos \alpha = 3$

b)  $\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{1}{2} \sin \alpha$

c)  $\frac{\cos \alpha - \cos \beta}{\cos \alpha + \cos \beta} = -\tan\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \tan\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$

d)  $\frac{\sin 5\alpha - \sin 3\alpha}{\cos 5\alpha + \cos 3\alpha} = \tan \alpha$

e)  $\sin^4 \alpha = \frac{3}{8} - \frac{\cos 2\alpha}{2} + \frac{\cos 4\alpha}{8}$

**Ejercicio 6:** (Propuesto) Descendiendo por una colina, inclinada en un ángulo  $\alpha$  respecto al suelo, una persona observa una piedra situada en el suelo con un ángulo de depresión de  $\beta$ . A mitad del descenso, el ángulo de depresión es  $\gamma$ . Demuestre que:

$$\cot \alpha = 2 \cot \beta - \cot \gamma$$