



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
PROFESORES: CONSTANZA DEL CAMPO, CAMILO SÁNCHEZ
AYUDANTES: AGUSTÍN GILBERT, MARTINA RUZ,
SANTIAGO MARCANO, OMAR NEYRA

Introducción al Álgebra y Geometría - MAT1207 Ayudantía 4

2 de Abril, 2024

Ejercicio 1: Demuestre usando doble contención la siguiente igualdad. Recuerde que $A = B \iff A \subseteq B \wedge B \subseteq A$

$$A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$$

Ejercicio 2: Sean A, B, C conjuntos en el universo U . Usando las reglas de operaciones entre conjuntos (conmutatividad, De Morgan, asociatividad,...), pruebe que si $A \cup C = B$ entonces:

$$(B \setminus A) \setminus [(A^c \setminus B) \cup C] = \emptyset$$

Ejercicio 3: Para cada una de las siguientes, escriba la negación y demuestre la proposición o la negación.

- (a) $\forall x \in \mathbb{R} : (x > 2) \rightarrow (x \geq 3)$
- (b) $\forall x \in \mathbb{R} : [(x < 3) \vee \exists y \in \mathbb{R} : xy = 3]$
- (c) $\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R} : (x > y) \rightarrow (x^2 < y^2)$

Ejercicio 4: Determine justificadamente el valor de verdad de las siguientes proposiciones. Concluya.

- (a) $\exists m \in \mathbb{Z}^+, \exists n \in \mathbb{Z}^+ : m < n$.
- (b) $\exists n \in \mathbb{Z}^+, \forall m \in \mathbb{Z}^+ : m < n$.
- (c) $\forall n \in \mathbb{Z}^+, \exists m \in \mathbb{Z}^+ : m < n$.
- (d) $\exists m \in \mathbb{Z}^+, \forall n \in \mathbb{Z}^+ : m < n$.

Ejercicio 5: Niegue las siguientes proposiciones:

- (a) $\forall n \in \mathbb{N} : n \text{ es primo} \rightarrow n^2 + n + 41 \text{ es primo}$
- (b) $\exists n \in \mathbb{R} : n^2 = 2$
- (c) $\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, \forall z \in \mathbb{R} : (y < z) \rightarrow [(x \leq y) \vee (x \geq z) \vee (y < x < z)]$

Ejercicio 6: (propuesto) Escriba las siguientes frases en lenguaje matemático y determine cual es la negación de la proposición principal.

”Todos los chilenos son buenos para las matemáticas”

- (a) Todos los chilenos son malos para las matemáticas.
- (b) Todos los chilenos no son malos para las matemáticas.
- (c) Hay chilenos que son malos para las matemáticas.
- (d) Hay chilenos que no son buenos para las matemáticas.
- (e) Todos los que son buenos para las matemáticas son chilenos.

- (f) Todos los que no son buenos para las matemáticas son chilenos.

Ejercicio 7:(propuesto) Escriba las siguientes frases en lenguaje matematico. Hint: recuerde el uso de funciones proposicionales, ej: $R(x) := x$ es buena persona.

- (a) Las guaguas son ilógicas.
- (b) Nadie quien pueda tener controlado a un león es despistado.
- (c) Las personas ilógicas son despistadas.
- (d) Las guaguas no pueden mantener controlado a los leones.

¿La ultima afirmación se pueden seguir de las tres primeras? Demuestre.

Ejercicio 8:(propuesto)

- (a) Sea $A = \{-3, -2, -1, \frac{1}{2}\}$ y $B = \{-\frac{1}{2}, 1, 2, 3, 4, 5\}$. Determine justificadamente el valor de verdad de las siguientes proposiciones:
 - (i) $\forall x \in A, \exists y \in B : x + y = 0$.
 - (ii) $\exists x \in A, \forall y \in B : x + y = 0$.
- (b) Sea $A = \{3, 2, 1, \frac{1}{2}\}$ y $B = \{0, 2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}\}$. Determine justificadamente el valor de verdad de las siguientes proposiciones:
 - (i) $\forall x \in A, \exists y \in B : x \cdot y = 1$.
 - (ii) $\exists x \in A, \forall y \in B : x \cdot y = 0$.

Ejercicio 9:(propuesto)Traduzca al lenguaje matematico la siguiente frase:

”Existe un unico numero natural que es menor o igual que todos los demas naturales”

luego niegue la proposicion matematica.