Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Matemática
Profesores: Constanza del Campo, Camilo Sánchez
Ayudantes: Agustín Gilbert, Martina Ruz,
Santiago Marcano, Omar Neyra

Introducción al Álgebra y Geometría - MAT1207
Ayudantía 5

9 de Abril, 2024

Ejercicio 1: Determine que los polinomios x^3+3x^2+5x-9 y $3x^2+5x-8$ son divididos por $x-1$. Determine que $x-1$ divide a $(x^3+3x^2+5x-9)(3x^2+5x-8)$.
Ejercicio 2: Demuestre que $x+y$ es factor de x^5+y^5.
Ejercicio 3: Resuelva la ecuación

$$4x^4-4x^3-5x^2+x+1=0$$

Ejercicio 4: Determine a y b tales que

$$x^3+ax^2+bx-5$$

tiene como raíces $x=1$ y $x=2$.
Ejercicio 5: Determine si las cuadráticas

$$\begin{aligned} x^2+4x-5 \\ x^2-2x+1 \\ x^2+x-2 \\ x^2-4x+3 \\ 2x^2-x-1 \end{aligned}$$

Se intersecan todas en un mismo punto.
Ejercicio 6: (Propuesto) Sean $n, m \in \mathbb{N}$, decimos que n divide a m si $\exists k \in \mathbb{N}$ tal que $nk=m$, del mismo modo, si tenemos dos polinomios $p(x), q(x) \in \mathbb{R}[x]$, decimos que $p(x)$ divide a $q(x)$ si existe otro polinomio $s(x) \in \mathbb{R}[x]$ si $p(x)s(x)=q(x), \forall x \in \mathbb{R}$ (Donde $\mathbb{R}[x]$ es el conjunto que contiene a todos los polinomios de coeficientes reales).

a) Demuestre que $\forall n \in \mathbb{N}$, $x-y$ divide a x^n-y^n, donde $y \in \mathbb{R}$ es una constante arbitraria.

b) Demuestre que si n divide a m, entonces x^n-y^n divide a x^m-y^m.

Hint: Aunque la parte a) pide demostrar para todos los naturales, la parte a) NO se puede resolver con inducción, intente un método directo. Para la parte b), intente reformular el problema para poder utilizar la parte a).