Clase 02 - Representación Numérica

IIC1001 - Algoritmos y Sistemas Computacionales

Cristian Ruz – `cruz@uc.cl`

Lunes 11-Marzo-2023

Departamento de Ciencia de la Computación
Escuela de Ingeniería
Pontificia Universidad Católica de Chile

Contenidos

Contenidos

Contacto

🥇

ignaciomunoz@uc.cl
Ignacio Muñoz
Ayudante jefe

- Coordinación
- Notas de actividades, interrogaciones
- Todo lo que no sé donde más enviar

🐐

vicente.cabra@uc.cl
Vicente Cabra
Ayudante

- Materia

🐚

fernando.concha@uc.cl
Fernando Concha
Ayudante

- Materia

🐸

alejandro.tapia@uc.cl
Alejandro Tapia
Ayudante

- Materia

Contenidos

Temas del curso

Sistemas computacionales

- Representación datos, números y compresión
- Funcionamiento hardware, procesadores y memoria.
- Funcionamiento de sistemas operativos: ejemplo scheduling
- Funcionamiento de Internet
- Herramientas computacionales: github + latex

Algoritmos

- Algoritmos y resolución de problemas
- Eficiencia algorítmica
- Estructuras secuenciales y ordenamiento
- Grafos y árboles

Contenidos

Algoritmos

¿Qué hace este algoritmo?

Algorithm 1.1: A simple Stock Span algorithm.

```
SimpleStockSpan(quotes) → spans
    Input: quotes, an array with n stock price quotes
    Output: spans, an array with n stock price spans

spans ← CreateArray(n)
for i ← 0 to n do
    k ← 1
    span_end ← FALSE
    while i − k ≥ 0 and not span_end do
        if quotes[i − k] ≤ quotes[i] then
            k ← k + 1
        else
            span_end ← TRUE
    spans[i] ← k
return spans
```

Un programa

Un programa … en C

```c
#include <stdio.h>

int main() {
    printf("Hello, world\n");
    return 0;
}
```

Un programa

Un programa … en bits

```
00100011 01101001 01101110 01100011 01101100 01110101 01100100 01100101
00100000 00111100 01110011 01110100 01100100 01101001 01101111 00101110
01101000 00111110 00001010 00001010 01101001 01101110 01110100 00100000
01101101 01100001 01101001 01101110 00101000 00101001 00100000 01111011
00001010 00100000 00100000 00100000 00100000 01110000 01110010 01101001
01101110 01110100 01100110 00101000 00100010 01001000 01100101 01101100
01101100 01101111 00101100 00100000 01110111 01101111 01110010 01101100
01100100 01011100 01101110 00100010 00101001 00111011 00001010 00100000
00100000 00100000 00100000 01110010 01100101 01110100 01110101 01110010
01101110 00100000 00110000 00111011 00001010 01111101
```

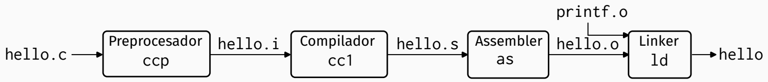
Un programa

Un programa … en caracteres

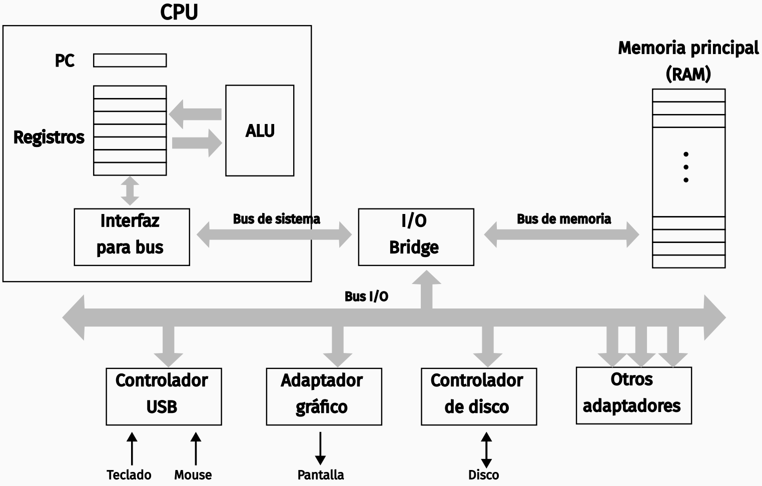
#	i	n	c	l	u	d	e	<sp>	<	s	t	d	i	o	.
35	105	110	99	108	117	100	101	32	60	115	116	100	105	111	46
h	>	\n	\n	i	n	t	<sp>	m	a	i	n	(	)	<sp>	{
104	62	10	10	105	110	116	32	109	97	105	110	40	41	32	123
\n	<sp>	<sp>	<sp>	<sp>	p	r	i	n	t	f	(	"	H	e	l
10	32	32	32	32	112	114	105	110	116	102	40	34	72	101	108
l	o	,	<sp>	w	o	r	l	d	\	n	"	)	;	\n	<sp>
108	111	44	32	119	111	114	108	100	92	110	34	41	59	10	32
<sp>	<sp>	<sp>	r	e	t	u	r	n	<sp>	0	;	\n	}	\n	
32	32	32	114	101	116	117	114	110	32	48	59	10	125	10	

Compilación

El proceso de compilación



Para llegar a ejecutar en ...

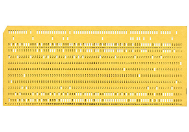


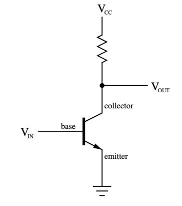
Contenidos

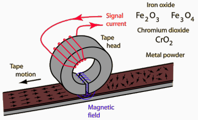
¿Cómo representar información?

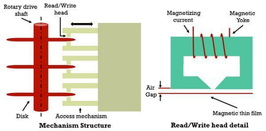
Bits

- Los computadores modernos funcionan en base a **bits**
- Un **bit** puede tener dos valores: 0 ó 1
- Diversas maneras de representar 0 y 1:
    - Hoyos en tarjetas
    - Voltaje alto o bajo en un circuito
    - Campo magnético en un sentido u otro
    - Presencia o ausencia de una señal
- La tecnología moderna permite agrupar miles, millones, billones, trillones de estas unidades de información
    - Poco espacio
    - Alta densidad
    - Bajo consumo energético
    - Fácil de construir





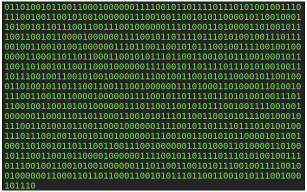




¿Cómo representar información?

Bits

- Los bits son muy convenientes para representar información
- Pero los humanos usamos 10 valores
- Distintos **sistemas de representación numérica**
    - Computadores: 0, 1, 10, 11, 100, 101, 110, 111, 1000, 1001, 1010, 1011, 1100, 1101, 1110, ...
    - Humanos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, ...
- Ambos sistemas siguen reglas similiares, pero con diferente cantidad de dígitos
    - Computadores: representación **binaria**, base 2
    - Humanos: representación **decimal**, base 10
    - Hay muchas más ...



Sistemas de representación numérica

Los números (naturales) son infinitos.

- Usamos D símbolos (dígitos) para representar lo que podemos.
- Cuando se nos acaban los dígitos, agregamos una **posición** más.
- La nueva posición indica cuántas veces hemos pasado todos los dígitos de la posición anterior.
- En base 10, usamos 10 dígitos ($D = 10$)

$$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, \ldots$$

- Podría escribirse como:

$$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 1 \times D, 1 \times D+1, 1 \times D+2, 1 \times D+3, \ldots, 2 \times D, 2 \times D+1, \ldots$$

- Un número en base 10 como 13425, es una abreviación de la expresión:

$$1 \times 10000 + 3 \times 1000 + 4 \times 100 + 2 \times 10 + 5 \times 1$$

- Pero también se puede escribir usando la base $D = 10$:

$$1 \times 10^4 + 3 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 5 \times 10^0$$

- Estos sistemas se conocen como sistemas de representación posicional

Lo mismo pero con $D = 2$

- Con $D = 2$ solo tenemos dos dígitos: 0 y 1.
- Cuando se nos acaban los dígitos, agregamos una **posición** más.
- Usamos la misma idea que cuando teníamos $D = 10$.

$$0, 1, 10, 11, 100, 101, 110, 111, 1000, 1001, 1010, 1011, 1100, 1101, 1110, 1111, 10000, \ldots$$

- Podría escribirse como:

$$0, 1, 1{\times}D, 1{\times}D{+}1, 1{\times}D{\times}D, 1{\times}D{\times}D{+}1, 1{\times}D{\times}D{+}1{\times}D, 1{\times}D{\times}D{+}1{\times}D{+}1{\times}1, \ldots$$

$$0, 1, 1 \times D, 1 \times D + 1, 1 \times D^2, 1 \times D^2 + 1, 1 \times D^2 + 1 \times D, 1 \times D^2 + 1 \times D + 1, \ldots$$

$$0, 1, 1 \times 2, 1 \times 2 + 1, 1 \times 2^2, 1 \times 2^2 + 1, 1 \times 2^2 + 1 \times 2, 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1, \ldots$$

$$0, 1, 1 \times 2, 1 \times 2 + 1, 1 \times 4, 1 \times 4 + 1, 1 \times 4 + 1 \times 2, 1 \times 4 + 1 \times 2 + 1, \ldots$$

- Un número en base 2 como 101010, es una abreviación de la expresión:

$$1 \times 32 + 0 \times 16 + 1 \times 8 + 0 \times 4 + 1 \times 2 + 0 \times 1$$

- Pero también se puede escribir usando la base $D = 2$:

$$1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$$

Ahora podemos hacer algunas equivalencias:

Base 10	Descomposición	Base 2	Descomposición
0	0×10^0	0	0×2^0
1	1×10^0	1	1×2^0
2	2×10^0	10	$1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$
3	3×10^0	11	$1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$
4	4×10^0	100	$1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0$
5	5×10^0	101	$1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$
6	6×10^0	110	$1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$
7	7×10^0	111	$1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$
8	8×10^0	1000	$1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0$
9	9×10^0	1001	$1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$
10	$1 \times 10^1 + 0 \times 10^0$	1010	$1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$
11	$1 \times 10^1 + 1 \times 10^0$	1011	$1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$
12	$1 \times 10^1 + 2 \times 10^0$	1100	$1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0$
13	$1 \times 10^1 + 3 \times 10^0$	1101	$1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$
14	$1 \times 10^1 + 4 \times 10^0$	1110	$1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$
15	$1 \times 10^1 + 5 \times 10^0$	1111	$1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$
16	$1 \times 10^1 + 6 \times 10^0$	10000	$1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0$
17	$1 \times 10^1 + 7 \times 10^0$	10001	$1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$
18	$1 \times 10^1 + 8 \times 10^0$	10010	$1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$
19	$1 \times 10^1 + 9 \times 10^0$	10011	$1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$
20	$2 \times 10^1 + 0 \times 10^0$	10100	$1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0$
100	$1 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 0 \times 10^0$	1100100	$1 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 1 \times 2^2$
1000	1×10^3	1111101000	$1 \times 2^9 + 1 \times 2^8 + 1 \times 2^7 + 1 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 1 \times 2^3$

Sistemas de representación numérica

También podemos abreviar un poco:

Base 10	Descomposición	Base 2	Descomposición
0	0×1	0	0×1
1	1×1	1	1×1
2	2×1	10	$1 \times 2 + 0 \times 1$
3	3×1	11	$1 \times 2 + 1 \times 1$
4	4×1	100	$1 \times 4 + 0 \times 2 + 0 \times 1$
5	5×1	101	$1 \times 4 + 0 \times 2 + 1 \times 1$
6	6×1	110	$1 \times 4 + 1 \times 2 + 0 \times 1$
7	7×1	111	$1 \times 4 + 1 \times 2 + 1 \times 1$
8	8×1	1000	$1 \times 8 + 0 \times 4 + 0 \times 2 + 0 \times 1$
9	9×1	1001	$1 \times 8 + 0 \times 4 + 0 \times 2 + 1 \times 1$
10	$1 \times 10 + 0 \times 1$	1010	$1 \times 8 + 0 \times 4 + 1 \times 2 + 0 \times 1$
11	$1 \times 10 + 1 \times 1$	1011	$1 \times 8 + 0 \times 4 + 1 \times 2 + 1 \times 1$
12	$1 \times 10 + 2 \times 1$	1100	$1 \times 8 + 1 \times 4 + 0 \times 2 + 0 \times 1$
13	$1 \times 10 + 3 \times 1$	1101	$1 \times 8 + 1 \times 4 + 0 \times 2 + 1 \times 1$
14	$1 \times 10 + 4 \times 1$	1110	$1 \times 8 + 1 \times 4 + 1 \times 2 + 0 \times 1$
15	$1 \times 10 + 5 \times 1$	1111	$1 \times 8 + 1 \times 4 + 1 \times 2 + 1 \times 1$
16	$1 \times 10 + 6 \times 1$	10000	$1 \times 16 + 0 \times 8 + 0 \times 4 + 0 \times 2 + 0 \times 1$
17	$1 \times 10 + 7 \times 1$	10001	$1 \times 16 + 0 \times 8 + 0 \times 4 + 0 \times 2 + 1 \times 1$
18	$1 \times 10 + 8 \times 1$	10010	$1 \times 16 + 0 \times 8 + 0 \times 4 + 1 \times 2 + 0 \times 1$
19	$1 \times 10 + 9 \times 1$	10011	$1 \times 16 + 0 \times 8 + 0 \times 4 + 1 \times 2 + 1 \times 1$
20	$2 \times 10 + 0 \times 1$	10100	$1 \times 16 + 0 \times 8 + 1 \times 4 + 0 \times 2 + 0 \times 1$
100	$1 \times 100 + 0 \times 10 + 0 \times 1$	1100100	$1 \times 64 + 1 \times 32 + 1 \times 4$
1000	1×1000	1111101000	$1 \times 512 + 1 \times 256 + 1 \times 128 + 1 \times 64 + 1 \times 32 + 1 \times 8$

Conversión de binario a decimal

Tip: usaremos la notación $(x)_2$ o $(x)_{10}$ para indicar si la representación de x es binaria o decimal. Si no se usa nada, será por defecto decimal.

Suponiendo que la posición de más a la derecha es la posición 0, y que van aumentando a medida que nos movemos la izquierda, y que la última posición es la $n-1$, podemos convertir cualquier número binario de n bits a su equivalente decimal usando:

$$\sum_{k=0}^{n-1} s_k \times 2^k$$

donde s_k es el símbolo (bit) que se encuentra en la posición k.

Ejemplo: convertir $(100110101)_2$ a decimal:

$$1 \times 2^0 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^5 + 1 \times 2^8$$

$$= 1 + 4 + 16 + 32 + 256$$

$$= 309$$

Conversión de decimal a binario

¡Disfruten el curso!