

VILNIAUS UNIVERSITETAS
MATEMATIKOS IR INFORMATIKOS FAKULTETAS
EKONOMETRINĖS ANALIZĖS KATEDRA

Monika ŠEŠTOKAITĖ ir Simona PLONYTĖ

CAPM ir akcijų portfelio konstravimas

Kursinio darbo vadovas prof. Remigijus LEIPUS

Ekonometrija, III kursas, I grupė

VILNIUS 2011

Turiny

1	Įvadas	2
2	CAPM	2
3	Duomenys	2
3.1	JAV 30-ies dienu izdo vekseliai	2
3.2	Indekso Standard & Poor's 500 akciju dienes kainos ir grazos	3
3.3	Microsoft Corp.	4
3.4	Apple Inc.	6
3.5	Auksas	7
4	Aprašomoji duomenų statistika	8
5	Kapitalo aktyvų įvertinimo modelis	10
5.1	Sudarytų modelių liekanų tikrinimas	12
6	Optimalaus portfelio paieška	16
7	Rezultatai ir išvados	16
8	Naudota literatūra	16
9	Priedai	16

1 Įvadas

2 CAPM

3 Duomenys

3.1 JAV 30-ies dienu izdo vekseliai

JAV vieno mėnesio izdo vekselius laikysime nerizikinga investicija. Nagrinėjami dieniniai duomenys nuo 2001 rugpjūčio 1 dienos iki 2011 metų liepos pabaigos. Kadangi JAV izdo vekselių duomenys pateikti kaip diennė diskonto norma antrinėje rinkoje, vekselių pelninguma galima rasti naudojant dvi patogias formules:

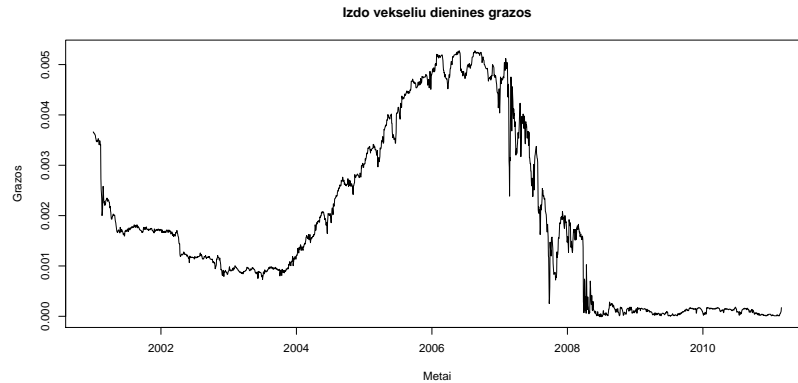
$$P = 100 - \left(100 \times \frac{d \times t}{360}\right)$$

Pirma, iš diskonto normos išreikiame kainą - iš nominalo atimta nuolaida. Čia nominalas = 100, P - izdo vekselio kaina, d - izdo vekselio diskonto norma, t - periodo dienų skaičius (musu atveju, mėnėsis = 30 dienų). Turedami kainą, galime rasti izdo vekselio pelningumą:

$$Y = \frac{100 - P}{P} \times \frac{365}{t}$$

Čia Y - izdo vekselio pelningumas, t.y. graža ir t = 30.

Taigi, 1 pav. vaizduojamos JAV izdo vekselių diennės gražos

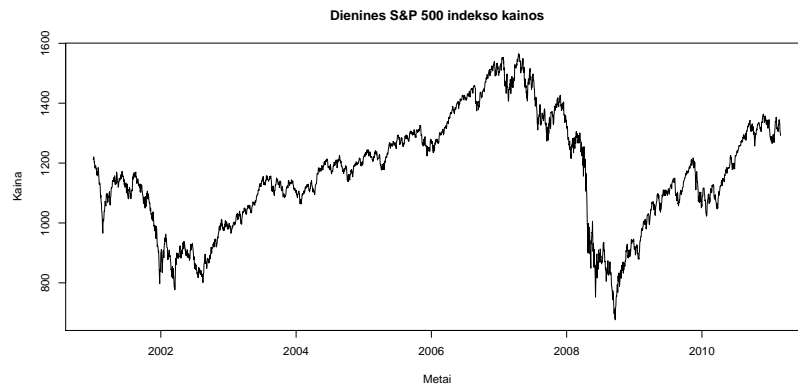


1 pav.: JAV 30-ies dienu izdo vekseliu pelningumas

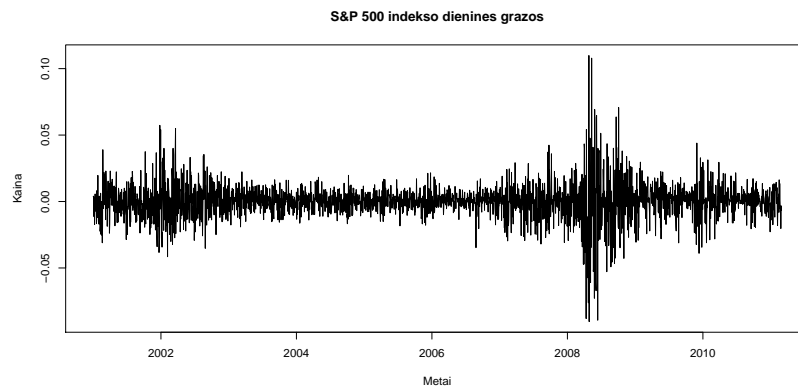
Grafikas gan israiskingai atspindi nuo 2004 metu prasidejusi ekonomikos pakilima, isaugusi vartojima ir analogiskas JAV vyriausybes pastangas pritraukti investuotojus didelemis palukanu normomis - izdo vekseliu pelningumu. Vekseliu pelningumas pasieke maksimuma 2006 metais, iki 2007 metu islaike gan auksta lygi, taciau nuo 2007 metu palaipsniui mazejo, kol galiausiai 2008 metais izdo vekseliu pelningumas nukrito iki zemiausio lygio nuo 2001 metu.

3.2 Indekso Standard & Poor's 500 akciju dienes kainos ir grazos

JAV imoniu indeksas Standard & Poor's 500 atstovaus visa ar bent didziaja dali Jungtiniu Amerikos valstiju rinkos. Indeksa sudaro 500 imoniu, gaunanciu virs penkiu milijardu doleriu pelna; tarp ju - Adobe Systems Inc, Amazon.com Inc, Apple Inc, Coca Cola Co. ir kitos. Indekso dieniniu akciju grazu grafikas neblogai atspindi rinkos bukle Jungtinese Amerikos valstjose per pastaruosius desimt metu. Nuo 2002 vidurio stebimas stabilus rinkos akciju pelningumo didejimas, o nuo 2007 metu stabilus, bet kiek staigesnis pelningumo mazejimas. Taip pat gan ryskiai pastebima ir 2008-2009 metu rinkos krize bei po jos prasidejes imoniu akciju pelningumo augimas.



2 pav.: S & P 500 dienos akciju kainos 2001-2011



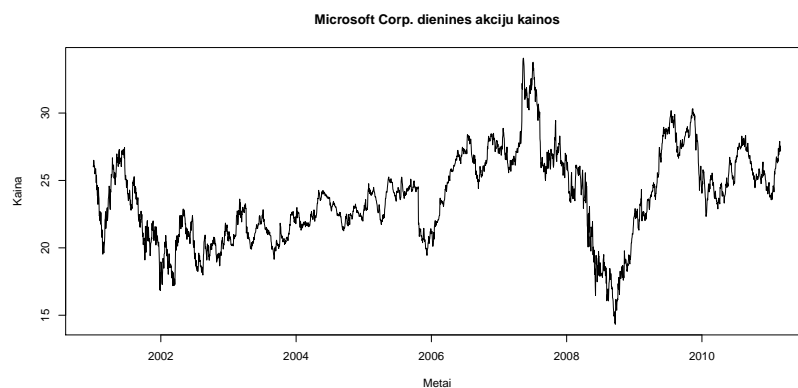
3 pav.: S & P 500 dienos akciju gražos

Siame grafike vaizduojamos rinkos dienos akciju gražos. Didesnis nei vidutinis gražų dispersijos padidėjimas taip pat sutampa su 2008-2009 metų krizes laikotarpiu. Dienos gražos stabiliausios 2003-2007 metų periodu, o tai irgi sutampa su stabilumo laikotapiu JAV ekonomikoje.

3.3 Microsoft Corp.

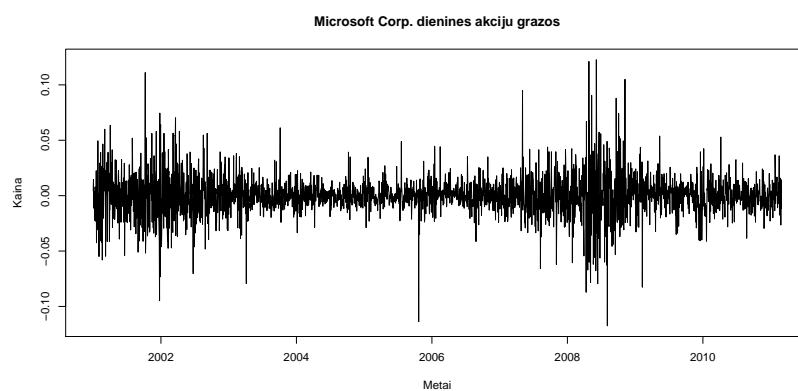
Viena iš CAP modelio tyrimui pasirinktu imonių - Microsoft Corp. Tai viena didžiausių programine įranga gaminančių kompanijų, turinti savo atstovybę

ir Lietuvoje. Žemiau pateiktos šios imonės dieniniu akcijų kainos bei dieniniu akcijų gražos.



4 pav.: Microsoft Corp. dienos akcijų kainos 2001-2011

Microsoft Corp. akcijų kainos pasižymi gan periodiskais svyravimais iki maždaug 2005 metų pabaigos. Nuo 2006 metų akcijų kaina gerokai pakilo ir 2007 metais pasiekė aukščiausią lygį. Bet tikriausiai šia imone irgi paveikė krizė ir nuo 2007 iki 2008 metų vidurio akcijų kainos krito, kol pasiekė žemiausią lygį. Toliau stebime stabilų akcijų kainų kilimą iki 2011 vasaros.



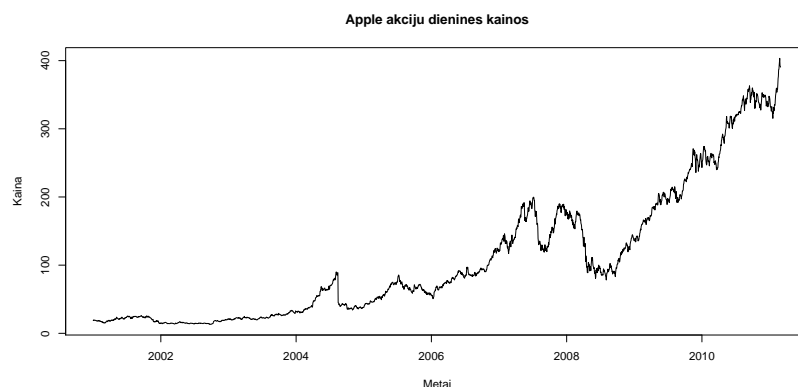
5 pav.: Microsoft Corp. dienos akcijų gražos 2001-2011

Microsoft Corp. dienos akcijų gražos, taip pat kaip ir Standard &

Poor's, neblogai atspindi stabilumo ir krizes laikotarpius, o kelios isskirtys susijusios su kitomis/atskiromis/individualiomis imones charakteristikomis.

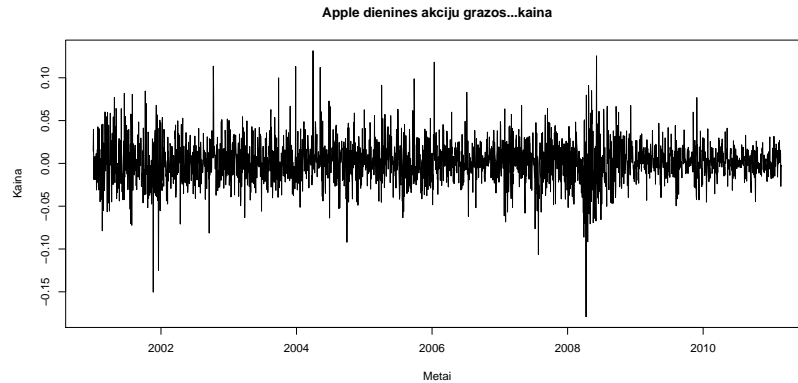
3.4 Apple Inc.

Kita imone, pasirinkta CAP modelio tyrimui - Apple Inc. Tai kompanija, siulanti plataus vartojimo elektronikos ir programines irangos produktus (pazodziui is wikipedia). Zemiau pateikti Apple Inc. dieniniu akciju kainu bei dieniniu akciju grazu grafikai.



6 pav.: Apple Inc. dienes akcijas kainos 2001-2011

Apple Inc. dieniniu akciju kainu svyravimai kiek skiriasi nuo S&P 500 ar Microsoft akciju kainu. Pastaruosius keleta metu sios kompanijos akciju kainos stabiliai kilo ir net krizes laikotarpiu nepasieke zemiausios kainos per desimties metu laikotarpi. Svarbi data duomeniu tyrimui - 2005 vasario 5 d. Sia diena Apple Inc. padvigubino akciju kieki uz ta pacia kaina, t.y. jei iki padalijimo viena akcija kainavo 88 dolerius, tai po padalijimo uz ta pacia kaina investuotojas jau galejo isigyti dvi akcijas (po 44 dolerius uz viena). Spejama, jog Apple Inc. tokiu veiksmu norejo pritraukti nauju investuotoju.

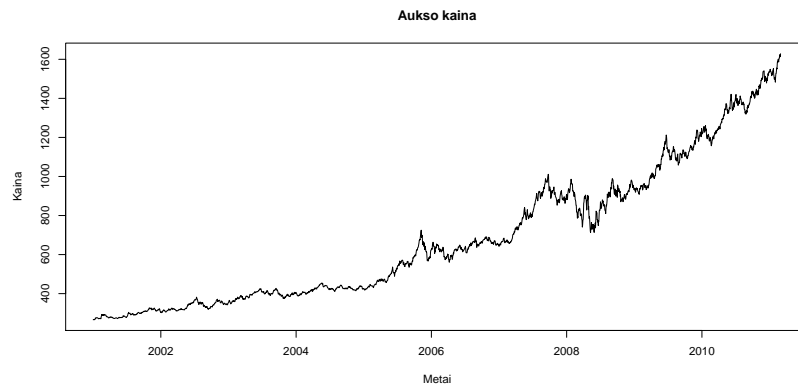


7 pav.: Apple Inc. dienines akciju grazos 2001-2011

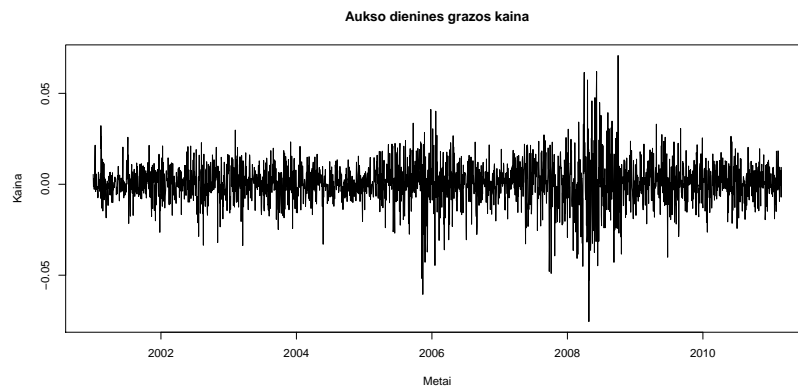
Siame grafike pateikiamos dienines akciju grazos, be 891-ojo duomens (pasalinta isskirtis, atsiradusi del akciju kiekio padvigubinimo). Galima pastebeti gan stabilia, nors santykinai nemaza, duomenu dispersija, o kelios isskirtys turbut susijusios su atskirais/pavieniais imones sprendimais, ivykiais arba rezonavo su krize.

3.5 Auksas

Idomu tyrineti ne tik svarbiu imoniu rizikos premiju priklausomybe nuo rinkos rizikos premijos, bet ir aukso pelninguma. Aukso kaina per desimt metu stabiliai kyla be joku ryskesniu nuosmukiu. 2011 vasara kaina pasieke auksciausia kada nors buvusi lygi.



8 pav.: Aukso dienos kainos



9 pav.: Aukso dienos gražos

Aukso dieniniu gražu grafikas turi gan maza dispersija, kurios padidejimas 2008 metais sutampa su krizes laikotapiu. Taciau net ir per krize dziausios aukso gražu vertes nepasiekia 0.1 ar -0.1.

4 Aprašomoji duomenų statistika

Rizikos premija - skirtumas tarp įmonės akcijos gražos ir iždo vekselio pelningumo. Tai premija investuotojui, pasirinkusiam rizikingesnės įmonės akcijas vietoje nerizikingo iždo vekselio. Kuo ji didesnė, tuo labiau traukia in-

vesticijas, bet dažnai (pagal CAPM teoriją) didesnė premija taip pat reiškia ir didesnę riziką investuojant į tam tikrą imonę. Žemiau pateiktoje lentelėje paskaiciuosime aktyvų vidutines grąžas, standartinius nuokrypius, dispersijas bei jų vidutines rizikos premijas ir standartinius nuokrypius.

Duomenys	Vidurkis	Dispersija	Standartinis nuokrypis
rkfree	0.00186004	2.789252e-06	0.001670105
market	0.0001173288	0.0001827668	0.01351913
microsoft	0.0001968397	0.0003574371	0.01890601
apple	0.001807715	0.0006370941	0.02524072
gold	0.0007931419	0.0001357824	0.01165257
mrp	-0.001742711	0.0001857122	0.01362763
microsoftrp	-0.001663201	0.0003601065	0.01897647
applerp	-5.20737e-05	0.000639531	0.02528895
goldrp	-0.001066898	0.0001384164	0.01176505

Koreliacijos:

market	microsoft	0.7184425
market	apple	0.5511114
market	gold	-0.04482454
mrp	microsoftrp	0.7209318
mrp	applerp	0.5534901
mrp	goldrp	-0.0266428

Didžiausias gražų vidurkis: xxxnzn ka rashyt: varda ar skaiciu, šis aktyvas galeų būti investuotojams patraukliausias.

Didžiausia dispersija/standartinis nuokrypis: xxx, tai rizikingiausias aktyvas.

Mažiausia dispersija/standartinis nuokrypis: xxx, šis aktyvas turi mažiausius svyravimus, todėl atrodo patikimai.

Labiausiai su rinka koreliuoja: xxx, t.y. labiausiai priklauso nuo rinkos būklės.

Mažiausiai koreliuoja su rinka: xxx. Tikėtina, kad rinkos akcijų vertei kintant, aktyvo kainos nesikeis tuo pačiu greičiu ir/arba ta pačia kryptimi. Tai ypač aktualu krizės laikotarpiu.

5 Kapitalo aktyvų įvertinimo modelis

Viena iš kapitalo aktyvų įvertinimo modelio (*Capital asset pricing model* - CAPM) išraiškų - paprasta vieno kintamojo regresija. Pasinaudojus ja, tirsiame imonių akcijų ir aukso rizikos premijų priklausomybę nuo rinkos rizikos premijų. Modeliuose pateiktas laisvasis narys α ir koeficientas β .

```
> microsoftmod = lm(microsoftrp ~ mrp)
> applemod = lm(applerp ~ mrp[-891])
> goldmod = lm(goldrp ~ mrp)
```

```
> summary(microsoftmod)
```

Call:

```
lm(formula = microsoftrp ~ mrp)
```

Residuals:

	Min	1Q	Median	3Q	Max
	-0.114489	-0.006098	-0.000315	0.005991	0.088079

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	0.0000863	0.0002652	0.325	0.745
mrp	1.0038977	0.0193079	51.994	<2e-16 ***

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.01315 on 2498 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.5197, Adjusted R-squared: 0.5196

F-statistic: 2703 on 1 and 2498 DF, p-value: < 2.2e-16

Gautas β koeficientas lygus 1.004 ir yra reikšmingas. Tai reiškia, jog rinkos rizikos premijai pakilus ar nukritus 1%, Microsoft Corp. rizikos premijos taip pat pakils 1%. Laisvasis narys beveik lygus nuliui ir nereikšmingas, tai neprieštarauja CAPM teorijai ir logikai - jei rinkos rizikos premija lygi nuliui, tai investuotojo i Microsoft Corp. šansai gauti rizikos premiją yra labai maži. $R^2 = 0.5197$, tai reiškia, kad 51,97% rinkos duomenų paaiškina Microsoft Corp. rizikos premijų svyravimus, t.y. sudaro sisteminę (rinkos) riziką. Likusi specifinė rizika priklauso nuo kitų įmonės charakteristikų.

```
> summary(applemod)
```

Call:

```
lm(formula = applerp ~ mrp[-891])
```

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-0.135080	-0.010883	-0.000986	0.010278	0.139434

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	0.0017347	0.0004248	4.083	4.58e-05 ***
mrp[-891]	1.0269695	0.0309249	33.209	< 2e-16 ***

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.02107 on 2497 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.3064, Adjusted R-squared: 0.3061

F-statistic: 1103 on 1 and 2497 DF, p-value: < 2.2e-16

Koeficientas β , kaip ir Microsoft Corp. imonės, lygus 1.027 ir yra reikšmingas ($0 < 0.005$). Taigi rinkos akcijų vertei susvyravus 1%, Apple Inc. irgi gali patirti panašų akcijų kainos pokytį. Laisvasis narys labai arti nulio ir nereikšmingas, taigi investuotojas pasirinkęs Apple Inc. akcijas negali tikėtis jokios rizikos premijos, kai rinkos akcijų vertės pokytis lygus nuliui. Visgi R^2 nėra labai didelis - tik 30% rinkos duomenų paaiškina Apple Inc. akcijų vertės svyravimus.

```
> summary(goldmod)
```

Call:

```
lm(formula = goldrp ~ mrp)
```

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-0.071932	-0.005851	0.000178	0.006454	0.071524

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
--	----------	------------	---------	----------

```
(Intercept) -0.0011070  0.0002372 -4.667 3.21e-06 ***
mrp          -0.0230014  0.0172673 -1.332  0.183
```

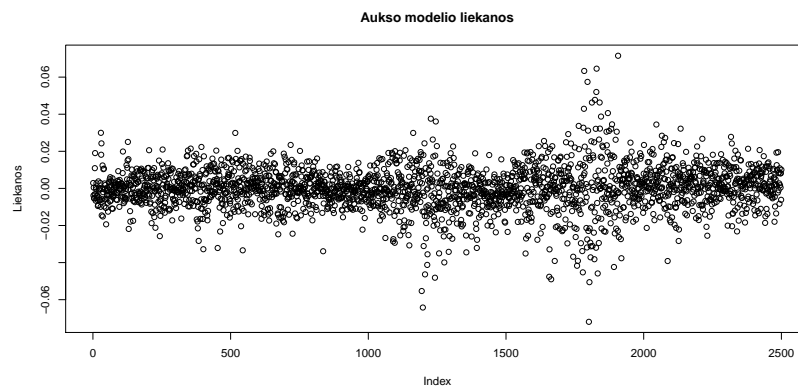
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.01176 on 2498 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.0007098, Adjusted R-squared: 0.0003098
F-statistic: 1.774 on 1 and 2498 DF, p-value: 0.183

Visai kitoks rezultatas gaunamas sudarius aukso rizikos premijų priklausomybės nuo rinkos rizikos premijų modelį. Šįkart $\beta = -0.023$ ir tai reikštų, kad aukso kainos ne tik mažai priklauso nuo rinkos akcijų vertės svyravimų, bet netgi juda priešinga linkme. Tai gali pasirodyti kaip itin patraukli investicija nuosmukio laikotarpiu. Tačiau koeficiento p-reikšmė $= 0.183 > 0.05$, taigi negalima atmesti H_0 hipotezės, kad $\beta = 0$. Bet ir priėmus šią hipotezę, galima tarti, kad aukso kainos mažai priklauso nuo rinkos svyravimų. Laisvasis narys šįkart -0.011 ir p-reikšmė rodo, kad jis reikšmingas. Toks rezultatas kiek prieštarauja CAPM logikai - rinkos akcijų vertėms nesikeičiant, aukso rizikos premija neigiama. Galbūt tai galėtų reikšti, kad dieninis aukso pelningumas itin nedidelis. $R^2 = 0.0007$ - itin maža reikšmė, patvirtinanti, kad rinka beveik nepaaiškina aukso kainų pokyčių, taigi visa aukso pelningumo rizika sisteminė - priklauso nuo kitų desnių/charakteristikų.

5.1 Sudarytų modelių liekanų tikrinimas

Liekanos turi būti homoskedastiškos, ne autokoreliuotos ir pasiskirsčiusios pagal normalųjį skirstinį.



10 pav.: Aukso modelio liekanos nera heteroskedastiskos

Ar liekanos turi slenkanti vidurki: kodus i prieda, pateikti tik koef reiksmes prie L ankstiniu. krc nesupranku ka cia pridirbai, tai pati sukelk.

```
> summary(dynlm(ts(applerp) ~ ts(mrp) + L(ts(applemod$res), 1)))
```

Time series regression with "ts" data:

Start = 2, End = 2499

Call:

```
dynlm(formula = ts(applerp) ~ ts(mrp) + L(ts(applemod$res), 1))
```

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-0.179507	-0.013359	-0.000553	0.013549	0.131190

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	0.0004459	0.0005040	0.885	0.376
ts(mrp)	0.2883804	0.0366877	7.860	5.65e-15 ***
L(ts(applemod\$res), 1)	0.0337889	0.0237419	1.423	0.155

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.02499 on 2495 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.02478, Adjusted R-squared: 0.024
 F-statistic: 31.7 on 2 and 2495 DF, p-value: 2.545e-14

```
> summary(dynlm(ts(microsoftrp) ~ ts(mrp) + L(ts(microsoftmod$res),
+ 1)))
```

Time series regression with "ts" data:
 Start = 2, End = 2500

Call:
 dynlm(formula = ts(microsoftrp) ~ ts(mrp) + L(ts(microsoftmod\$res),
 1))

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-0.114434	-0.006106	-0.000373	0.006017	0.088020

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	8.717e-05	2.653e-04	0.329	0.743
ts(mrp)	1.004e+00	1.932e-02	51.999	<2e-16 ***
L(ts(microsoftmod\$res), 1)	-2.293e-02	2.002e-02	-1.146	0.252

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.01316 on 2496 degrees of freedom
 Multiple R-squared: 0.52, Adjusted R-squared: 0.5196
 F-statistic: 1352 on 2 and 2496 DF, p-value: < 2.2e-16

```
> summary(dynlm(goldrp ~ mrp + L(ts(goldmod$res), 1)))
```

Time series regression with "numeric" data:
 Start = 1, End = 2499

Call:
 dynlm(formula = goldrp ~ mrp + L(ts(goldmod\$res), 1))

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-----	----	--------	----	-----

-0.072581 -0.005880 0.000178 0.006435 0.072343

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	-0.0011091	0.0002372	-4.677	3.07e-06 ***
mrp	-0.0236453	0.0172664	-1.369	0.1710
L(ts(goldmod\$res), 1)	0.0360663	0.0200098	1.802	0.0716 .

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.01176 on 2496 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.00201, Adjusted R-squared: 0.00121
F-statistic: 2.513 on 2 and 2496 DF, p-value: 0.08123

Visuose modeliuose pirmos eilės liekanų ankstiniai nereikšmingi.

Autokoreliacijai patikrinti naudosime Durbin-Watson testą: irgi kodus i
prieda, pateikti tik koef reikšmes

```
> durbinWatsonTest(microsoftmod, max.lag = 1)
```

lag	Autocorrelation	D-W	Statistic	p-value
1	-0.02291682	2.04577	0.244	

Alternative hypothesis: rho != 0

```
> durbinWatsonTest(applemod, max.lag = 1)
```

lag	Autocorrelation	D-W	Statistic	p-value
1	0.01299961	1.97393	0.556	

Alternative hypothesis: rho != 0

```
> durbinWatsonTest(goldmod, max.lag = 1)
```

lag	Autocorrelation	D-W	Statistic	p-value
1	0.03604061	1.927601	0.092	

Alternative hypothesis: rho != 0

Liekanos nėra autokoreliuotos su savo pirmos eilės ankstiniais.

Normalumui tikrinti naudosime Jarque-Bera arba Kolmogorov-Smirnov
testą.


```
> jarque.bera.test(microsoftmod$res)
```

Jarque Bera Test

data: microsoftmod\$res

X-squared = 8683.798, df = 2, p-value < 2.2e-16

```
> jarque.bera.test(applemod$res)
```

Jarque Bera Test

data: applemod\$res

X-squared = 3384.751, df = 2, p-value < 2.2e-16

```
> jarque.bera.test(goldmod$res)
```

Jarque Bera Test

data: goldmod\$res

X-squared = 1593.331, df = 2, p-value < 2.2e-16

P-reikšmės testuose rodo, kad liekanos nėra pasiskirsčiusios pagal normalųjį skirstinį. Galbūt liekanų pasiskirstymas reiškia, kad rinkos akcijų kainų pokyčiai mažai sutampa su įmonių akcijų vertės pakitimais.

6 Optimalaus portfelio paieška

7 Rezultatai ir išvados

8 Naudota literatūra

9 Priedai