



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
FACULTAD DE MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
PROFESORES: CONSTANZA DEL CAMPO, CAMILO SÁNCHEZ  
AYUDANTES: AGUSTÍN GILBERT, MARTINA RUZ, OMAR NEYRA

## Introducción al Álgebra y Geometría - MAT1124 Ayudantía 2

19 de Marzo, 2024

**Ejercicio 1:** Demuestre las siguientes proposiciones según el método que se indique.

- (a) Si  $3a + 2b^2$  es impar, entonces  $a$  es impar (contradicción)
- (b) Si  $ab$  es impar, entonces  $a$  y  $b$  son impares (contrapositivo)
- (c) Si  $a, b, c$  son pares, entonces  $5a + 7b + c$  es par (directa)

**Ejercicio 2:** Pruebe que para todo  $n$  natural se tiene que 6 divide a  $n^3 + 5n$

**Ejercicio 3:** Demuestre que para todo número real  $x \geq -1$  y cualquier número entero  $n \geq 1$  se satisface la siguiente desigualdad (Desigualdad de Bernoulli):

$$(1 + x)^n \geq 1 + nx$$

**Ejercicio 4:** Demuestre que  $n^3 + n^2 + n$  es par si y solo si  $n$  es par

**Ejercicio 5:** Demuestre que para todo entero  $n \geq 1$ , existen  $a, b \in \mathbb{Z}$  tales que  $13^n = a^2 + b^2$

**Ejercicio 6:** (Propuesto) Demuestre que para todo  $n \geq 2$  natural se tiene:

$$1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} > \sqrt{n}$$