

VILNIAUS UNIVERSITETAS
MATEMATIKOS IR INFORMATIKOS FAKULTETAS
EKONOMETRINĖS ANALIZĖS KATEDRA

Monika ŠEŠTOKAITĖ ir Simona PLONYTĖ

CAPM ir akcijų portfelio konstravimas

Kursinio darbo vadovas prof. Remigijus LEIPUS

Ekonometrija, III kursas, I grupė

VILNIUS 2011

Ekonometrinio projekto pradinė duomenų analizė

1 Tikslas

Šioje analizėje bus išbrėžti duomenų grafikai, paskaičiuoti svarbiausi vidurkiai, dispersijos, standartiniai nuokrypiai ir koreliacijos. Po modelių sudarymo aukso, Microsoft ir Apple akcijų grąžoms bus įvertinti ir interpretuoti koeficientai, R^2 , liekanos. Patikrinsime hipotezes apie α ir β reikšmes. Taip pat sukonstruosime kelis akcinio kapitalo portfelius iš nagrinėjamų akcijų bei juos įvertinsime.

2 Duomenys

Analizei pasirinkome aukso kainas bei Microsoft ir Apple korporacijų akcijų kainas. Taip pat buvo reikalingos Standard&Poor 500 indekso reikšmės, bei JAV vyriausybės leidžiamų trumpalaikių (30 dienų) išdo vekselių grąžos. Iš kainų ir indekso reikšmių, paskaičiavome grąžas, kuriomis rėmėmės tolimesnėje analizėje. Duomenys – dieniniai, su reikšmėmis nuo 2001 rugpjūčio 1d. iki 2011 liepos 29 d. Nedarbo dienų duomenys nebuvo pateikti, o trūkstamos reikšmės, kai visi likę tos dienos duomenys žinomi, užpildytos tiesiškai interpoliuojant.

Čia Standard&Poor 500 indekso reikšmių pokyčiai atitiks bendro finansų rinkos investicinio portfelio grąžas r_m , o JAV vyriausybės leidžiamų trumpalaikių (30 dienų) išdo vekselių grąžos – r_f . Taip pat dar bus naudojama visos rinkos rizikos premija – $(r_m - r_f)$ ir j -ojo vertybinio popieriaus rizikos premija – $(r_j - r_f)$, kur r_j – vertybinio popieriaus j grąža.

3 CAPM

CAPM (*angl. Capital Asset Pricing Model*) – tai modelis, apibūdinantis santykį tarp investicinės rizikos ir laukiamos akcinio kapitalo grąžos.

Kadangi investuotojas nori ne tik maksimizuoti akcinio kapitalo grąžas, tačiau ir minimizuoti riziką, tai rizika dažniausiai laikomas standartinis nuokrypis nuo laukiamos grąžos σ^2 .

Pagrindinė modelio priklausomybė yra tiesinė:

$$r_j - r_f = \alpha_j + \beta_j \cdot (r_m - r_f) + \epsilon_j,$$

kur $\beta = \frac{\sigma_{jm}}{\sigma_m^2}$, σ_{jm} – kovariacija tarp akcijos j grąžų ir rinkos grąžų, o σ_m^2 – rinkos grąžų dispersija.

Taikant CAPM modelį konstruojant akcinio kapitalo portfelį, svarbų vaid-

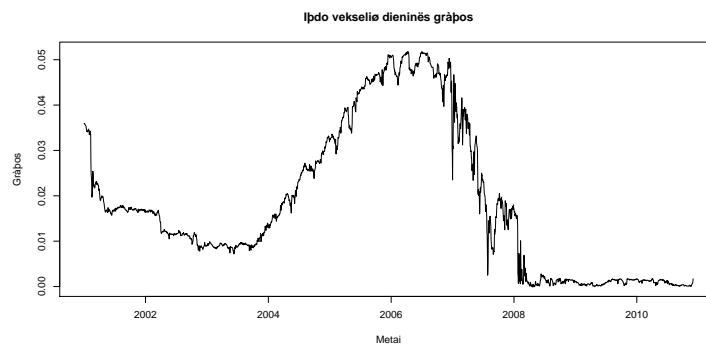
menį vaidima diversifikavimas – investavimas į kelias finansines priemones. Taip galima suskaidyti riziką ir optimalizuoti portfelį.

4 Grafikai

4.1 JAV išdo vekseliai

Išdo vekselius laikysime nerizikinga investicija. Jų dieninių grąžų grafikas atrodo taip:

```
> tbills = ts(capm$Return[2:2501], start = 2001, frequency = 252)
```



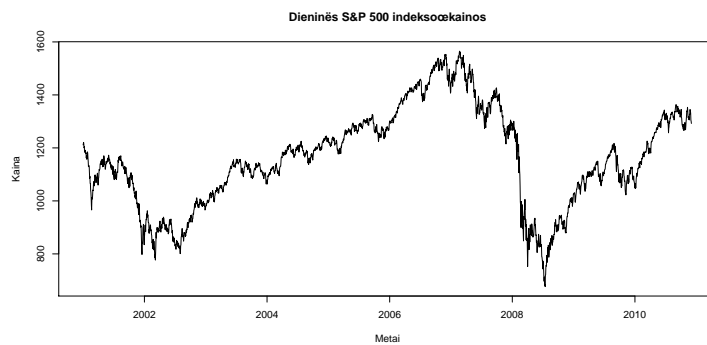
1 pav.: JAV išdo vekselių dienos grąžos

4.2 Indekso Standard & Poor's 500 akcijų dienos kainos ir grąžos

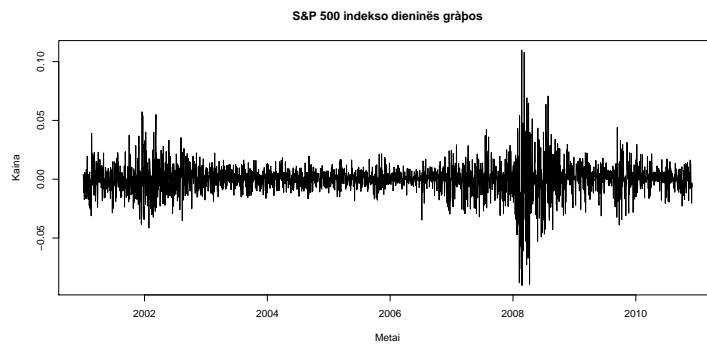
Indeksas Standard & Poor's 500 atstovaus visą ar bent didžiąją dalį Jungtinių Amerikos Valstijų rinkos. Indeksą sudaro 500 didžiausių pelną gaunančių JAV įmonių. Indekso akcijų grafikas neblogai atspindi pastarųjų dešimties metų rinkos būklę JAV - pakilimus ir nuosmūkius. Akcijų grąžų grafikas taip pat vaizduoja, jog krizės metu (2008-2009) akcijų grąžų dispersija daug didesnė, tai reiškia rinka mažiau stabili.

Indekso dieninių akcijų kainų ir grąžų grafikai:

```
> SP500_price_ts = ts(capm$SP500, start = 2001, frequency = 252)
> SP500_return_ts = ts(diff(capm$SP500)[1:2500]/capm$SP500[1:2500],
+ start = 2001, frequency = 252)
```



2 pav.: S&P 500 dieninės akcijų kainos



3 pav.: S&P 500 dieninių grąžų grafikas

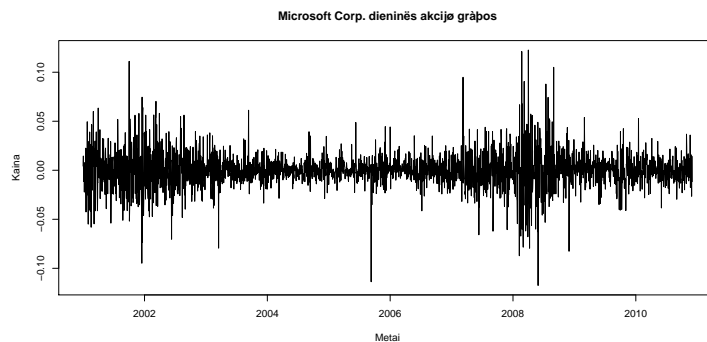
4.3 Microsoft Corporation

Pirma įmonė, kurios dieninių akcijų grąžų priklausomybę nuo rinkos akcijų grąžų tirsime, - Microsoft Corporation. Žemiau pateikiami įmonės dienos akcijų bei akcijų grąžų grafikai:

```
> Microsoft_price_ts = ts(capm$Microsoft, start = 2001, frequency = 252)
> Microsoft_return_ts = ts(diff(capm$Microsoft)[1:2500]/capm$Microsoft[1:2500],
+   start = 2001, frequency = 252)
```



4 pav.: Microsoft akcijų dienos kainos

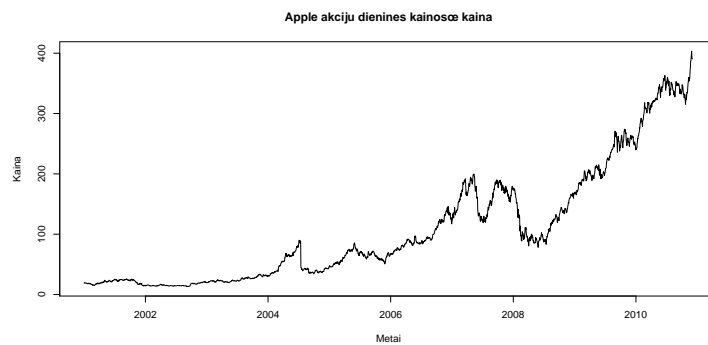


5 pav.: Microsoft akcijų grąžų dienos reikšmės

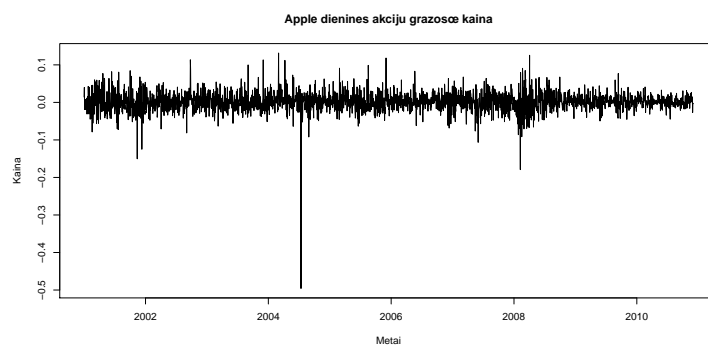
4.4 Apple Inc.

Antra įmonė, kurios dieninių akcijų grąžų priklausomybę nuo rinkos akcijų grąžų tirsime, yra Apple Inc. Žemiau pateikiami akcijų kainos ir akcijų grąžos grafikai. Iš jų matyti, kad įmonės akcijos per pastaruosius keletą metų stabiliai kilo. Be to, ir akcijų grąžos per dešimties metų laikotarpį išlaikė pakankamai mažus svyravimus.

```
> Apple_price_ts = ts(capm$Apple, start = 2001, frequency = 252)
> Apple_return_ts = ts(diff(capm$Apple)[1:2500]/capm$Apple[1:2500],
+   start = 2001, frequency = 252)
```



6 pav.: Apple Inc. dienos akcijų kaina



7 pav.: Apple Inc. dienos akcijų grąža

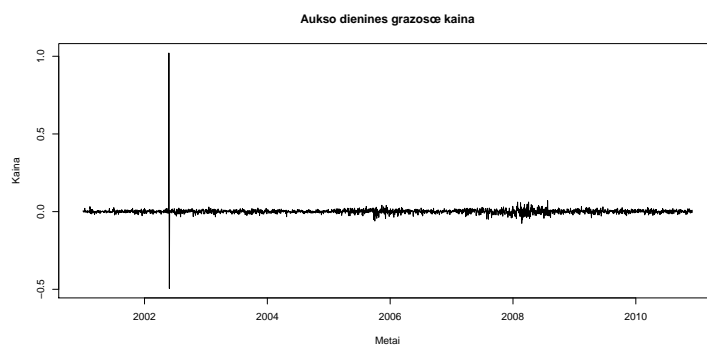
4.5 Auksas

Brangusis metalas, kurio kaina pastaruosius kelis metus sparčiai kyla, o grąžų dispersija itin stabili. Pateikiami grafikai: aukso dienos kainos ir aukso grąžos.

```
> Gold_price_ts = ts(capm$Gold, start = 2001, frequency = 252)
> Gold_return_ts = ts(diff(capm$Gold)[1:2500]/capm$Gold[1:2500],
+   start = 2001, frequency = 252)
```



8 pav.: Aukso kaina per 10 metų



9 pav.: Aukso kainų grąžos

5 Aprašomoji duomenų statistika

Pateikiami išdo vekselių, indekso S&P 500 (rinkos) akcijų, Microsoft Corp., Apple Inc. akcijų grąžų bei rizikos premijų vidurkiai, dispersijos ir standartiniai nuokrypiai, koreliacijos tarp įmonių ir aukso rizikos premijų ir rinkos rizikos premijų.

```
> mean(rkfree)
```

```
[1] 0.01829512
```

```
> mean(market)
```

```
[1] 0.0001173288
```

```
> mean(microsoft)
```

```
[1] 0.0001968397

> mean(apple)

[1] 0.001608632

> mean(gold)

[1] 0.0009951793

> mean(mrp)

[1] -0.01817779

> mean(microsoftrp)

[1] -0.01809828

> mean(applerp)

[1] -0.01668649

> mean(goldrp)

[1] -0.01729994

> var(mrp)

[1] 0.0004534929

> var(microsoftrp)

[1] 0.0006254522

> var(applerp)

[1] 0.001004113

> var(goldrp)

[1] 0.0009205863

> sd(market)

[1] 0.01351913

> sd(microsoft)

[1] 0.01890601
```



```

> sd(apple)

[1] 0.02712791

> sd(mrp)

[1] 0.02129537

> sd(microsoftrp)

[1] 0.02500904

> sd(applerp)

[1] 0.03168774

> sd(goldrp)

[1] 0.03034117

> cor(mrp, microsoftrp)

[1] 0.85058

> cor(mrp, applerp)

[1] 0.6798573

> cor(mrp, goldrp)

[1] 0.421582

```

6 Kapitalo aktyvų įvertinimo modelis, koeficientų reikšmės

Sudarysime paprastą vieno kintamojo regresiją, kad ištirtume įmonių ir aukso rizikos premijų priklausomybę nuo rinkos svyravimų:

```

> microsoftmod = lm(microsoftrp ~ mrp)
> applemod = lm(applerp ~ mrp)
> goldmod = lm(goldrp ~ mrp)
> summary(microsoftmod)

```

Call:

```
lm(formula = microsoftrp ~ mrp)
```

Residuals:

	Min	1Q	Median	3Q	Max
	-0.1145259	-0.0061079	-0.0003215	0.0060080	0.0881884

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	5.972e-05	3.459e-04	0.173	0.863
mrp	9.989e-01	1.236e-02	80.845	<2e-16 ***

Signif. codes: 0 *** 0.001 ** 0.01 * 0.05 . 0.1 1

Residual standard error: 0.01315 on 2498 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.7235, Adjusted R-squared: 0.7234

F-statistic: 6536 on 1 and 2498 DF, p-value: < 2.2e-16

Koeficientas prie kintamojo *mrp* (rinkos rizikos premija) beveik lygus 1, todėl galima teigti, kad įmonės Microsoft akcijos stipriai priklauso nuo rinkos svyravimų, t.y. rinkos akcijų vertei nukritus ar pakilus 1%, įmonės akcijų vertė taip pat pakils arba nukris tokiu procentu. Laisvasis narys (Intercept) yra arti nulio, be to, jo p-reikšmė - 0.863 < 0.05, todėl H_0 hipotezę, kad laisvasis narys lygus nuliui, priimame su 5 proc. reikšmingumo lygmeniu. Tai reikštų, jog rinkos akcijų kainoms nesikeičiat, įmonės rizikos premija lygi nuliui. R^2 reikšmė nurodo, kad 72% įmonės (nesisteminės, specifinės) rizikos sudaro rinkos (sisteminė) rizika,

```
> summary(applemod)
```

Call:

```
lm(formula = applerp ~ mrp)
```

Residuals:

	Min	1Q	Median	3Q	Max
	-0.4908273	-0.0106316	-0.0008513	0.0104207	0.1394632

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	0.0017028	0.0006112	2.786	0.00538 **

```
mrp          1.0116349  0.0218332  46.335  < 2e-16 ***
```

```
---
```

```
Signif. codes:  0 *** 0.001 ** 0.01 * 0.05 . 0.1 1
```

```
Residual standard error: 0.02324 on 2498 degrees of freedom
```

```
Multiple R-squared:  0.4622,      Adjusted R-squared:  0.462
```

```
F-statistic: 2147 on 1 and 2498 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Šiame modelyje rinkos rizikos premijos koeficientas taip pat lygus 1, tad rinkos akcijų kainoms pasikeitus 1%, įmonės akcijos taip pat pasikeis 1%. Laisvasis narys nereikšmingas ($0.0053 > 0.05$), todėl investuotojas negali tikėtis jokios rizikos premijos, kai rinkos rizikos premija itin maža (lygi nuliui). R^2 reikšmė rodo, jog įmonės riziką sudaro 46% rinkos rizikos.

```
> summary(goldmod)
```

```
Call:
```

```
lm(formula = goldrp ~ mrp)
```

```
Residuals:
```

Min	1Q	Median	3Q	Max
-0.5064679	-0.0091613	0.0001817	0.0086898	1.0027069

```
Coefficients:
```

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	-0.0063813	0.0007237	-8.818	<2e-16 ***
mrp	0.6006605	0.0258498	23.237	<2e-16 ***

```
---
```

```
Signif. codes:  0 *** 0.001 ** 0.01 * 0.05 . 0.1 1
```

```
Residual standard error: 0.02752 on 2498 degrees of freedom
```

```
Multiple R-squared:  0.1777,      Adjusted R-squared:  0.1774
```

```
F-statistic: 539.9 on 1 and 2498 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

```
> plot(microsoftmod$res)
```

```
> plot(applemod$res)
```

```
> plot(goldmod$res)
```

```
> linearHypothesis(microsoftmod, "(Intercept) = 0")
```

Dar vienas modelis - aukso rizikos premijos priklausomybė nuo rinkos. Investicija į auksą, gali pasirodyti patraukliausia, nes koeficientas lygus 0.6 rodo, jog aukso kainų svyravimai mažiau reaguoja į rinkos nestabilumą. Tai ypač aktualu

nuosmūkio laikotarpiu. Nedidelis R^2 rodo, jog tik 17 % rinkos kainų paaiškina aukso kainų pokyčius, visa kita rizika priklauso nuo kitų aukso įkainojimo charakteristikų.

7 Hipotezių tikrinimas

Jei hipotezės p-reikšmė didesnė už 0.05, tai pateiktos R kode H_0 hipotezės neatmetame.

Linear hypothesis test

Hypothesis:

(Intercept) = 0

Model 1: restricted model

Model 2: microsoftrp ~ mrp

	Res.Df	RSS	Df	Sum of Sq	F	Pr(>F)
1	2499	0.43220				
2	2498	0.43219	1	5.1576e-06	0.0298	0.863

```
> linearHypothesis(applemod, "(Intercept) = 0")
```

Linear hypothesis test

Hypothesis:

(Intercept) = 0

Model 1: restricted model

Model 2: applerp ~ mrp

	Res.Df	RSS	Df	Sum of Sq	F	Pr(>F)
1	2499	1.3537				
2	2498	1.3495	1	0.0041927	7.761	0.005379 **

Signif. codes: 0 *** 0.001 ** 0.01 * 0.05 . 0.1 1

```
> linearHypothesis(goldmod, "(Intercept) = 0")
```

Linear hypothesis test

Hypothesis:

(Intercept) = 0

Model 1: restricted model

Model 2: goldrp ~ mrp

	Res.Df	RSS	Df	Sum of Sq	F	Pr(>F)
1	2499	1.9506				
2	2498	1.8917	1	0.058881	77.754	< 2.2e-16 ***

Signif. codes: 0 *** 0.001 ** 0.01 * 0.05 . 0.1 1

> linearHypothesis(microsoftmod, "mrp = 1")

Linear hypothesis test

Hypothesis:

mrp = 1

Model 1: restricted model

Model 2: microsoftrp ~ mrp

	Res.Df	RSS	Df	Sum of Sq	F	Pr(>F)
1	2499	0.43219				
2	2498	0.43219	1	1.3429e-06	0.0078	0.9298

> linearHypothesis(applemod, "mrp = 1")

Linear hypothesis test

Hypothesis:

mrp = 1

Model 1: restricted model

Model 2: applerp ~ mrp

	Res.Df	RSS	Df	Sum of Sq	F	Pr(>F)
1	2499	1.3496				
2	2498	1.3495	1	0.00015341	0.284	0.5942

> linearHypothesis(goldmod, "mrp = 1")

Linear hypothesis test

Hypothesis:

mrp = 1

Model 1: restricted model

Model 2: goldrp ~ mrp

	Res.Df	RSS	Df	Sum of Sq	F	Pr(>F)
1	2499	2.0724				
2	2498	1.8917	1	0.18073	238.65	< 2.2e-16 ***

Signif. codes: 0 *** 0.001 ** 0.01 * 0.05 . 0.1 1

8 Bandomasis portfelio konstravimas

Randame koreliacijas tarp įmonių, sukonstruotų portfelių akcijų gražų vidurkių (renkamės didžiausią), standartinius nuokrypius - riziką (renkamės mažiausią).

```
> port1 = microsoft/3 + apple/3 + gold/3
> port2 = microsoft/2 + gold/2
> port3 = microsoft/2 + apple/2
> port4 = apple/2 + gold/2
> cor(microsoft, gold)
```

```
[1] -0.007145938
```

```
> cor(microsoft, apple)
```

```
[1] 0.4238018
```

```
> cor(apple, gold)
```

```
[1] -0.004289957
```

```
> mean(port1)
```

```
[1] 0.0009335504
```

```
> mean(port2)
```

```
[1] 0.0005960095
```

```
> mean(port3)
```

```
[1] 0.000902736
```

```

> mean(port4)

[1] 0.001301906

> sd(port1)

[1] 0.01551168

> sd(port2)

[1] 0.01581773

> sd(port3)

[1] 0.01954533

> sd(port4)

[1] 0.01857581

> port1rp = port1 - rkfree
> port2rp = port2 - rkfree
> port3rp = port3 - rkfree
> port4rp = port4 - rkfree
> port1mod = lm(port1rp ~ mrp)
> port2mod = lm(port2rp ~ mrp)
> port3mod = lm(port3rp ~ mrp)
> port4mod = lm(port4rp ~ mrp)
> summary(port1mod)

Call:
lm(formula = port1rp ~ mrp)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-0.1784398 -0.0056514 -0.0001319  0.0053790  0.3355015

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -0.0015396   0.0003388  -4.544 5.77e-06 ***
mrp          0.8704023   0.0121012  71.927 < 2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 *** 0.001 ** 0.01 * 0.05 . 0.1 1

```

Residual standard error: 0.01288 on 2498 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.6744, Adjusted R-squared: 0.6742
F-statistic: 5173 on 1 and 2498 DF, p-value: < 2.2e-16

> summary(port2mod)

Call:

lm(formula = port2rp ~ mrp)

Residuals:

	Min	1Q	Median	3Q	Max
	-2.555e-01	-5.837e-03	-2.563e-06	5.435e-03	5.044e-01

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	-0.0031608	0.0003983	-7.936	3.13e-15 ***
mrp	0.7997860	0.0142270	56.216	< 2e-16 ***

Signif. codes: 0 *** 0.001 ** 0.01 * 0.05 . 0.1 1

Residual standard error: 0.01515 on 2498 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.5585, Adjusted R-squared: 0.5583
F-statistic: 3160 on 1 and 2498 DF, p-value: < 2.2e-16

> summary(port3mod)

Call:

lm(formula = port3rp ~ mrp)

Residuals:

	Min	1Q	Median	3Q	Max
	-0.2440350	-0.0073941	-0.0003438	0.0071824	0.0700775

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	0.0008813	0.0003643	2.419	0.0156 *
mrp	1.0052732	0.0130131	77.251	<2e-16 ***

Signif. codes: 0 *** 0.001 ** 0.01 * 0.05 . 0.1 1

Residual standard error: 0.01385 on 2498 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.7049, Adjusted R-squared: 0.7048
 F-statistic: 5968 on 1 and 2498 DF, p-value: < 2.2e-16

```
> summary(port4mod)
```

Call:

```
lm(formula = port4rp ~ mrp)
```

Residuals:

	Min	1Q	Median	3Q	Max
	-2.654e-01	-7.171e-03	-3.608e-05	6.843e-03	5.002e-01

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	-0.0023392	0.0004702	-4.975	6.98e-07 ***
mrp	0.8061477	0.0167968	47.994	< 2e-16 ***

Signif. codes: 0 *** 0.001 ** 0.01 * 0.05 . 0.1 1

Residual standard error: 0.01788 on 2498 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.4797, Adjusted R-squared: 0.4795

F-statistic: 2303 on 1 and 2498 DF, p-value: < 2.2e-16

Palyginus visų modelių koeficientus ir R^2 , geriausias yra ketvirtas portfelis, kurio akcijų kainų svyravimus tik 47% paaiškina rinkos nestabilumai. Kita vertus, portfelio nesisteminė rizika sudaro 53% ir gan aukštas koeficientas rodo, jog rinkos akcijų pokyčiai nemažai veikia portfelio akcijų vertės pokyčius. Likę portfeliai vis dėlto labiau priklauso nuo rinkos svyravimų.