

VILNIAUS UNIVERSITETAS
MATEMATIKOS IR INFORMATIKOS FAKULTETAS
EKONOMETRINĖS ANALIZĖS KATEDRA

Monika ŠEŠTOKAITĖ ir Simona PLONYTĖ

CAPM ir akcijų portfelio konstravimas

Kursinio darbo vadovas prof. Remigijus LEIPUS

Ekonometrija, III kursas, I grupė

VILNIUS 2011

Turiny

1	Įvadas	2
2	CAPM	3
3	Duomenys	4
3.1	JAV 30–ies dienų izdo vekseliai	4
3.2	Indekso Standard & Poor’s 500 akcijų dienos kainos ir grąžos	5
3.3	Microsoft Corp.	7
3.4	Apple Inc.	8
3.5	Auksas	10
4	Aprašomoji duomenų statistika	12
5	Kapitalo aktyvų įvertinimo modelis	14
5.1	Sudarytų modelių liekanų tikrinimas	15
6	Optimalaus portfelio paieška	17
6.1	Portfeliai iš dviejų aktyvų	17
6.2	Trijų aktyvų portfelis	20
6.3	Optimalių portfelių modeliai	24
7	Rezultatai ir išvados	27
8	Naudota literatūra ir kiti šaltiniai	28
A	Aprašomoji statistika	29
B	Modeliai ir jų liekanos	32
C	Portfeliai	36

1 Įvadas

2 CAPM

3 Duomenys

3.1 JAV 30–ies dienų išdo vekseliai

JAV vieno mėnesio išdo vekselius laikysime nerizikinga investicija. Nagrinėjami dieniniai duomenys nuo 2001 rugpjūčio 1 d. iki 2011 metų liepos pabaigos. Kadangi JAV išdo vekselių duomenys pateikti kaip dieninė diskonto norma antrinėje rinkoje, vekselių pelningumą galima apskaičiuojant naudojant dvi patogias formules:

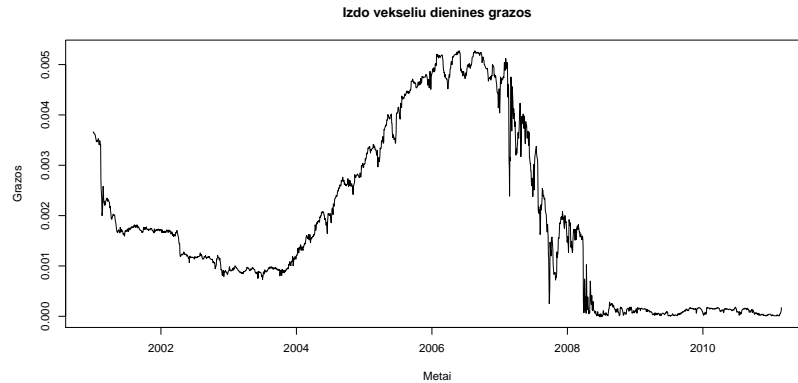
$$P = 100 - \left(100 \times \frac{d \times t}{360} \right).$$

Pasinaudojus šia formule iš diskonto normos išreiškiame kainą – iš nominalo atimtą nuolaidą. Čia nominalas lygus 100, P – išdo vekselio kaina, d – išdo vekselio diskonto norma, t – periodo dienų skaičius (mūsų atveju, 30 dienų). Turėdami kainą, galime rasti išdo vekselio pelningumą:

$$Y = \frac{100 - P}{P} \times \frac{365}{t}.$$

Čia Y – išdo vekselio pelningumas, $t = 30$.

1 pav. vaizduojamos JAV išdo vekselių dieninės grąžos.



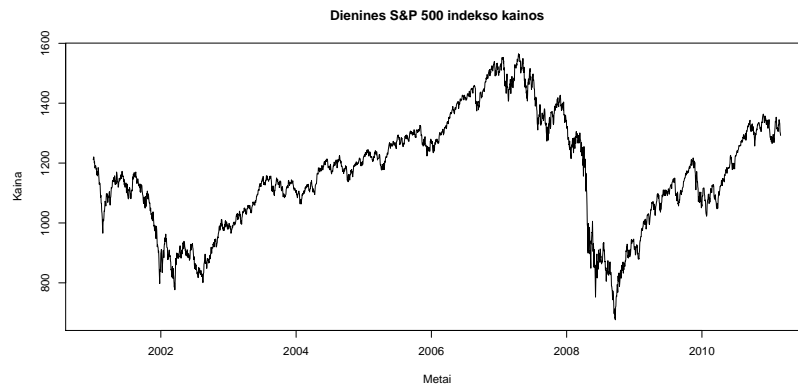
1 pav.: JAV 30–ies dienų izdo vekselių pelningumas

Grafikas gana išraiškingai atspindi nuo 2004 m. prasidėjusį ekonomikos pakilimą, išaugusį vartojimą ir analogiškas JAV vyriausybės pastangas pritraukti investuotojus didelėmis palūkanų normomis – izdo vekselių pelningumu. Vekselių pelningumas pasiekė aukščiausią lygį 2006 m., iki 2007 m. išlaikė pakankamai aukštą lygį, tačiau nuo 2007 m. palaipsniui mažėjo, kol galiausiai 2008 m. izdo vekselių pelningumas nukrito iki žemiausio lygio nuo 2001 m.

Pateikiame JAV 30–ies dienų izdo vekselių duomenis[].

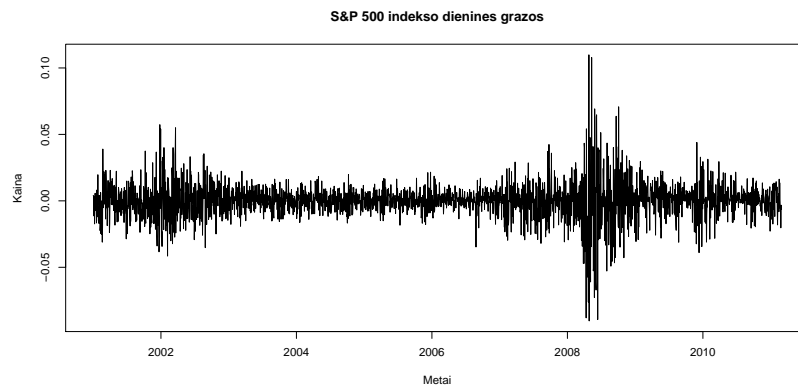
3.2 Indekso Standard & Poor's 500 akcijų dienosinės kainos ir gražos

JAV įmonių indeksas Standard & Poor's 500 atstovą Jungtinių Amerikos valstijų rinką. Indeksą sudaro 500 įmonių, gaunančių daugiau nei \$5 mlrd. pelną; tarp jų – Adobe Systems Inc., Amazon.com Inc., Apple Inc., Coca Cola Co. ir kitos.



2 pav.: S & P 500 dienos akcijų kainos 2001–2011 m.

Indekso dieninių akcijų gražų grafikas (2 pav.) neblogai atspindi rinkos būklę Jungtinėse Amerikos valstijose per pastaruosius dešimt metų. Nuo 2002 metų vidurio stebimas stabilus rinkos akcijų pelningumo didėjimas, o nuo 2007 metų – stabilus, bet kiek staigesnis pelningumo mažėjimas. Taip pat gana ryškiai pastebima ir 2008–2009 metų rinkos krizė bei po jos prasidėjęs įmonių akcijų pelningumo augimas.



3 pav.: Standard & Poor's 500 dienos akcijų gražos

3 pav. vaizduojamos rinkos dienos akcijų gražos. Didesnis nei vidutinis gražų dispersijos padidėjimas taip pat sutampa su 2008–2009 metų krizės laikotarpiu. Dieninės gražos stabiliausios 2003–2007 metų periodu, o tai irgi

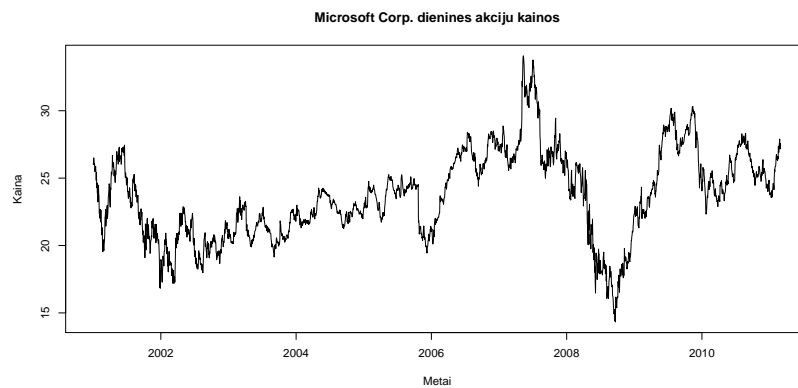
sutampa su stabilumo laikotapiu JAV ekonomikoje.

Pateikiami indekso Standard & Poor's 500 dieniniai duomenys[4].

3.3 Microsoft Corp.

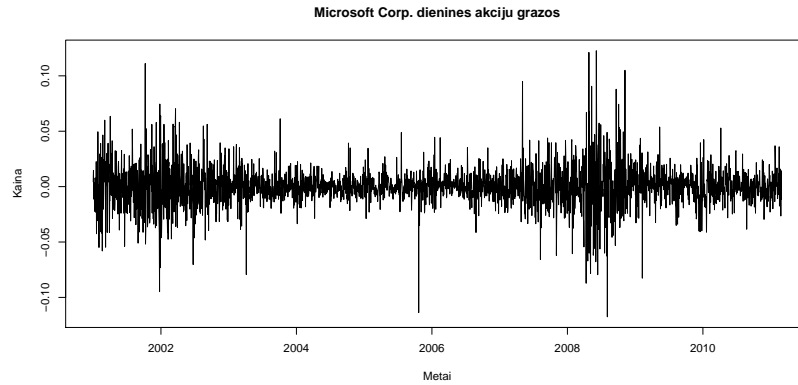
Viena is CAPM modelio tyrimui pasirinktų įmonių – Microsoft Corp. Tai viena didžiausių programinę įrangą gaminančių kompanijų, turinti savo atstovybę ir Lietuvoje.

4 pav. pateiktos šios įmonės dieninių akcijų kainos bei dieninių akcijų grąžos.



4 pav.: Microsoft Corp. dienos akcijų kainos 2001–2011 m.

Microsoft Corp. akcijų kainos pasižymi gana periodiškais svyravimais iki maždaug 2005 m. pabaigos. Nuo 2006 m. akcijų kaina gerokai pakilo ir 2007 metais pasiekė aukščiausią lygį. Tačiau tikriausiai šią įmonę taip pat paveikė krizė ir nuo 2007 iki 2008 metų vidurio akcijų kainos krito, kol pasiekė žemiausią lygį. Toliau stebime stabilų akcijų kainų kilimą iki 2011 metų vasaros.



5 pav.: Microsoft Corp. dienos akcijų gražos 2001–2011 m.

Microsoft Corp. dienos akcijų gražos (5 pav.), taip pat kaip ir Standard & Poor's, neblogai atspindi stabilumo ir krizės laikotarpius, o kelios išskirtys susijusios su individualiomis įmonės charakteristikomis.

Pateikiami Microsoft Corp. akcijų kainų dieniniai duomenys [5] .

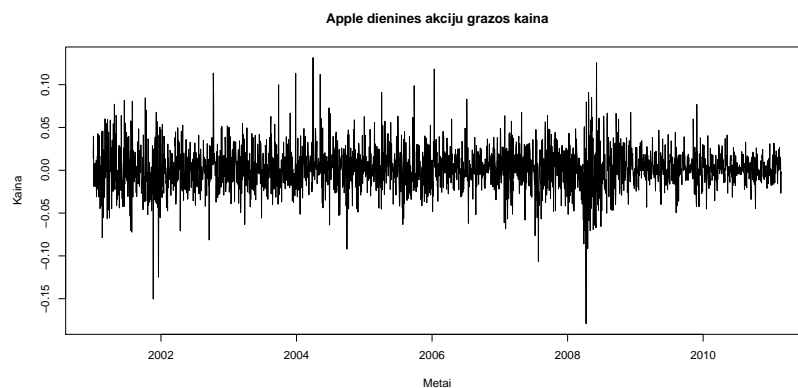
3.4 Apple Inc.

Kita įmonė, pasirinkta CAPM modelio tyrimui – Apple Inc. Tai kompanija, siūlanti plataus vartojimo elektronikos ir programinės įrangos produktus. 6 pav. ir 7 pav. pateikti Apple Inc. dieninių akcijų kainų bei dieninių akcijų gražų grafikai.



6 pav.: Apple Inc. dienos akcijų kainos 2001–2011 m.

Apple Inc. dienių akcijų kainų svyravimai kiek skiriasi nuo S&P 500 ar Microsoft akcijų kainų. Pastaruosius keletą metų šios kompanijos akcijų kainos stabiliai kilo ir net krizės laikotarpiu nepasiekė žemiausios kainos per dešimties metų laikotarpį. Svarbi data duomenų tyrimui – 2005 vasario 5 d. Šią dieną Apple Inc. padvigubino akcijų kiekį už tą pačią kainą, t.y. jei iki padalijimo viena akcija kainavo \$88, tai po padalijimo už tą pačią kainą investuotojas jau galėjo įsigyti dvi akcijas (po \$44 už vieną). Spėjama, jog Apple Inc. tokiu veiksmu norėjo pritraukti naujų investuotojų.



7 pav.: Apple Inc. dienos akcijų gražos 2001–2011 m.

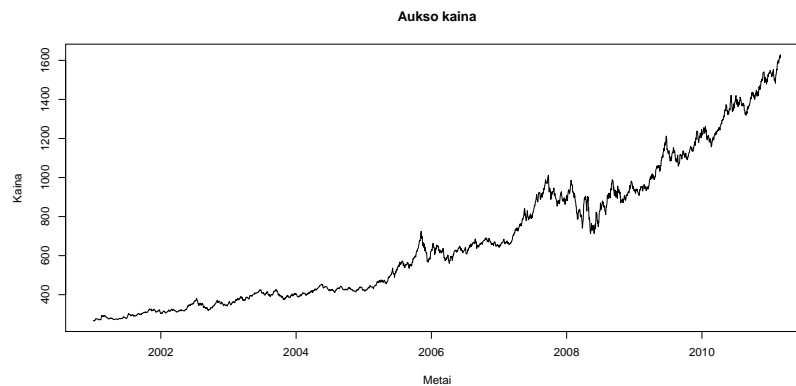
Šiame grafike pateikiamos dienos akcijų gražos, be 891-ojo duomens (pašalinta išskirtis, atsiradusi dėl akcijų kiekio padvigubinimo). Galima

pastebėti pakankamai stabilią ir, lyginant su anksčiau pateiktais duomenimis, nemažą duomenų dispersiją, o kelios išskirtys turbūt susijusios su pavieniais įmonės sprendimais, įvykiais arba rezonavo su krize.

Pateikiami Apple Inc. akcijų kainų dieniniai duomenys [6] .

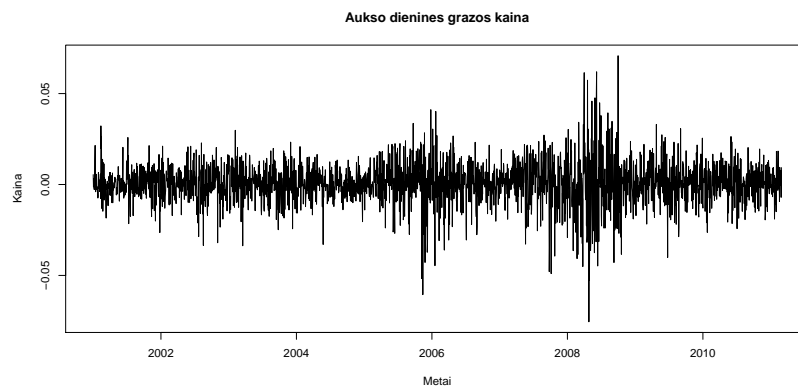
3.5 Auksas

Įdomu tyrinėti ne tik svarbių įmonių rizikos premijų priklausomybę nuo rinkos rizikos premijos, bet ir aukso pelningumą. Aukso gavybos istorija siekia 4 tūkst. m. pr. Kr. Nuo tada žmonija yra išgavusi maždaug 90–100 tūkst. tonų aukso. Šis ilgaamžis metalas ekonomikoje dėl savo cheminių savybių turi ypatingą vartojamąją vertę, atlieka pinigų funkciją. Iš aukso kalamos monetos, auksas specialiais luitais saugomas kaip valstybių centrinių bankų atsargos. Investicija į auksą dažnai siejama su apsauga nuo infliacijos, todėl valstybės laiko auksą kaip savo tarptautinių atsargų dalį ir gali jį panaudoti mokėjimo balanso deficitui padengti.



8 pav.: Aukso dienos kainos

Aukso kaina (8 pav.) per dešimt metų stabiliai kyla be jokių ryškesnių nuosmukių. AFP duomenimis liepos 18d. iki pietų aukso uncijos (apie 31 gramą) kaina NYMEX biržoje jau siekė \$ 1598,8.



9 pav.: Aukso dienos gražos

Aukso dieninių gražų grafikas (9 pav.) turi gana mažą dispersiją, kurios padidėjimas 2008 metais sutampa su krizės laikotapiu. Tačiau net ir per krizę didžiausios aukso gražų vertės nepasiekia 0.1 ar -0.1.

Pateikiami aukso kainų dieniniai duomenys [7] .

4 Aprašomoji duomenų statistika

Rizikos premija – skirtumas tarp įmonės akcijos gražos ir išdo vekselio pelningumo. Tai premija investuotojui, pasirinkusiam rizikingesnės įmonės akcijas vietoje nerizikingo išdo vekselio. Kuo ji didesnė, tuo labiau traukia investicijas, bet dažnai (pagal kapitalo aktyvų įvertinimo modelio teoriją) didesnė premija taip pat reiškia ir didesnę riziką investuojant į tam tikrą įmonę. Žemiau pateiktose lentelėse (reikšmės gautos naudojant R pake-to komandas, pateiktos A priede) paskaičiuosime aktyvų vidutines gražas, standartinius nuokrypius, dispersijas, jų vidutines rizikos premijas bei koreliacijas. Šiame skyriuje bus naudojami trumpiniai: rkfree – JAV 30–ies dienų išdo vekselių gražos; market – indekso Standard & Poor’s 500 akcijų dieninės gražos; microsoft – Microsoft Corp. akcijų dieninės gražos; apple – Apple Inc. akcijų dieninės gražos; gold – aukso dieninės gražos; mrp – rinkos rizikos premijos; microsoftrp – Microsoft Corp. akcijų rizikos premijos; applerp – Apple Inc. akcijų rizikos premijos; goldrp – aukso rizikos premijos.

Duomenys	Vidurkis	Dispersija	Standartinis nuokrypis
rkfree	0.00186004	2.789252e-06	0.001670105
market	0.0001173288	0.0001827668	0.01351913
microsoft	0.0001968397	0.0003574371	0.01890601
apple	0.001807715	0.0006370941	0.02524072
gold	0.0007931419	0.0001357824	0.01165257
mrp	-0.001742711	0.0001857122	0.01362763
microsoftrp	-0.001663201	0.0003601065	0.01897647
applerp	-5.20737e-05	0.000639531	0.02528895
goldrp	-0.001066898	0.0001384164	0.01176505

1 lentelė: Duomenų vidurkiai, dispersijos ir standartiniai nuokrypia

Didžiausią gražų vidurkį turi Apple Inc. (0.001807715), šis aktyvas galėtų būti investuotojams patraukliausias. Didžiausia gražų dispersija (0.0006370941) ir standartinis nuokrypis (0.02524072) taip pat priklauso Apple Inc., taigi, nors šios akcijos žada ir didžiausią pelną, tai yra rizikingiausias aktyvas. Mažiausia dispersija (0.0001357824), standartinis nuokrypis (0.01165257) priklauso aukso kainų gražoms, šis aktyvas turi mažiausius svyravimus, todėl atrodo patikimai.

market	microsoft	0.7184425
market	apple	0.5511114
market	gold	-0.04482454
mrp	microsoftrp	0.7209318
mrp	applerp	0.5534901
mrp	goldrp	-0.0266428

2 lentelė: Duomenų koreliacijos koeficientai

Labiausiai su rinka koreliuoja Microsoft Corp. (koreliacijos koeficientas lygus 0.7184425), t.y. daugiausiai priklauso nuo rinkos būklės.

Mažiausiai su rinkos kainomis koreliuoja aukso kainos (-0.04482454). Šis koreliacijos koeficientas yra neigiamas, taigi tikėtina, kad rinkos akcijų vertei kintant, aukso gražos kis priešinga kryptimi, tačiau dėl nedidelės koeficiento reikšmės aktyvo kainos tuo pačiu greičiu gali ir nesikeisti. Tai ypač aktualu krizės laikotarpiu, nes rinkos akcijų vertei smunkant, aukso vertė neturėtų kristi.

5 Kapitalo aktyvų įvertinimo modelis

Viena iš kapitalo aktyvų įvertinimo modelio (*Capital Asset Pricing Model* – CAPM) išraiškų – paprasta vieno kintamojo regresija. Pasinaudojus ja, tirsime imonių akcijų ir aukso rizikos premijų priklausomybę nuo rinkos rizikos premijų. Visos R paketo komandos ir lentelės, naudotos šiame skyriuje, pateiktos B priede. Modeliuose pateiktas laisvasis narys α ir koeficientas β .

α	β	R^2	$p - value$
0.0000863	1.0038977	0.5197	$< 2.2e-16$

3 lentelė: Microsoft Corp. modelis

Gautas β koeficientas lygus 1.004 ir yra reikšmingas. Tai reiškia, jog rinkos rizikos premijai pakilus ar nukritus 1%, Microsoft Corp. rizikos premijos taip pat pakils 1%. Laisvasis narys beveik lygus nuliui ir nereikšmingas, tai neprieštarauja CAPM teorijai ir logikai – jei rinkos rizikos premija lygi nuliui, tai investuotojo į Microsoft Corp. šansai gauti rizikos premiją yra labai maži. $R^2 = 0.5197$, tai reiškia, kad 51,97% rinkos duomenų paaiškina Microsoft Corp. rizikos premijų svyravimus, t.y. sudaro sisteminę (rinkos) riziką. Likusi specifinė rizika priklauso nuo kitų įmonės charakteristikų.

α	β	R^2	$p - value$
0.0017347	1.0269695	0.3064	$< 2.2e-16$

4 lentelė: Apple Inc. modelis

Koeficientas β , kaip ir Microsoft Corp. įmonės, lygus 1.027 ir yra reikšmingas ($0 < 0.005$). Taigi rinkos akcijų vertei susvyravus 1%, Apple Inc. irgi gali patirti panašų akcijų kainos pokytį. Laisvasis narys labai arti nulio ir nereikšmingas, taigi investuotojas pasirinkęs Apple Inc. akcijas negali tikėtis jokios rizikos premijos, kai rinkos akcijų vertės pokytis lygus nuliui. Visgi R^2 nėra labai didelis – tik 30% rinkos duomenų paaiškina Apple Inc. akcijų vertės svyravimus.

Visai kitoks rezultatas gaunamas sudarius aukso rizikos premijų priklausomybės nuo rinkos rizikos premijų modelį. Šįkart $\beta = -0.023$ ir tai reikštų,

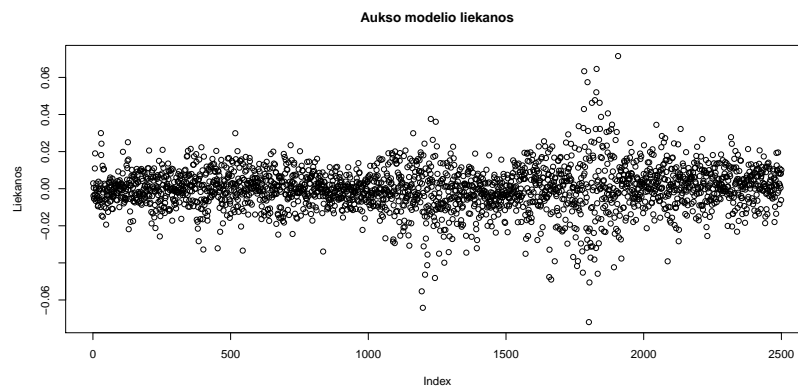
α	β	R^2	$p - value$
-0.0011070	-0.0230014	0.01176	0.183

5 lentelė: aukso modelis

kad aukso kainos ne tik mažai priklauso nuo rinkos akcijų vertės svyravimų, bet netgi juda priešinga linkme. Tai gali pasirodyti kaip itin patraukli investicija nuosmukio laikotarpiu. Tačiau koeficiento p -reikšmė $= 0.183 > 0.05$, taigi negalima atmesti H_0 hipotezės, kad $\beta = 0$. Bet ir priėmus šią hipotezę, galima tarti, kad aukso kainos mažai priklauso nuo rinkos svyravimų. Laisvasis narys šįkart -0.011 ir p -reikšmė rodo, kad jis reikšmingas. Toks rezultatas kiek prieštarauja CAPM logikai – rinkos akcijų vertėms nesikeičiant, aukso rizikos premija neigiama. Galbūt tai galėtų reikšti, kad dieninis aukso pelningumas itin nedidelis. $R^2 = 0.0007$ – itin maža reikšmė, patvirtinanti, kad rinka beveik nepaaiškina aukso kainų pokyčių, taigi visa aukso pelningumo rizika sisteminė – priklauso nuo kitų charakteristikų.

5.1 Sudarytų modelių liekanų tikrinimas

Liekanos turi būti homoskedastiškos, ne autokoreliuotos ir pasiskirsčiusios pagal normalųjį skirstinį.



10 pav.: Aukso modelio liekanos nėra heteroskedastiskos

Patikrinsime, ar liekanos turi slenkantį vidurkį.

aktyvas	koef. prieš ankstinį	$p - value$
Microsoft Corp.	-2.293e-02	0.252
Apple Inc.	0.0337889	0.155
Auksas	0.0360663	0.0716

6 lentelė: Microsoft Corp., Apple Inc. ir aukso modeliai su pirmos eilės ankstiniais

Visuose modeliuose pirmos eilės liekanų ankstiniai nereikšmingi.

Autokoreliacijai patikrinti naudosime Durbin–Watson testą:

<i>aktyvas</i>	<i>D – W statistika</i>	<i>p – value</i>
Microsoft Corp.	2.04577	0.24
Apple Inc.	1.97393	0.54
Gold	1.927601	0.076

7 lentelė: Durbin–Watson testas Microsoft Corp., Apple Inc. ir aukso liekanoms

Liekanos nėra autokoreliuotos su savo pirmos eilės ankstiniais.

Normalumui tikrinti naudosime Jarque–Bera testą.

<i>aktyvas</i>	X^2	<i>p – value</i>
Microsoft Corp.	8683.798	< 2.2e-16
Apple Inc.	3384.751	< 2.2e-16
Gold	1593.331	< 2.2e-16

8 lentelė: Jarque–Bera testas Microsoft Corp., Apple Inc. ir aukso liekanoms

P–reikšmės testuose rodo, kad liekanos nėra pasiskirsčiusios pagal normalųjį skirstinį. Galbūt liekanų pasiskirstymas reiškia, kad rinkos akcijų kainų pokyčiai mažai sutampa su įmonių akcijų vertės pakitimais.

6 Optimalaus portfelio paieška

6.1 Portfeliai iš dviejų aktyvų

Visi skaičiavimai, kurie bus naudojami portfelių sudarymams, su R programa pateikti C priede.

Iš pradžių ieškosime optimalių portfelių tarp dviejų aktyvų. Formulė [1]

$$a^* = \frac{\sigma_y^2 - r_{xy}\sigma_x\sigma_y}{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - 2r_{xy}\sigma_x\sigma_y}$$

randa optimalų įmonės x akcijų procentą portfelyje. Dar paskaičiuosime kokią dalį portfelyje turėtų sudaryti aktyvas ir išdo vekselis.

Žymėjimai:

P #1 – Apple Inc. akcijų ir aukso portfelis

P #2 – Apple Inc. ir Microsoft Corp. akcijų portfelis

P #3 – Microsoft Corp. ir auksas

P #4 – Apple Inc. ir nerizikingas aktyvas (išdo vekselis)

P #5 – Microsoft Corp. ir nerizikingas aktyvas

P #6 – Auksas ir nerizikingas aktyvas

	P #1	P #2	P #3	P #4	P #5	P #6
Apple Inc.	18,83 %	25,08 %		0,041 %		
Microsoft Corp.		74,92 %	28,88 %		0,076 %	
Auksas	81,17 %		71,12 %			1,96 %
Vekselis				99,59 %	99,24 %	98,04 %
Gražos	0.00099	0.00060	0.00062	0.00186	0.00185	0.00184
Rizika (s.d.)	0.0104	0.0180	0.0096	0.0017	0.0017	0.0017

9 lentelė: Portfelius sudarančių aktyvų procentai, jų gražos ir rizika

Aukso ir Apple Inc. portfelyje – 81,17 % aukso ir 18,83 % Apple akcijų
 Microsoft Corp. ir Apple Inc. portfelyje – 74,92 % Microsoft Corp. akcijų
 25,08 % Apple Inc. akcijų

Aukso ir Microsoft Corp. portfelyje – 71,12 % aukso ir 28,88 % Microsoft
 akcijų

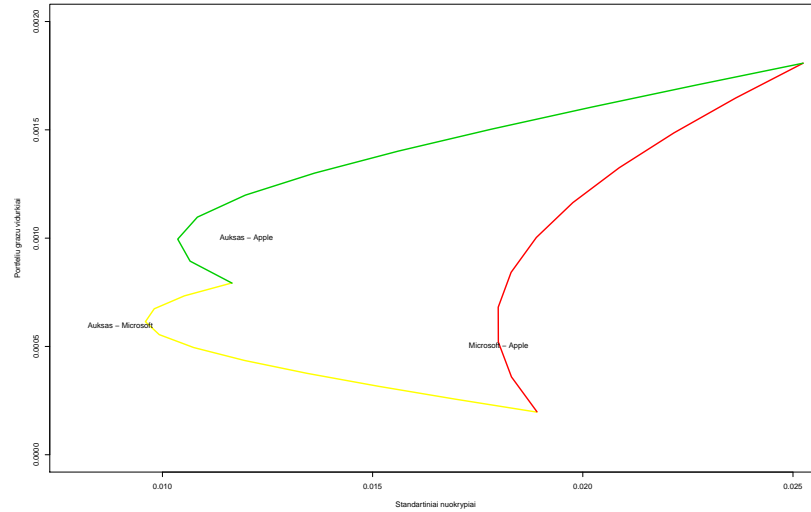
Visoms trims kombinacijoms su nerizikingu aktyvu tiek rizika, tiek grąža
 yra vienodos, o išdo vekselis sudaro beveik visą portfelį.

JAV išdo vekselių diskonto norma ilgą laiką buvo gan aukšta ir viršijo
 1%, tačiau po 2008–ųjų metų rugsėjo 15 d. vekselių diskonto norma nukri-
 to nuo 1.35% iki 0.28% ir vėliau tiek nebepakilo iki 2011–ųjų vasaros. Todėl
 būtų naudinga patikrinti optimalias vekselių ir aktyvų kombinacijas, kai vek-
 selių pelningumas nėra toks didelis. Pakartokime analogišką analizę prieš tai
 buvusiai, duomenis imant tik nuo 2008 m. rugsėjo 15 d.

	P # 4	P # 5	P # 6
Apple Inc.	0,04 %		
Microsoft Corp.		0,00 %	
Auksas			0,04 %
Vekselis	99,96 %	100 %	99,96 %
Grąžos	0.001860	0.001860	0.001860
Rizika (stand. nuokrypis)	0.00167	0.00167	0.001669

10 lentelė: Portfelį iš nerizikingo ir rizikingo aktyvo grąžos ir rizika

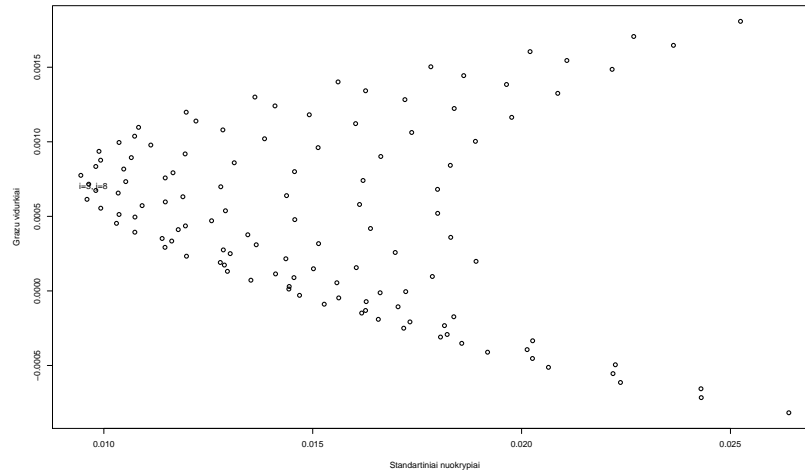
Deja, išdo vekselių procentai portfeliuose nepakito labai smarkiai, grąžos
 ir standartiniai nuokrypiai liko beveik tokie patys, todėl liksime prie pradinių
 kombinacijų. Darome hipotezę, kad rezultatai galėjo nepasikeisti dėl nuo
 2008 m. sumažėjusio vekselio ir padidėjusio įmonių standartinio nuokrypio.



11 pav.: Iliustracija: dviejų aktyvų kombinacijų rizika ir grąžos

Iš šių kreivių galima matyti, jog net optimalus portfelis, sudarytas iš Apple Inc. ir Microsoft Corp. akcijų turi daug didesnę riziką ir tokią pat grąžą, kaip ir iš aukso bei Microsoft Corp. akcijų sudarytas portfelis. O vos padidinus riziką, iš Apple Inc. ir aukso akcijų sudaryto portfelio, galima gauti didesnę grąžą. Todėl optimaliausias pasirinkimas tarp portfelių, sudarytų iš dviejų aktyvų, yra Apple Inc. ir aukso akcijų kombinacija.

6.2 Trijų aktyvų portfelis



12 pav.: Portfelio, sudaryto iš Apple, Microsoft ir aukso rizikos ir gražos kombinacijos

Pav.: norint turėti portfelį su mažiausia rizika, reikėtų rinktis portfelio kombinaciją [1], grafike esančią kairiausiai. Kiti portfelio pasirinkimai priklausys nuo vartotojo rizikos preferencijos.

Apytiksliai aktyvų svoriai optimaliame portfelyje, kai $i=8$ ir $j=3$:

$$0.1 \times (i - 1) \times \text{Microsoft} + 0.1 \times (j - 1) \times \text{Aukso} + (1 - (i - 1) - (j - 1)) \times 0.1 \times \text{Apple}$$

Portfelio aktyvų svorius, kai aktyvų yra n (šiuo atveju $n = 3$) nėra lengva rasti, todėl pabandykime pritaikyti dviejų aktyvų optimalaus portfelio formulę: iš ankstesnio poskyrio turime optimalius svorius tarp dviejų aktyvų, dabar ieškome optimalios proporcijos tarp portfelio ir trečio aktyvo.

Portfelių žymėjimai:

P # 7 = optimalus aukso ir Apple Inc. akcijų portfelis ir Microsoft Corp. akcijos

P #8 = optimalus Microsoft Corp. ir Apple Inc. akcijų portfelis ir auksas

P #9 = optimalus Microsoft Corp. akcijų ir aukso portfelis ir Apple Inc. akcijos.

	Apple Inc.	Microsoft Corp.	Auksas	Gražos	Rizika (s.d.)
P # 7	15.18 %	19.41 %	65.41 %	0.0008311881	0.009586881
P # 8	7.764768 %	23.19523 %	69.04 %	0.0007334121	0.009427794
P # 9	6.478507 %	27.00901 %	66.51249 %	0.0006976978	0.009455108

11 lentelė: Portfeliai iš trijų aktyvų

Mažiausią standartinį nuokrypį, t.y. riziką turi aštuntas portfelis. Jį ir pasirinksiame.

Kombinacija su izdo vekseliais ir II portfeliu:

P # 10 = 97,04 % * izdo-vekselis + 2,96 % * portfelis2

```
> portfolio = 0.232 * microsoft[-891] + 0.0776 * apple + 0.6904 *
+   gold[-891]
> (var(portfolio) - cor(portfolio, rkfree[-891]) * sd(rkfree) *
+   sd(portfolio))/(var(rkfree) + var(portfolio) - 2 * cor(portfolio,
+   rkfree[-891]) * sd(rkfree) * sd(portfolio))
```

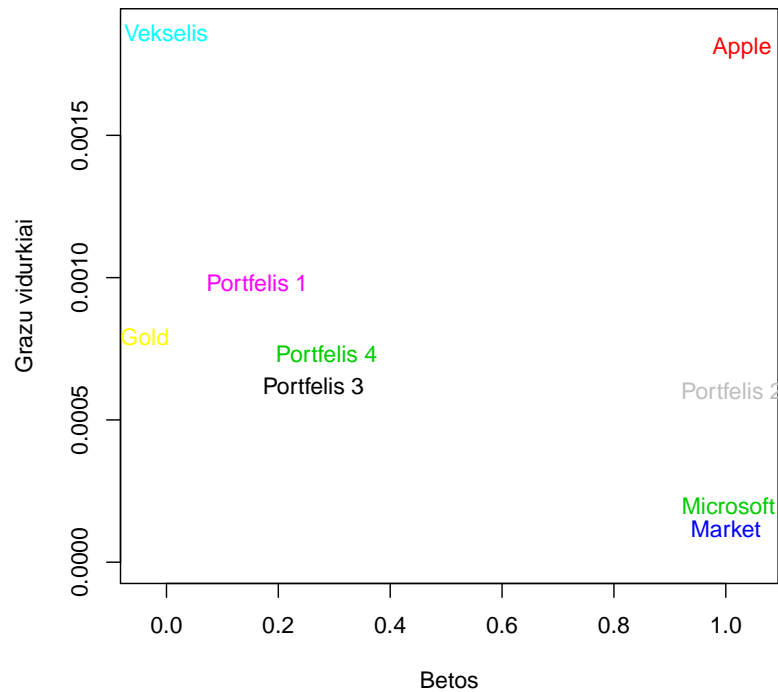
[1] 0.970406

	β	Gražos
Apple Inc.	1.0291	0.0018077
Microsoft Corp.	1.0047	0.000197
Auksas	-0.03864	0.0007931
Vekselis	-0.0004271	0.00186
P 1	0.16243	0.000984
P 2	1.0111	0.00060198
P 3	0.26268	0.00062093
P 4	0.2864	0.000733

12 lentelė: Aktyvų ir portfelių priklausomybė nuo rinkos svyravimų (β) ir jų pelningumas

β parodo, kaip įmonės akcijų ar portfelio rizikos premijos reaguoja į rinkos svyravimus: kuo didesnė β , tuo aktyvas nestabilesnis ir rizikingesnis.

Pateikta lentelė su įmonių, aukso bei portfelių β koeficientais ir jų pelningumais.



13 pav.: Rinkos, izdo vekselių ir įmonių β ir ją atitinkantis gražų vidurkis

Iš lentelės investuotojas gali pasirinkti sau patraukliausią investavimo būdą: jei investuotojas nori gauti itin dideles gražas, ir visiškai nekreipia dėmesio į įmonės priklausomybę nuo rinkos svyravimų, jis rinktųsi investiciją į Apple Inc. akcijas. Kita vertus, turimi empiriniai duomenys rodo, jog JAV izdo vekselio graža yra itin didelė, o rizika ir priklausomybė nuo rinkos itin mažos, todėl vienareikšmiškai galima tarti, kad protingiausia ir naudingiausia investuoti į JAV trisdešimties dienų izdo vekselius.

6.3 Optimalių portfelių modeliai

Kandangi jau sudarėme optimalias kombinacijas tarp dviejų aktyvų ir pasirinkome trijų aktyvų portfelio svorius, galime sudaryti CAPM regresinius modelius ir pažiūrėti, kaip portfelių pelningumas priklauso nuo rinkos svyravimų. R kodas pateiktas priede.

Regresiniai modeliai:

Modelis 1: Portfelis-1 = $\alpha + \beta \times$ Rinkos rizikos premija

Modelis 2: Portfelis-2 = $\alpha + \beta \times$ Rinkos rizikos premija

Modelis 3: Portfelis-3 = $\alpha + \beta \times$ Rinkos rizikos premija

Modelis 4: Portfelis-4 = $\alpha + \beta \times$ Rinkos rizikos premija

Čia:

Portfelis-1 = 81,17 % aukso + 18,83 % Apple Inc. akciju

Portfelis-2 = 74,92 % Microsoft Corp. + 25,08 % Apple Inc. akciju

Portfelis-3 = 71,12 % aukso + 28,88 % Microsoft Corp. akciju

Portfelis-4 = 7.764768 % Apple Inc. + 23.19523 % Microsoft Corp. + 69.04 % aukso.

	α	β	R^2
Modelis 1	-0.0005723	0.1747229	0.05161
(p-reikšmes)	(0.00549)	(0)	
Modelis 2	0.0004989	1.0097165	0.5831
(p-reikšmes)	(0.0336)	(0)	
Modelis 3	-0.0007624	0.2735671	0.1469
(p-reikšmes)	(0)	(0)	
Modelis 4	-0.0006102	0.2967395	0.1787
(p-reikšmes)	(0.00004)	(0)	

13 lentelė: Visų modelių laisvieji nariai, β ir R^2

Pirmojo modelio koeficientas $\beta=0.17$, tai reiškia, kad portfelio aktyvų svyravimai mažai priklauso nuo rinkos akcijų kainų svyravimų, taigi portfelis gan patikimas. Laisvasis narys nereikšmingas, todėl galime jį prilyginti

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	-0.0006	0.0002	-2.78	0.0055
mrp[-891]	0.1747	0.0150	11.66	0.0000

14 lentelė: Pirmojo regresinio modelio įvertiniai

nuliui, kaip ir ankstesnėse interpretacijose, tai reiškia, kad portfelio rizikos premija lygi nuliui, jei rinkos rizikos premija nekinta. Mažas R^2 rodo, jog tik 5% rinkos duomenų paaiškina portfelio akcijų kainų pokyčius, taigi portfelis turi didelį procentą nesisteminės rizikos.

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	0.0005	0.0002	2.13	0.0336
mrp[-891]	1.0097	0.0171	59.09	0.0000

15 lentelė: Antrojo regresinio modelio įvertiniai

Antrojo modelio $\beta = 1$, todėl portfelio aktyvų svyravimai judės proporcingai su rinkos akcijų kainų svyravimais. Pakankamai didelis $R^2=58\%$ reiškia, kad tiek procentų rinkos duomenų paaiškina šio portfelio aktyvų pelningumo svyravimus. Nuosmukio laikotarpiu tai ne pats geriausias portfelis, bet pakilimo metu gali būti gan pelningas.

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	-0.0008	0.0002	-4.21	0.0000
mrp	0.2736	0.0132	20.74	0.0000

16 lentelė: Trečiojo regresinio modelio įvertiniai

Trečiame modelyje $\beta=0.27$, taigi rinkos akcijų kainoms pakilus arba nukritus 1%, portfelio aktyvų rizikos premijos proporcingai pakis daugiau nei ketvirčiu. P-reikšmė prie laisvojo nario rodo, kad jis reikšmingas ir yra neigiamas. Taigi rinkos akcijų rizikos premijoms nekintant, investuotojas iš portfelio gauna nuostolingą rizikos premiją (dėl didesnės išdo vekselio grąžos). Tad rinkos akcijų kainoms nekintant, pelningiau investuoti į išdo vekselius, ne tik į šį portfelį.

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	-0.0006	0.0002	-3.49	0.0005
mrp[-891]	0.2967	0.0127	23.31	0.0000

17 lentelė: Ketvirtąjo regresinio modelio įvertiniai

Trijų aktyvų kombinacijos portfelis panašus į aukso ir Microsoft Corp. portfelį. Čia $\beta=0.29$, taigi rinkai susvyravus 1%, portfelio akcijos pakils arba nukris trečdaliu procento. Laisvasis narys vėl neigiamas ir reikšmingas, taigi rinkos akcijų pelningumui nekintant, investuotojo rizikos premija neigiamą. $R^2=0.17$, taigi 17% rinkos duomenų paaiškina portfelio rizikos premijų svyravimus.

Apžvelgus rezultatus, galima daryti išvadą, jog krizės laikotarpiu, kai rinkos akcijų kainos ir pelningumas krenta, saugiau investuoti į pirmą portfelį iš Apple Inc. akcijų ir aukso. Tačiau rinkos pakilimo laikotarpiu, antras portfelis iš Microsoft Corp. ir Apple Inc. akcijų gali būti pelningesnis už pirmąjį.

7 Rezultatai ir išvados

8 Naudota literatūra ir kiti šaltiniai

Literatūra

- [1] T. E. Copeland, J. F. Weston: *Financial Theory and Corporate Policy*, Addison–Wesley Publishing Company(2004).
- [2] E. R. Berndt: *The Practice of Econometrics: Classic and Contemporary*, Prentice Hall (1991).
- [3] Dimitrios Asteriou: *Applied Econometrics*, Palgrave Macmillian (2006).
- [] JAV 30–ies dienų izdo vekselių duomenys: <http://www.treasurydirect.gov/RI/OFAuctions?form=ndnld&typesec=bills> .
- [4] Standard Poor’s 500 indekso dieniniai duomenys: <http://wikiposit.org/w?action=dl&dltypes=comma%20separated&sp=daily&uid=STOCKINDEX.SPX> .
- [5] Microsoft Corp. akcijų kainų dieniniai duomenys: <http://wikiposit.org/w?action=dl&dltypes=comma%20separated&sp=daily&uid=NASDAQ.MSFT> .
- [6] Apple Inc. akcijų kainų dieniniai duomenys: <http://wikiposit.org/w?action=dl&dltypes=comma%20separated&sp=daily&uid=NASDAQ.AAPL> .
- [7] Aukso kainų dieniniai duomenys: <http://wikiposit.org/w?action=dl&dltypes=comma%20separated&sp=daily&uid=GOLDDAILY> .

A Aprašomoji statistika

Aprašomoji statistika:

```
> mean(rkfree)
```

```
[1] 0.00186004
```

```
> mean(market)
```

```
[1] 0.0001173288
```

```
> mean(microsoft)
```

```
[1] 0.0001968397
```

```
> mean(apple)
```

```
[1] 0.001807715
```

```
> mean(gold)
```

```
[1] 0.0007931419
```

```
> mean(mrp)
```

```
[1] -0.001742711
```

```
> mean(microsoftrp)
```

```
[1] -0.001663201
```

```
> mean(applerp)
```

```
[1] -5.20737e-05
```

```
> mean(goldrp)
```

```
[1] -0.001066898
```

```
> var(rkfree)
```

```
[1] 2.789252e-06
> var(market)
[1] 0.0001827668
> var(microsoft)
[1] 0.0003574371
> var(apple)
[1] 0.0006370941
> var(gold)
[1] 0.0001357824
> var(mrp)
[1] 0.0001857122
> var(microsoftrp)
[1] 0.0003601065
> var(applerp)
[1] 0.000639531
> var(goldrp)
[1] 0.0001384164
> sd(rkfree)
[1] 0.001670105
> sd(market)
[1] 0.01351913
```

```
> sd(microsoft)
[1] 0.01890601
> sd(apple)
[1] 0.02524072
> sd(gold)
[1] 0.01165257
> sd(mrp)
[1] 0.01362763
> sd(microsoftrp)
[1] 0.01897647
> sd(applerp)
[1] 0.02528895
> sd(goldrp)
[1] 0.01176505
> cor(market, microsoft)
[1] 0.7184425
> cor(market[-891], apple)
[1] 0.5511114
> cor(market, gold)
[1] -0.04482454
> cor(mrp, microsoftrp)
[1] 0.7209318
> cor(mrp[-891], applerp)
[1] 0.5534901
> cor(mrp, goldrp)
[1] -0.0266428
```


B Modeliai ir jų liekanos

Modeliai:

```
> microsoftmod = lm(microsoftrp ~ mrp)
> applemod = lm(applerp ~ mrp[-891])
> goldmod = lm(goldrp ~ mrp)
> summary(microsoftmod)
```

Call:

```
lm(formula = microsoftrp ~ mrp)
```

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-0.114489	-0.006098	-0.000315	0.005991	0.088079

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	0.0000863	0.0002652	0.325	0.745
mrp	1.0038977	0.0193079	51.994	<2e-16 ***

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.01315 on 2498 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.5197, Adjusted R-squared: 0.5196
F-statistic: 2703 on 1 and 2498 DF, p-value: < 2.2e-16

```
> summary(applemod)
```

Call:

```
lm(formula = applerp ~ mrp[-891])
```

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-0.135080	-0.010883	-0.000986	0.010278	0.139434

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	0.0017347	0.0004248	4.083	4.58e-05 ***

```
mrp[-891] 1.0269695 0.0309249 33.209 < 2e-16 ***
```

```
---
```

```
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
Residual standard error: 0.02107 on 2497 degrees of freedom  
Multiple R-squared: 0.3064, Adjusted R-squared: 0.3061  
F-statistic: 1103 on 1 and 2497 DF, p-value: < 2.2e-16
```

```
> summary(goldmod)
```

```
Call:
```

```
lm(formula = goldrp ~ mrp)
```

```
Residuals:
```

Min	1Q	Median	3Q	Max
-0.071932	-0.005851	0.000178	0.006454	0.071524

```
Coefficients:
```

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	-0.0011070	0.0002372	-4.667	3.21e-06 ***
mrp	-0.0230014	0.0172673	-1.332	0.183

```
---
```

```
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
Residual standard error: 0.01176 on 2498 degrees of freedom  
Multiple R-squared: 0.0007098, Adjusted R-squared: 0.0003098  
F-statistic: 1.774 on 1 and 2498 DF, p-value: 0.183
```

```
> summary(dynlm(ts(applerp) ~ ts(mrp) + L(ts(applemod$res), 1)))
```

```
Time series regression with "ts" data:
```

```
Start = 2, End = 2499
```

```
Call:
```

```
dynlm(formula = ts(applerp) ~ ts(mrp) + L(ts(applemod$res), 1))
```

```
Residuals:
```

Min	1Q	Median	3Q	Max
-0.179507	-0.013359	-0.000553	0.013549	0.131190

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	0.0004459	0.0005040	0.885	0.376
ts(mrp)	0.2883804	0.0366877	7.860	5.65e-15 ***
L(ts(applemod\$res), 1)	0.0337889	0.0237419	1.423	0.155

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.02499 on 2495 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.02478, Adjusted R-squared: 0.024
F-statistic: 31.7 on 2 and 2495 DF, p-value: 2.545e-14

```
> summary(dynlm(ts(microsoftrp) ~ ts(mrp) + L(ts(microsoftmod$res),  
+      1)))
```

Time series regression with "ts" data:
Start = 2, End = 2500

Call:

```
dynlm(formula = ts(microsoftrp) ~ ts(mrp) + L(ts(microsoftmod$res),  
      1))
```

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-0.114434	-0.006106	-0.000373	0.006017	0.088020

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	8.717e-05	2.653e-04	0.329	0.743
ts(mrp)	1.004e+00	1.932e-02	51.999	<2e-16 ***
L(ts(microsoftmod\$res), 1)	-2.293e-02	2.002e-02	-1.146	0.252

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.01316 on 2496 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.52, Adjusted R-squared: 0.5196
F-statistic: 1352 on 2 and 2496 DF, p-value: < 2.2e-16

```
> summary(dynlm(goldrp ~ mrp + L(ts(goldmod$res), 1)))
```

Time series regression with "numeric" data:

Start = 1, End = 2499

Call:

```
dynlm(formula = goldrp ~ mrp + L(ts(goldmod$res), 1))
```

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-0.072581	-0.005880	0.000178	0.006435	0.072343

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	-0.0011091	0.0002372	-4.677	3.07e-06 ***
mrp	-0.0236453	0.0172664	-1.369	0.1710
L(ts(goldmod\$res), 1)	0.0360663	0.0200098	1.802	0.0716 .

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.01176 on 2496 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.00201, Adjusted R-squared: 0.00121

F-statistic: 2.513 on 2 and 2496 DF, p-value: 0.08123

```
> durbinWatsonTest(microsoftmod, max.lag = 1)
```

lag	Autocorrelation	D-W Statistic	p-value
1	-0.02291682	2.04577	0.256

Alternative hypothesis: rho != 0

```
> durbinWatsonTest(applemod, max.lag = 1)
```

lag	Autocorrelation	D-W Statistic	p-value
1	0.01299961	1.97393	0.514

Alternative hypothesis: rho != 0

```
> durbinWatsonTest(goldmod, max.lag = 1)
```

```
lag Autocorrelation D-W Statistic p-value
1      0.03604061      1.927601  0.062
Alternative hypothesis: rho != 0
```

```
> jarque.bera.test(microsoftmod$res)
```

Jarque Bera Test

```
data: microsoftmod$res
X-squared = 8683.798, df = 2, p-value < 2.2e-16
```

```
> jarque.bera.test(applemod$res)
```

Jarque Bera Test

```
data: applemod$res
X-squared = 3384.751, df = 2, p-value < 2.2e-16
```

```
> jarque.bera.test(goldmod$res)
```

Jarque Bera Test

```
data: goldmod$res
X-squared = 1593.331, df = 2, p-value < 2.2e-16
```

C Portfeliai

Portfeliai:

Aktyvo x dalis portfelyje iš dviejų aktyvų

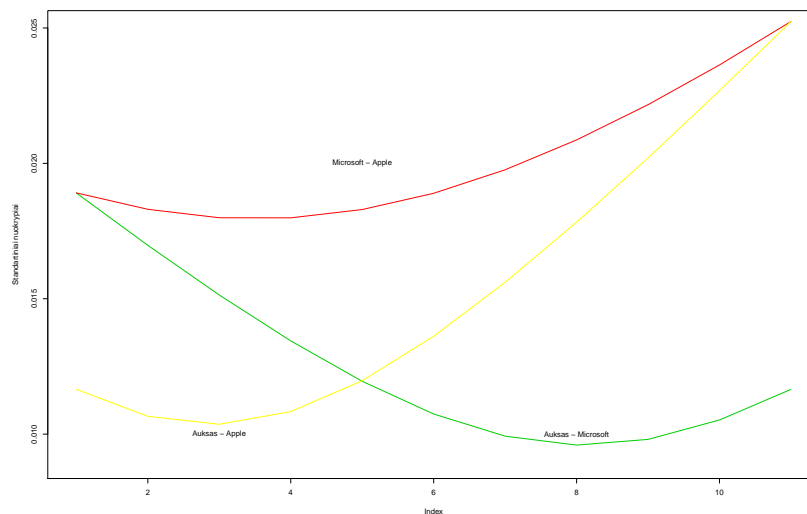
```
      [,1]      [,2]      [,3]
[1,] 0.8116744 0.7491511 0.7111582
```

```
      vek1      vek2      vek3
[1,] 0.9959148 0.9924209 0.9804096
```

Iždo vekselio procentas portfelyje iš dviejų aktyvų

```
      [,1]      [,2]      [,3]
[1,] 0.999665 1.000066 0.9996887
```

Apytikslės koeficientų reikšmės portfelyje iš dviejų įmonių



14 pav.: ...

(gal nereikia) Iliustracija: pagal grafikus rinktis ta skaičiu, ties kuriuo standartinis nuokrypis mažiausias, jį įstatyti vietoje i .

$$\text{optimaliausias portfelis} = imone1 \times i \times 0.1 + imone2 \times (1 - i \times 0.1)$$

$$0.1 \times (i - 1) \times Auksas + (1 - 0.1 \times (i - 1)) \times Microsoft$$

$$0.1 \times (i - 1) \times Apple + (1 - 0.1 \times (i - 1)) \times Microsoft$$

$$0.1 \times (i - 1) \times Apple + (1 - 0.1 \times (i - 1)) \times Auksas$$

Trijų aktyvų portfelio paieška

I variantas:

$$> folio = 0.8117 * gold[-891] + 0.1883 * apple$$

$$\begin{aligned} > & (var(microsoft) - cor(microsoft[-891], folio) * sd(folio) * sd(microsoft)) / (var(folio) + \\ & + var(microsoft) - 2 * cor(microsoft[-891], folio) * sd(folio) * \\ & + sd(microsoft)) \end{aligned}$$

$$[1] 0.8059366$$

80,59 % folio ir 19,41 % microsoft

80.59* 0.8117 aukso

80.59* 0.1883 apple

```
> sd((65.41 * gold[-891] + 15.18 * apple + 19.41 * microsoft[-891])/100)
```

```
[1] 0.009586881
```

II variantas

```
> folio = 0.7492 * microsoft[-891] + 0.2508 * apple
```

```
> (var(folio) - cor(folio, gold[-891]) * sd(gold) * sd(folio))/(var(gold) +  
+ var(folio) - 2 * cor(folio, gold[-891]) * sd(gold) * sd(folio))
```

```
[1] 0.6904081
```

69.04 % aukso ir 30.96 % folio

30.96* 0.7492 = 23.19523 % microsoft

30.96* 0.2508 = 7.764768 % apple

```
> sd((23.19523 * microsoft[-891] + 7.764768 * apple + 69.04 * gold[-891])/100)
```

```
[1] 0.009427794
```

III variantas

```
> folio = 0.2888 * microsoft + gold * 0.7112
```

```
> (var(folio) - cor(folio[-891], apple) * sd(apple) * sd(folio))/(var(apple) +  
+ var(folio) - 2 * cor(folio[-891], apple) * sd(apple) * sd(folio))
```

```
[1] 0.06478507
```

6.478507 % apple

93.5215 * 0.2888 = 27.00901 % microsoft

93.5215 * 0.7112 = 66.51249 % aukso

```
> sd((6.478507 * apple + 27.00901 * microsoft[-891] + 66.51249 *  
+ gold[-891])/100)
```

```
[1] 0.009455108
```

Portfelių regresinių modelių R kodas

```
> summary(goldapplemod)
```

Call:
lm(formula = goldapplerp ~ mrp[-891])

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-0.065798	-0.005279	0.000247	0.005839	0.063207

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	-0.0005723	0.0002059	-2.779	0.00549 **
mrp[-891]	0.1747229	0.0149894	11.656	< 2e-16 ***

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.01021 on 2497 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.05161, Adjusted R-squared: 0.05123
F-statistic: 135.9 on 1 and 2497 DF, p-value: < 2.2e-16

> summary(microapplemod)

Call:
lm(formula = microapplerp ~ mrp[-891])

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-0.082629	-0.006268	-0.000240	0.006055	0.066101

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	0.0004989	0.0002347	2.126	0.0336 *
mrp[-891]	1.0097165	0.0170871	59.092	<2e-16 ***

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.01164 on 2497 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.5831, Adjusted R-squared: 0.5829
F-statistic: 3492 on 1 and 2497 DF, p-value: < 2.2e-16

> summary(goldmicromod)


```

Call:
lm(formula = goldmicrorp ~ mrp)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-0.050394 -0.004731  0.000146  0.005137  0.057667

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -0.0007624  0.0001812  -4.207 2.68e-05 ***
mrp          0.2735671  0.0131925  20.737 < 2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.008987 on 2498 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.1469,    Adjusted R-squared:  0.1465
F-statistic:  430 on 1 and 2498 DF,  p-value: < 2.2e-16

> summary(goldmicroapplemod)

Call:
lm(formula = goldmicroapplerp ~ mrp[-891])

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-0.050221 -0.004560  0.000177  0.004888  0.055819

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -0.0006102  0.0001749  -3.489 0.000492 ***
mrp[-891]    0.2967395  0.0127287  23.313 < 2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.008671 on 2497 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.1787,    Adjusted R-squared:  0.1784
F-statistic: 543.5 on 1 and 2497 DF,  p-value: < 2.2e-16

```

Portfelių regresijos R kodas

```

> goldapple = 0.8117 * gold[-891] + 0.1883 * apple
> microapple = 0.7492 * microsoft[-891] + 0.2508 * apple
> goldmicro = 0.7112 * gold + 0.2888 * microsoft
> goldmicroapple = 0.232 * microsoft[-891] + 0.0776 * apple + 0.6904 *
+   gold[-891]
> goldapplerp = goldapple - rkfree[-891]
> microapplerp = microapple - rkfree[-891]
> goldmicrorp = goldmicro - rkfree
> goldmicroapplerp = goldmicroapple - rkfree[-891]
> goldapplemod = lm(goldapplerp ~ mrp[-891])
> microapplemod = lm(microapplerp ~ mrp[-891])
> goldmicromod = lm(goldmicrorp ~ mrp)
> goldmicroapplemod = lm(goldmicroapplerp ~ mrp[-891])
> microapple.table = xtable(microapplemod)
> goldapple.table = xtable(goldapplemod)
> goldmicro.table = xtable(goldmicromod)
> goldmicroapple.table = xtable(goldmicroapplemod)

```