Clase 03 - Representación Numérica

IIC1001 - Algoritmos y Sistemas Computacionales

Cristian Ruz – cruz@uc.cl

Miércoles 13-Marzo-2024

Departamento de Ciencia de la Computación
Escuela de Ingeniería
Pontificia Universidad Católica de Chile

Contenidos

Contenidos

Contacto

🥇

ignaciomunoz@uc.cl

Ignacio Muñoz

Ayudante jefe

- Coordinación
- Notas de actividades, interrogaciones
- Todo lo que no sé donde más enviar

🐐

vicente.cabra@uc.cl

Vicente Cabra

Ayudante

- Materia

🐚

fernando.concha@uc.cl

Fernando Concha

Ayudante

- Materia

🐸

alejandro.tapia@uc.cl

Alejandro Tapia

Ayudante

- Materia

Contenidos

Temas del curso

Sistemas computacionales

- Representación datos, números y compresión
- Funcionamiento hardware, procesadores y memoria.
- Funcionamiento de sistemas operativos: ejemplo scheduling
- Funcionamiento de Internet
- Herramientas computacionales: github + latex

Algoritmos

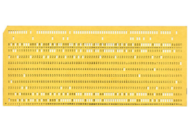
- Algoritmos y resolución de problemas
- Eficiencia algorítmica
- Estructuras secuenciales y ordenamiento
- Grafos y árboles

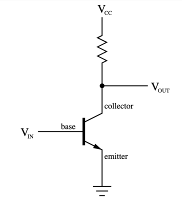
Contenidos

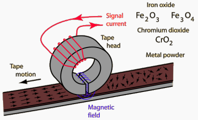
¿Cómo representar información?

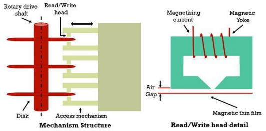
Bits

- Los computadores modernos funcionan en base a **bits**
- Un **bit** puede tener dos valores: 0 ó 1
- Diversas maneras de representar 0 y 1:
    - Hoyos en tarjetas
    - Voltaje alto o bajo en un circuito
    - Campo magnético en un sentido u otro
    - Presencia o ausencia de una señal
- La tecnología moderna permite agrupar miles, millones, billones, trillones de estas unidades de información
    - Poco espacio
    - Alta densidad
    - Bajo consumo energético
    - Fácil de construir





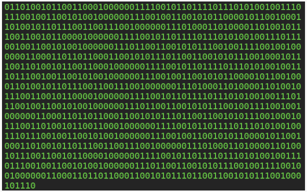




¿Cómo representar información?

Bits

- Los bits son muy convenientes para representar información
- Pero los humanos usamos 10 valores
- Distintos **sistemas de representación numérica**
  - Computadores: 0, 1, 10, 11, 100, 101, 110, 111, 1000, 1001, 1010, 1011, 1100, 1101, 1110, ...
  - Humanos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, ...
- Ambos sistemas siguen reglas similiares, pero con diferente cantidad de dígitos
  - Computadores: representación **binaria**, base 2
  - Humanos: representación **decimal**, base 10
  - Hay muchas más ...



Los números (naturales) son infinitos.

- Usamos D símbolos (dígitos) para representar lo que podemos.
- Cuando se nos acaban los dígitos, agregamos una **posición** más.
- La nueva posición indica cuántas veces hemos pasado todos los dígitos de la posición anterior.
- En base 10, usamos 10 dígitos ($D = 10$)

$$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, \ldots$$

- Podría escribirse como:

$$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 1 \times D, 1 \times D + 1, 1 \times D + 2, 1 \times D + 3, \ldots, 2 \times D, 2 \times D + 1, \ldots$$

- Un número en base 10 como 13425, es una abreviación de la expresión:

$$1 \times 10000 + 3 \times 1000 + 4 \times 100 + 2 \times 10 + 5 \times 1$$

- Pero también se puede escribir usando la base $D = 10$:

$$1 \times 10^4 + 3 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 5 \times 10^0$$

- Estos sistemas se conocen como sistemas de representación posicional

Lo mismo pero con $D = 2$

- Con $D = 2$ solo tenemos dos dígitos: 0 y 1.
- Cuando se nos acaban los dígitos, agregamos una **posición** más.
- Usamos la misma idea que cuando teníamos $D = 10$.

$$0, 1, 10, 11, 100, 101, 110, 111, 1000, 1001, 1010, 1011, 1100, 1101, 1110, 1111, 10000, \ldots$$

- Podría escribirse como:

$$0, 1, 1{\times}D, 1{\times}D{+}1, 1{\times}D{\times}D, 1{\times}D{\times}D{+}1, 1{\times}D{\times}D{+}1{\times}D, 1{\times}D{\times}D{+}1{\times}D{+}1{\times}1, \ldots$$

$$0, 1, 1 \times D, 1 \times D + 1, 1 \times D^2, 1 \times D^2 + 1, 1 \times D^2 + 1 \times D, 1 \times D^2 + 1 \times D + 1, \ldots$$

$$0, 1, 1 \times 2, 1 \times 2 + 1, 1 \times 2^2, 1 \times 2^2 + 1, 1 \times 2^2 + 1 \times 2, 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1, \ldots$$

$$0, 1, 1 \times 2, 1 \times 2 + 1, 1 \times 4, 1 \times 4 + 1, 1 \times 4 + 1 \times 2, 1 \times 4 + 1 \times 2 + 1, \ldots$$

- Un número en base 2 como 101010, es una abreviación de la expresión:

$$1 \times 32 + 0 \times 16 + 1 \times 8 + 0 \times 4 + 1 \times 2 + 0 \times 1$$

- Pero también se puede escribir usando la base $D = 2$:

$$1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$$

Sistemas de representación numérica

Ahora podemos hacer algunas equivalencias:

Base 10	Descomposición	Base 2	Descomposición
0	0×10^0	0	0×2^0
1	1×10^0	1	1×2^0
2	2×10^0	10	$1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$
3	3×10^0	11	$1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$
4	4×10^0	100	$1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0$
5	5×10^0	101	$1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$
6	6×10^0	110	$1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$
7	7×10^0	111	$1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$
8	8×10^0	1000	$1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0$
9	9×10^0	1001	$1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$
10	$1 \times 10^1 + 0 \times 10^0$	1010	$1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$
11	$1 \times 10^1 + 1 \times 10^0$	1011	$1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$
12	$1 \times 10^1 + 2 \times 10^0$	1100	$1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0$
13	$1 \times 10^1 + 3 \times 10^0$	1101	$1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$
14	$1 \times 10^1 + 4 \times 10^0$	1110	$1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$
15	$1 \times 10^1 + 5 \times 10^0$	1111	$1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$
16	$1 \times 10^1 + 6 \times 10^0$	10000	$1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0$
17	$1 \times 10^1 + 7 \times 10^0$	10001	$1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$
18	$1 \times 10^1 + 8 \times 10^0$	10010	$1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$
19	$1 \times 10^1 + 9 \times 10^0$	10011	$1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$
20	$2 \times 10^1 + 0 \times 10^0$	10100	$1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0$
100	$1 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 0 \times 10^0$	1100100	$1 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 1 \times 2^2$
1000	1×10^3	1111101000	$1 \times 2^9 + 1 \times 2^8 + 1 \times 2^7 + 1 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 1 \times 2^3$

También podemos abreviar un poco:

Base 10	Descomposición	Base 2	Descomposición
0	0×1	0	0×1
1	1×1	1	1×1
2	2×1	10	$1 \times 2 + 0 \times 1$
3	3×1	11	$1 \times 2 + 1 \times 1$
4	4×1	100	$1 \times 4 + 0 \times 2 + 0 \times 1$
5	5×1	101	$1 \times 4 + 0 \times 2 + 1 \times 1$
6	6×1	110	$1 \times 4 + 1 \times 2 + 0 \times 1$
7	7×1	111	$1 \times 4 + 1 \times 2 + 1 \times 1$
8	8×1	1000	$1 \times 8 + 0 \times 4 + 0 \times 2 + 0 \times 1$
9	9×1	1001	$1 \times 8 + 0 \times 4 + 0 \times 2 + 1 \times 1$
10	$1 \times 10 + 0 \times 1$	1010	$1 \times 8 + 0 \times 4 + 1 \times 2 + 0 \times 1$
11	$1 \times 10 + 1 \times 1$	1011	$1 \times 8 + 0 \times 4 + 1 \times 2 + 1 \times 1$
12	$1 \times 10 + 2 \times 1$	1100	$1 \times 8 + 1 \times 4 + 0 \times 2 + 0 \times 1$
13	$1 \times 10 + 3 \times 1$	1101	$1 \times 8 + 1 \times 4 + 0 \times 2 + 1 \times 1$
14	$1 \times 10 + 4 \times 1$	1110	$1 \times 8 + 1 \times 4 + 1 \times 2 + 0 \times 1$
15	$1 \times 10 + 5 \times 1$	1111	$1 \times 8 + 1 \times 4 + 1 \times 2 + 1 \times 1$
16	$1 \times 10 + 6 \times 1$	10000	$1 \times 16 + 0 \times 8 + 0 \times 4 + 0 \times 2 + 0 \times 1$
17	$1 \times 10 + 7 \times 1$	10001	$1 \times 16 + 0 \times 8 + 0 \times 4 + 0 \times 2 + 1 \times 1$
18	$1 \times 10 + 8 \times 1$	10010	$1 \times 16 + 0 \times 8 + 0 \times 4 + 1 \times 2 + 0 \times 1$
19	$1 \times 10 + 9 \times 1$	10011	$1 \times 16 + 0 \times 8 + 0 \times 4 + 1 \times 2 + 1 \times 1$
20	$2 \times 10 + 0 \times 1$	10100	$1 \times 16 + 0 \times 8 + 1 \times 4 + 0 \times 2 + 0 \times 1$
100	$1 \times 100 + 0 \times 10 + 0 \times 1$	1100100	$1 \times 64 + 1 \times 32 + 1 \times 4$
1000	1×1000	1111101000	$1 \times 512 + 1 \times 256 + 1 \times 128 + 1 \times 64 + 1 \times 32 + 1 \times 8$

Conversión de binario a decimal

Tip: usaremos la notación $(x)_2$ o $(x)_{10}$ para indicar si la representación de x es binaria o decimal. Si no se usa nada, será por defecto decimal.

Suponiendo que la posición de más a la derecha es la posición 0, y que van aumentando a medida que nos movemos la izquierda, y que la última posición es la $n-1$, podemos convertir cualquier número binario de n bits a su equivalente decimal usando:

$$\sum_{k=0}^{n-1} s_k \times 2^k$$

donde s_k es el símbolo (bit) que se encuentra en la posición k.

Ejemplo: convertir $(100110101)_2$ a decimal:

$$1 \times 2^0 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^5 + 1 \times 2^8$$

$$= 1 + 4 + 16 + 32 + 256$$

$$= 309$$

Conversión de decimal a binario

Algoritmo de división sucesiva.

1. Dividir el número *n* por 2. El cuociente es el nuevo *n*, y el resto (0 ó 1) se ubica a la izquierda del resultado.
2. Repetir el proceso hasta que el cuociente sea 0.

$n = 42$

n	Cuociente	Resto	Resultado
42	21	0	0
21	10	1	10
10	5	0	010
5	2	1	1010
2	1	0	01010
1	0	1	101010

Base 16: Hexadecimal

Si bien los computadores utilizan 0 y 1, muchas representaciones son más fáciles de manipular si se trabajan en grupos. La representación en base 16 se conoce como hexadecimal y requiere de 16 dígitos. Como no conocemos más que 10, agregamos las primeras 6 letras (*A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*).

Base 10	Base 16	Base 2
0	0	0
1	1	1
2	2	10
3	3	11
4	4	100
5	5	101
6	6	110
7	7	111
8	8	1000
9	9	1001
10	A	1010
11	B	1011
12	C	1100
13	D	1101
14	E	1110
15	F	1111
16	10	10000
17	11	10001
18	12	10010
19	13	10011
20	14	10100
42	2A	101010
100	64	1100100
1000	3E8	1111101000