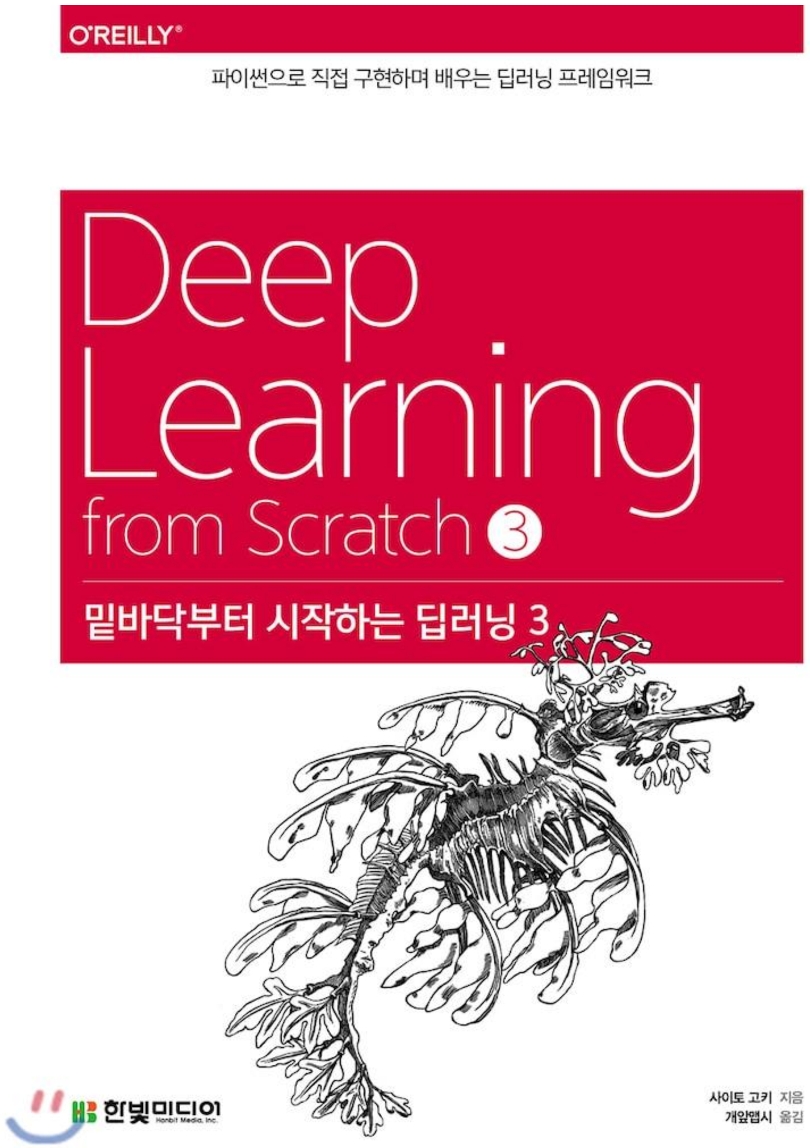


Book Review & Project

2021.3.2 ~ 3.18

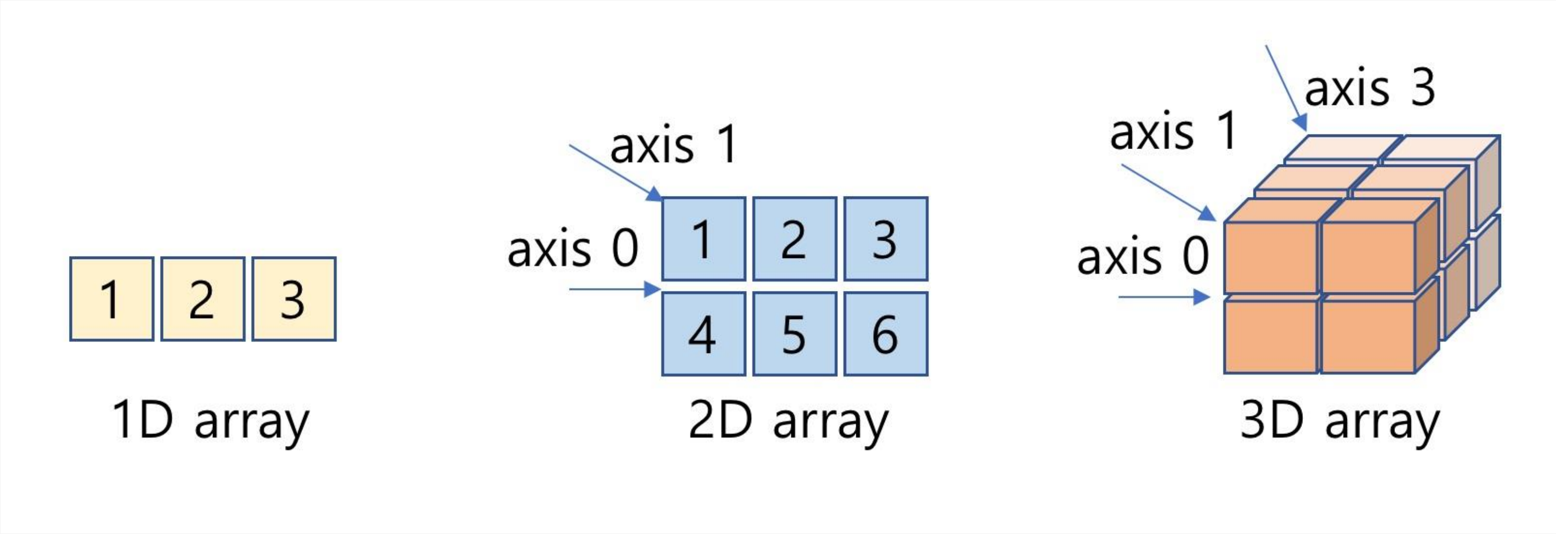
한국IT교육원 303호

CONTENTS

제 1고지 미분 자동 계산

1단계: 상자로서의 변수 & steps/steps01.py

- Variable 클래스 구현 (*PEP8 규칙 참조)
- ML 시스템에서 기본 데이터 구조는 “다차원 배열“



<출처: http://taewan.kim/post/numpy_cheat_sheet/>

* https://www.python.org/dev/peps/pep-0008

2단계: 변수를 낳는 함수 & steps/steps02.py

○ Function 클래스 구현

- __call__(self, input) 메서드의 인수 input은 Variable 인스턴스라 가정*
- __call__ 메서드를 정의하면 f = Function( ) 형태로 사용 가능

  : 예) f(…) 형태로 __call__ 메서드 호출

* https://tech.ssut.me/python-functions-are-first-class/

3단계: 함수 연결 & steps/steps03.py

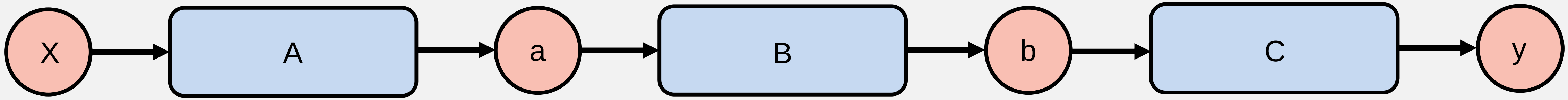
○ Exp 함수 구현

- $y = e^x$ 계산하는 함수 구현

  : e는 자연로그의 밑, 2.718…

- Square( ) & Exp( ) 모두, Function 클래스 상속*

- 합성 함수(Composite Function)



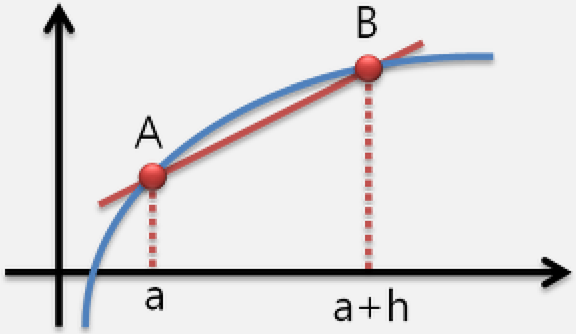
* https://wikidocs.net/16073

4단계: 수치 미분 & steps/steps04.py

○ 미분 (Derivative)

- 변화율 (예, 물체의 시간에 따른 위치 변화율)*

평균변화율: $\dfrac{f(a+h)-f(a)}{(a+h)-a} = \dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$



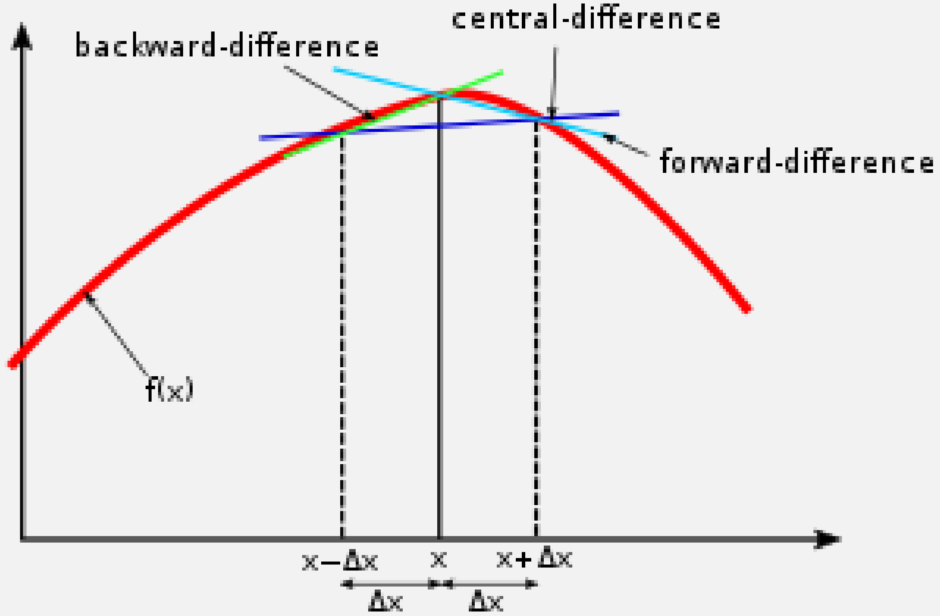
두 점 A와B의 기울기를 의미함
=평균변화율

* https://j1w2k3.tistory.com/295

4단계: 수치 미분 & steps/steps04.py

○ 미분 (Derivative)

- 변화율 (예, 물체의 시간에 따른 위치 변화율)*
- 중앙차분 (Centered Difference)



* https://j1w2k3.tistory.com/295

4단계: 수치 미분 & steps/steps04.py

○ 미분 (Derivative)

- 변화율 (예, 물체의 시간에 따른 위치 변화율)
- 중앙차분 (Centered Difference)
- eps = 가장 작은 값 = 1e-4*
- 결괏값 3.297의 의미: x를 0.5만큼 변화하면 3.297 만큼 변한다는 의미

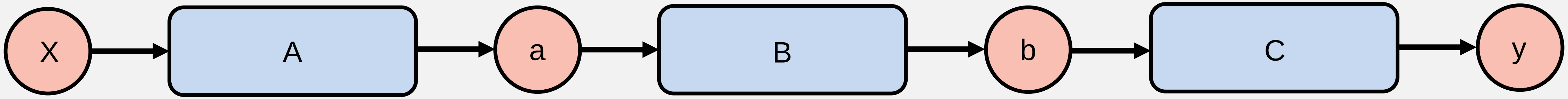
○ 수치 미분의 문제점

- 오차가 존재 (자릿수 누락, 예: 1.233와 1.23333은 다른 숫자 이지만, 유효숫자 처리에 따라 같아 질 수 있음)
- 계산량이 많아짐. 특히, 신경망에서는 모두 미분으로 구할 수 없음

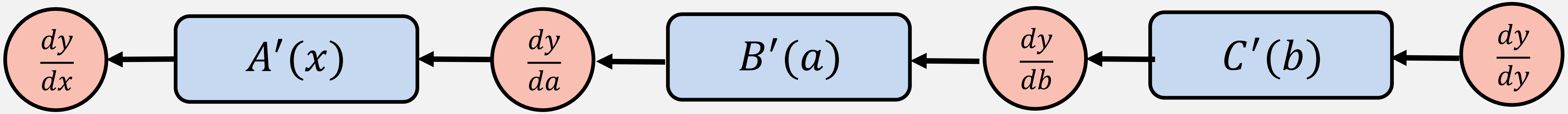
* 엡실론은 수학에서 가장 작은 양의 값을 나타내는 데 사용, 컴퓨터에서 아주 작은 양의 부동소수점 값을 담는 변수의 이름으로 사용 중

5단계: 역전파

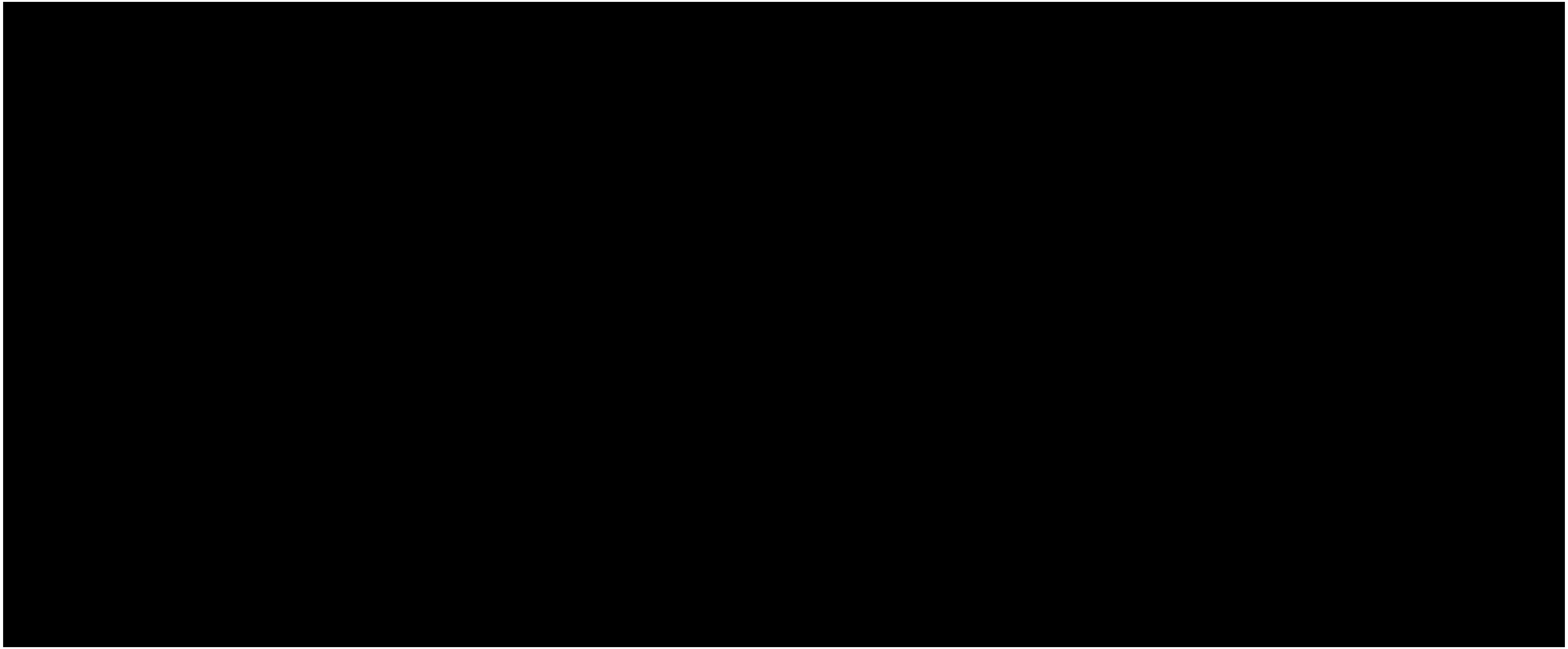
○ 순전파



○ 역전파

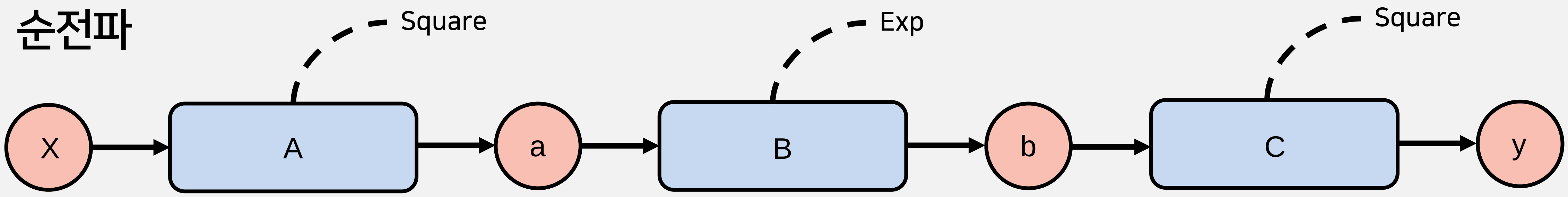


5단계: 역전파

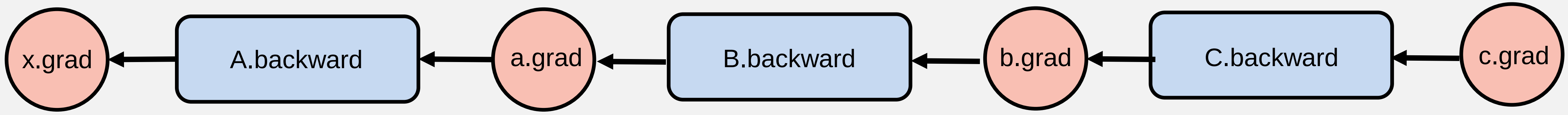


6단계: 역전파 & steps/steps06.py

○ 순전파

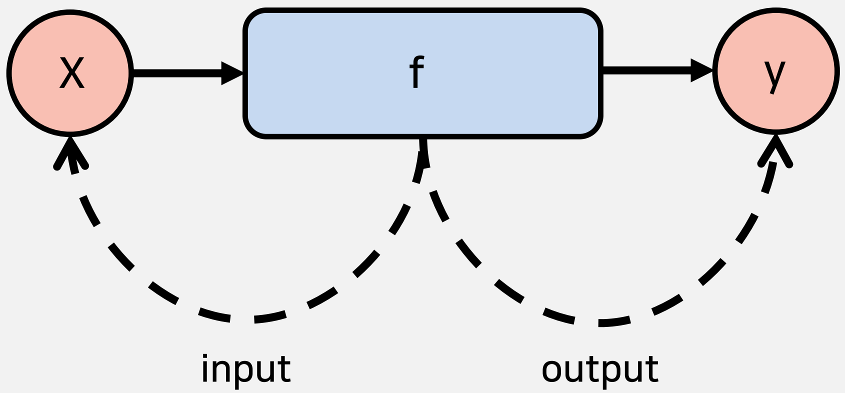


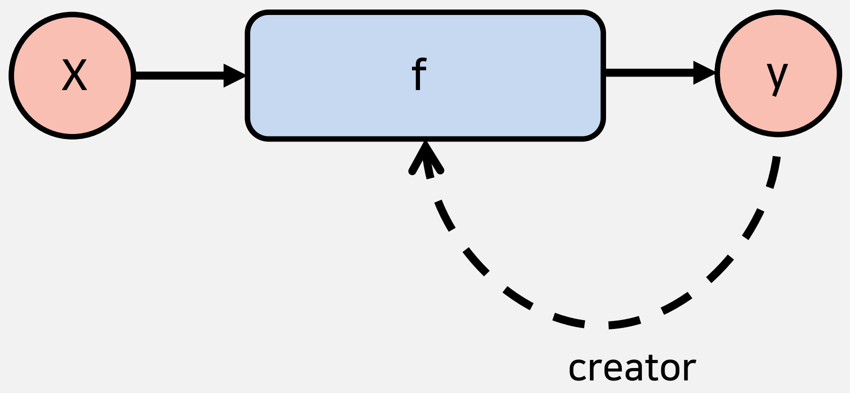
○ 역전파



7단계: 역전파 자동화 & steps/steps07.py

○ 변수와 함수와의 관계

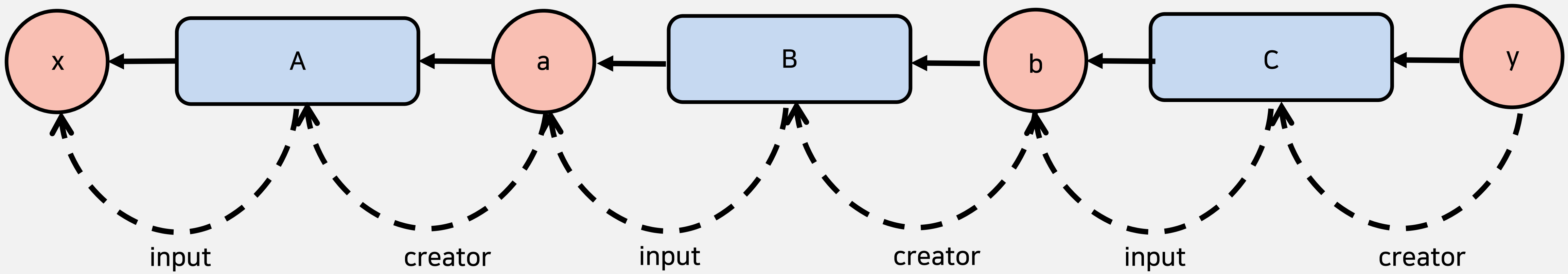




○ assert 문: 평가 결과가 True가 아니면 예외 발생

7단계: 역전파 자동화 & steps/steps07.py

○ 계산 그래프 역 추적



8단계: 재귀에서 반복문으로 & steps/steps08.py, helper/recursive_call.py

- 반복문의 장점

  - 재귀는 함수를 재귀적으로 호출할 때마다 중간 결과를 메모리에 유지스택에 쌓으면서 처리
  - 처리 효율도 우수
  - 이 때, 반복문에서는 For-Loop 대신, while 반복문 사용

9단계: 함수를 더 편리하게 & steps/steps09.py

○ 파이썬 함수로 이용하기

- square & exp 함수 구현 완료

- 함수를 연속으로 적용 가능

```
...
y = square(exp(square(x)))
...
```

9단계: 함수를 더 편리하게 & steps/steps09.py

○ Backward 메서드 간소화

```
...
def backward(self):
    if self.grad is None:
        self.grad = np.ones_like(self.data)
    funcs = [self.creator]
...
```

- grad가 None이면 자동으로 미분값 생성, self.data가 스칼라이면, self.grad가 스칼라가 됨
- np.ones_likeI( ): Variable data와 grad의 데이터 타입을 같게 만들도록 하기 위한 것
  : 예) self.data 32비트 부동소수점이면 grad도 32비트 부동 소수점

9단계: 함수를 더 편리하게 & steps/steps09.py

○ ndarray만 취급하기

```
...
def __init__(self, data):
    if data is not None:
        if not isinstance(data, np.ndarray):
            raise TypeError('{}은(는) 지원하지 않습니다.'format(type(data)))
...
```

- as_array( ) 함수: Variable은 항상 ndarray( ) 가정하고 있어서, ndarray 인스턴스로 변환

10단계: 테스트 & steps/steps10.py

- Unittest의 사용
- Square 함수의 역전파 테스트
- 기울기 확인(Gradient checking)을 이용한 자동 테스트

  - |a – b| ≤ (atoll + rtol × |b|) => 결괏값이 True 반환해야 함

```
w@HKIT203-LECT MINGW64 ~/Desktop/dl_framework (main)
$ python -m unittest steps/step10.py
...
----------------------------------------------------------------------
Ran 3 tests in 0.008s

OK
```

제 2고지 자연스로운 코드로

11, 12단계 – 가변 길이 인수(순전파) & steps/step11~12.py

○ Function 클래스 수정

- 인수와 반환값의 타입을 리스트로 변환
- 리스트 내포(list comprehension) 사용됨
- 인수 앞에 별표(*) 붙임 -> 임의 개수의 인수(가변 길이 인수)를 건네 함수를 호출
- 함수를 호출할 때 별표를 붙이면 리스트 언팩(list unpack)이 일어남*

  : 예) xs = [x0, x1]일 때 self.forward(*xs)를 하면 self.forward(x0, x1)로 호출하는 것과 동일하게 동작

* https://dojang.io/mod/page/view.php?id=2345

13단계 – 가변 길이 인수(역전파) & steps/step13.py

○ Variable 클래스 수정

- 여러 개의 변수에 대응할 수 있도록 수정됨

① 출력 변수인 outputs에 담겨 있는 미분값들을 리스트에 담음

② 함수 f의 역전파를 호출 – f.backward(*gys) 인수에 별표를 붙여 호출

③ gxs가 튜플이 아니라면 튜플로 변환

④ 역전파로 전파되는 미분값을 Variable의 인스턴스 변수 grad에 저장함

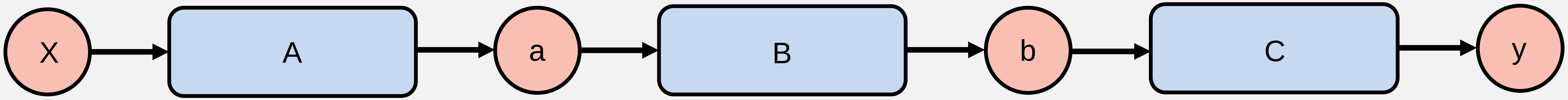
14단계: 같은 변수를 반복 사용 & steps/step13~14.py

- 문제 (1) : 역전파에서 미분값을 더해주는 과정에서 미분값을 그대로 대입
  => 미분의 합
  - 처음일 경우 : 지금과 같이 미분값 대입
  - 두번째 이후 : 이전 미분값과 전달받은 미분값을 더함

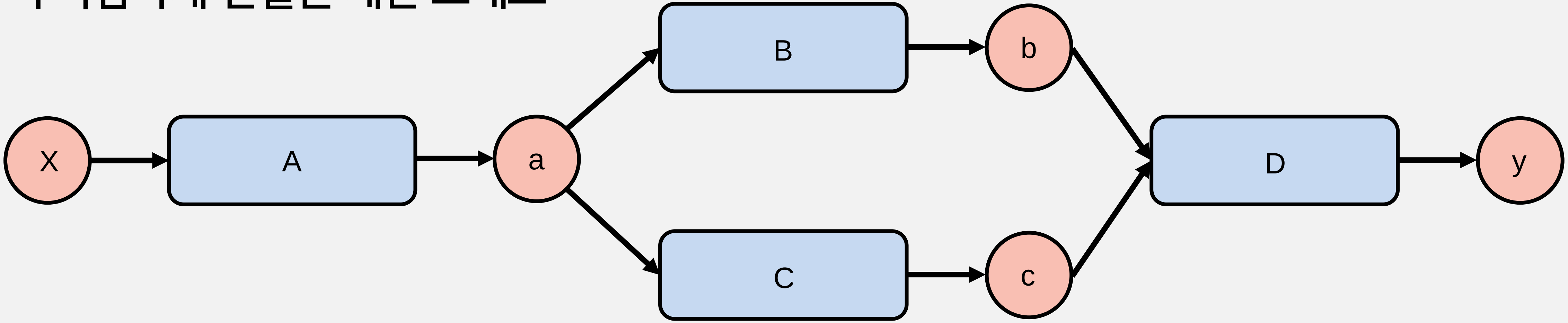
- 문제 (2) : 같은 변수로 다른 계산을 할 때
  => 미분값 초기화하는 cleargrad메서드 추가

15~16단계: 복잡한 계산 그래프

○ 일직선 계산 그래프 (앞에서 해왔던 것)



○ 더 복잡하게 연결된 계산 그래프



15~16단계: 복잡한 계산 그래프 & steps/step15~16.py

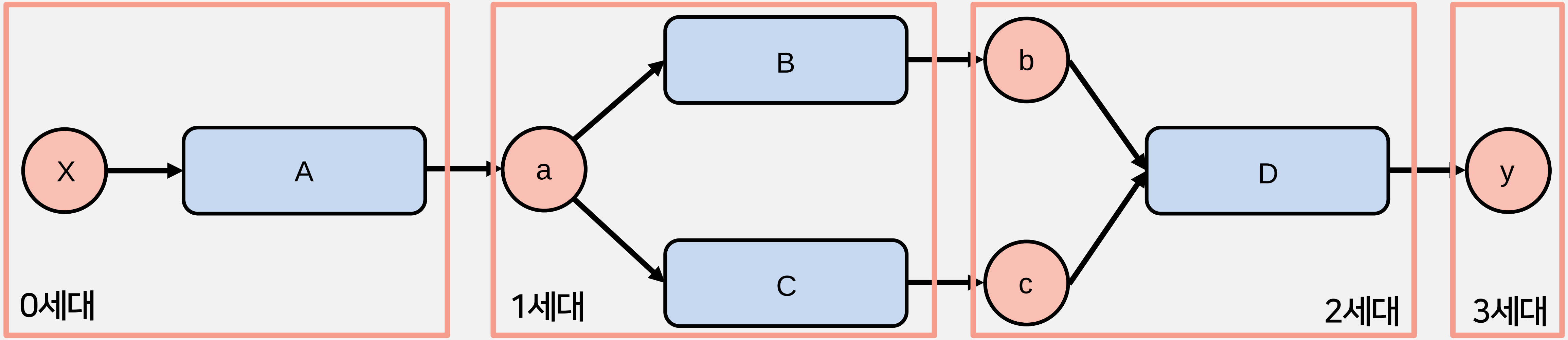
○ 역전파의 올바른 순서

- 같은 변수를 사용할 때 역전파는 출력쪽에서 전파되는 미분값을 더해야함

- 함수B와 C의 역전파를 모두 끝내고 함수A를 역전파 해야함. (B와 C의 순서는 상관없음)

구현방법

- 세대(generation) 추가 : 순전파에서 사용하는 함수의 순서를 기억
- 세대순으로 꺼내기 : 최근 세대의 함수부터 꺼내도록 함
- 중복을 피하기 위해 set()



17단계: 메모리 관리 및 순환 참조.

○ 메모리 관리 방식 2가지

1. 참조(Reference) 수 Count
2. 세대(Generation)를 기준으로 쓸모없어진 객체(garbage)를 회수(collection)

17단계: 메모리 관리 및 순환 참조.

○ 참조(Reference) 수 Count

1. 모든 클래스 객체는 생성 시 참조 카운트가 0인 상태로 생성
2. 생성된 객체를 참조하는 프로그래밍 문법이 발생할 경우 카운트 1만큼 증가 (Edge 생성)

※ 참조 카운트가 증가되는 경우(일부)

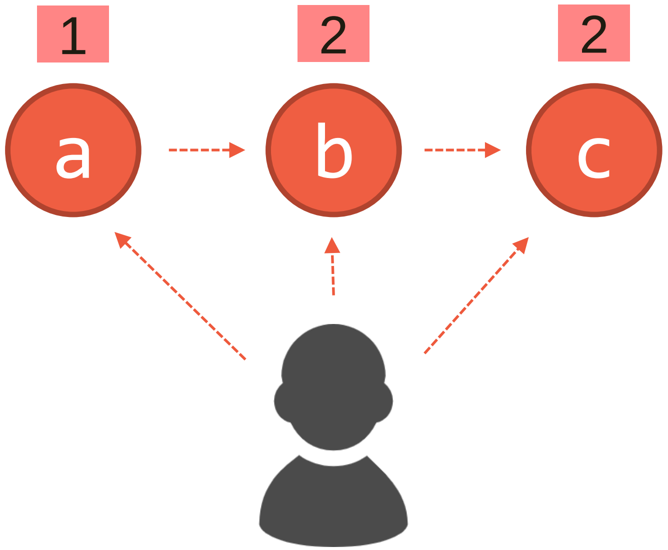
- 대입 연산자 사용
- 함수에 인수로 전달
- 컨테이너 (리스트, 튜플, 클래스 등)에 추가할 경우

3. 이와 대조적으로 객체에 대한 참조가 끊어질 경우 (Edge 소멸) 참조 카운트 1만큼 감소

17단계: 메모리 관리 및 순환 참조.

○ 참조(Reference) 수 Count

```
# 객체 생성 (참조 카운트 0)
a = obj()
b = obj()
c = obj()

# 대입 연산자 사용
a.b = b
b.c = c

# 대입 연산자를 활용하여 객체 소멸
a = b = c = None
```

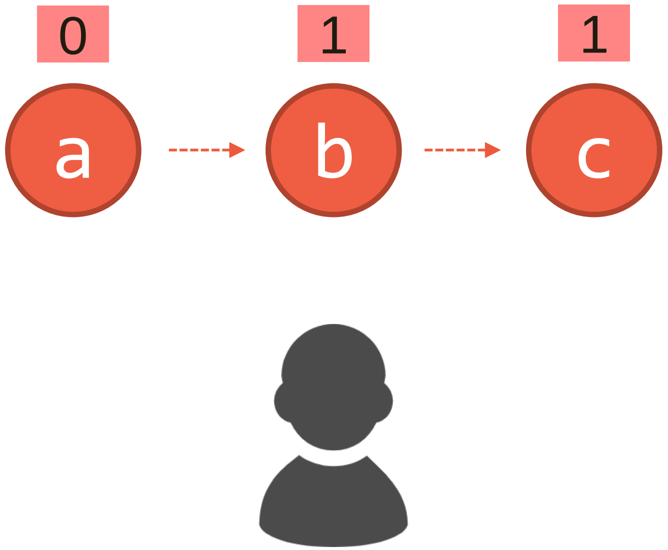


어떤 경우에 의해 참조된 경우 참조 수 Count. b와 c는 각각 대입연산자와 class 멤버변수로 호출되어 2번 참조됨

17단계: 메모리 관리 및 순환 참조.

○ 참조(Reference) 수 Count

```
# 객체 생성 (참조 카운트 0)
a = obj()
b = obj()
c = obj()

# 대입 연산자 사용
a.b = b
b.c = c

# 대입 연산자를 활용하여 객체 소멸
a = b = c = None
```



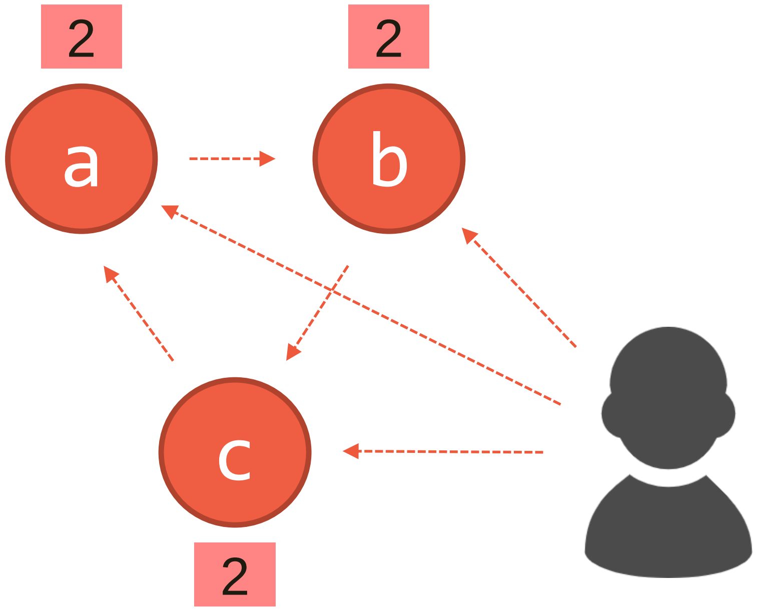
참조되어 인스턴스화 되었던 a, b, c 클래스에 대해 메모리 해제 작업 시 참조 수 Count 확인

a, b, c가 각각 0, 1, 1의 값을 처음에 나타내고 b, c는 순차적으로 앞 노드(클래스 객체)에 의해 메모리 할당이 해제됨

17단계: 메모리 관리 및 순환 참조.

○ 순환 참조*

```
# 객체 생성 (참조 카운트 0)
a = obj()
b = obj()
c = obj()

# 대입 연산자 사용
a.b = b
b.c = c
c.a = a

# 대입 연산자를 활용하여 객체 소멸
a = b = c = None
```



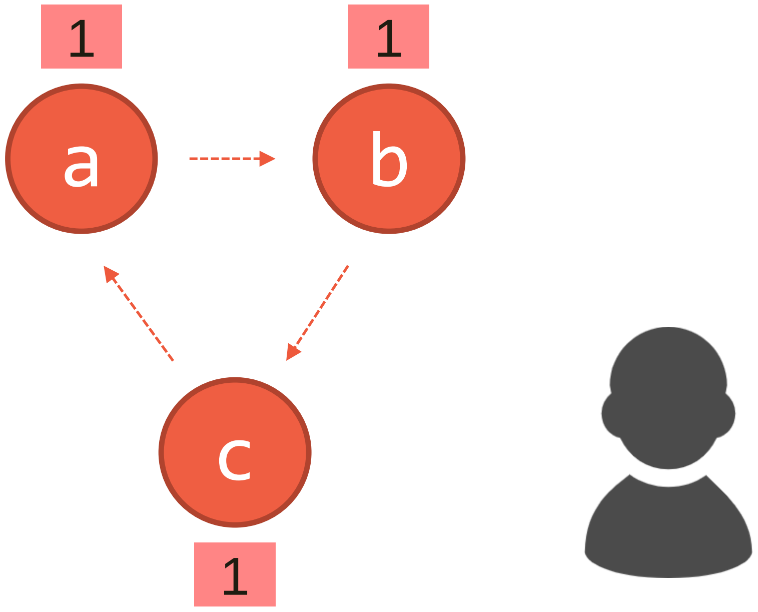
a, b, c 객체가 서로 순환하는 구조를 가진 경우 참조 count.

* https://modoocode.com/252

17단계: 메모리 관리 및 순환 참조.

○ 순환 참조

```
# 객체 생성 (참조 카운트 0)
a = obj()
b = obj()
c = obj()

# 대입 연산자 사용
a.b = b
b.c = c
c.a = a

# 대입 연산자를 활용하여 객체 소멸
a = b = c = None
```



세 객체에 대해 메모리 해제를 시도했으나, 순환 참조에 의해 메모리 해제가 불가. (메모리 누수)

17단계: 메모리 관리 및 순환 참조.

○ weakref

```
import weakref
import numpy as np

a = np.array([1, 2, 3])
b = weakref.ref(a) # weakref 객체 생성

b # b 메모리 주소 확인
<weakref at 0x103b7f048; to 'numpy.ndarray' at 0x103b67e90>
b() # b 객체 내장데이터 확인
[1 2 3]
```

weakref 모듈을 사용하여 약한 연결고리를 가지는 순환 참조 객체를 생성

17단계: 메모리 관리 및 순환 참조.

○ weakref

```
>>> import weakref
>>> import numpy as np

>>> a = np.array([1, 2, 3])
>>> b = weakref.ref(a) # weakref 객체 생성

>>> b # b 메모리 주소 확인
<weakref at 0x103b7f048; to 'numpy.ndarray' at 0x103b67e90>
>>> b() # b 객체 내장데이터 확인
[1 2 3]

>>> a = None
>>> b # a 컨테이너에 대한 참조가 사라지면서 weakref status가 dead로 변경
<weakref at 0x103b7f048; dead>
```

17단계: 메모리 관리 및 순환 참조.

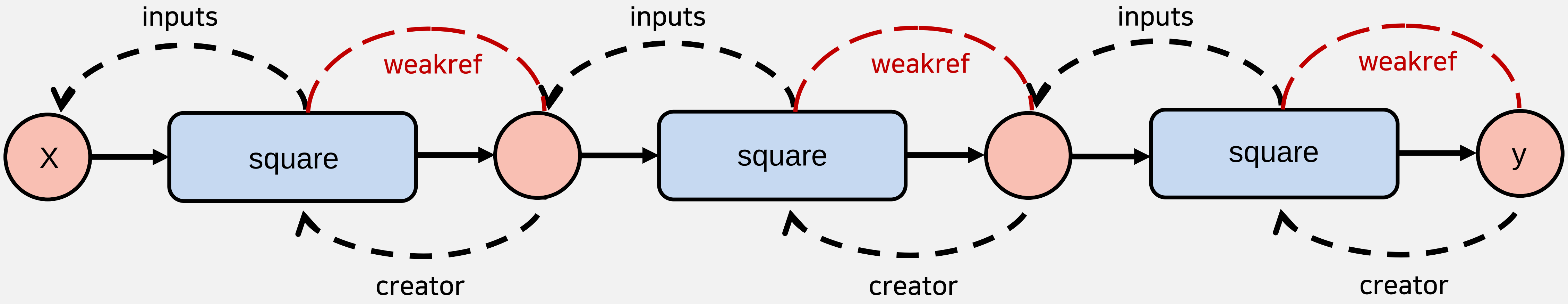
○ weakref & step/step17.py

```
import weakref

class Function:
    def __call__(self, *inputs):
      …
      self.outputs = [weakref.ref(output) for output in outputs]
      …

class Variable:
    …
    def backward(self):
      …
      gys = [output().grad for output in f.outputs]
      …
```

17단계: 메모리 관리 및 순환 참조.

○ weakref & step/step17.py

```
import numpy as np

for i in range(10):
    x = Variable(np.random.randn(10000))
    y = square(square(square(x)))
```



17단계: 메모리 관리 및 순환 참조.

- Garbage Collection *

  - 세대(Generation)를 기준으로 쓸모없어진 객체(garbage)를 회수(collection)

  - 장점: (3가지 케이스에 대해서) 메모리 수집 편리

    1. 유효하지 않은 포인터에 대한 접근
    2. 이중 해제
    3. 메모리 누수

  - 단점

    1. GC에 의존하므로 메모리 해제 시점을 알아도 GC를 사용하므로 오버헤드 발생
    2. 메모리의 해제 시점을 정확하게 판단할 수 없다.

* Wikipedia.org → Garbage Collection

18단계: 메모리 절약 모드

○ 할당된 메모리 해제 작업

```
class Variable:
    …
    def backward(self, retain_grad = False):
      …
      if not retain_grad:
            for y in f.outputs:
                  y().grad = None # 불필요한 메모리 해제,
                                    y의 기울기는 Framework 계산 시를 제외하고 활용되지 않음
```

Variable 클래스의 backward 메서드에 retain_grad 인자를 추가하는 것만으로도 불필요한 메모리 사용을 억제하는 효과

18단계: 메모리 절약 모드

○ Config 클래스 활용 – Flag 설정

```
class Config:
        enable_backprop = True

class Function:
        def __call__(self, *inputs):
                …
                if Config.enable_backprop:
                        …
                …
```

설정 데이터는 단 한 군데 지정하는게 전체적인 측면에서 유리하므로 Config 클래스를 인스턴스화하지 않고 '클래스' 그대로 활용

18단계: 메모리 절약 모드

- with 문을 활용한 모드 전환
  - Python의 들여쓰기를 활용하여 후처리를 자동으로 진행해주는 구문 생성
  - 대표적인 예: with < open, close >
  - 데코레이션(@)을 활용하여 contextlib.contextmanager에 접근

18단계: 메모리 절약 모드

○ with 문을 활용한 모드 전환

```
import contextlib

@contextlib.contextmanager
def using_config(name, value):
      old_value = getattr(Config, name) # 기존 설정내용 저장
      setattr(Config, name, value) # 새로운 설정내용으로 작업 수행
      try:
            yield # with문으로 호출 시 body 부분 작업을 수행하는 영역
      finally:
            setattr(Config, name, old_value) # 기존 설정내용으로 복구
```

contextlib 모듈 내에서 callable 함수 객체를 받아서 decorator에 의해 처리

위 코드의 경우 기존 설정을 백업해둔 상태로 새로운 작업을 수행하고 복구하는 함수.

18단계: 메모리 절약 모드

○ with 문을 활용한 모드 전환

```
with using_config('enable_backprop', False): # Config class's 멤버변수(str), name(bool)
        x = Variable(np.array(2.))
        y = square(x)
```

설정 간소화

```
Def no_grad():
        return using_config('enable_backprop', False)

with no_grad():
        x = Variable(np.array(2.))
        y = square(x)
```

with문을 활용하여 후처리 진행 + 반복 수행 시 번거로움을 방지하고자 no_grad 함수 생성

19단계: 변수 사용성 개선 & steps/step19.py

- 변수 이름 지정
  - 변수의 구분을 위해 변수 이름을 저장
  - 계산 그래프를 시각화 할 때 변수이름을 그래프에 표시할 수 있음
  - 지정하지 않을 경우 None로 할당

- ndarray 인스턴스 변수
  - shape : 다차원 배열의 형상
  - ndim : 차원 수
  - size : 원소 수
  - dtype : 데이터 타입
  - @property라는 데코레이터를 사용해 메서드를 인스턴스 변수처럼 사용
    ex) x.shape

19단계: 변수 사용성 개선 & steps/step19.py

- len 함수와 print 함수

  - len : 리스트 등의 안에 포함된 원소 수를 반환

  - print : Variable안에 데이터 내용을 출력하는 기능

  - __len__와 같이 특수 메서드로 정의하여 함수처럼 사용

    ex) len(x)

20단계: 연산자 오버로드(1) & steps/step20.py

- 연산자 오버로드(operator ovelaod)

  - 연산자(+, *등) 대응
  - 특수 메서드를 정의함으로써 사용자 지정 함수가 호출되도록 함

  ex) __mul__ => *

  __add__ => +

  - 파이썬 에서는 함수도 객체이므로 함수 자체를 할당할 수 있음

  ex) Variable 의__mul__를 호출할 때 파이썬의 mul함수 부름

  Variable.__add__ = add

  Variable.__mul__ = mul

21단계: 연산자 오버로드(2) & steps/step21.py

- 연산자 오버로드(operator overlaod)

  - 앞에서 a * b or a + b같은 연산자를 사용한 코드 작성할 수 있게 됨
  - 1) a * np.array(2.0)같은 ndarray 인스터스와 사용할 수 없음

    2) a + 3 같은 수치 데이터와 사용할 수 없음

↓

ndarray, int, flaot도 사용할 수 있게 하자

21단계: 연산자 오버로드(2) & steps/step21.py

○ ndarray, float, int와 함께 사용하기

- ndarray 인스턴스를 Variable인스턴스로 변환 -> Variable인스턴스로 통일

- float, int를 ndarray 인스턴스로 변환 -> 이후 Funcrtion 클래스에서 Variable 인스턴스로 다시 변환되기 때문에 결과적으로 전부 Variable인스턴스로 통일됨

- 하지만 지금의 이항 연산자 * 는 좌항의 인스턴스에 속해있는 메서드를 통해서만 호출됨

* 이항 연산자 : 연산을 수행하는 피연산자(a, b같은)가 두개일 때의 연산자

21단계: 연산자 오버로드(2) & steps/steps22.py

- 좌항에 int, flaot가 있을 경우

  - 구현되어 있지 않기 때문에 특수 메서드를 호출하지 못함

  해결 : 피연산자의 위치에 따라 호출되는 특수 메서드를 지정하자

  ex) 곱셈의 경우

    - 피연산자가 좌항 -> '__mul__'

    - 피연산자가 우항 -> '__rmul__' (r은 right의 r)

21단계: 연산자 오버로드(2) & steps/steps22.py

- 좌항에 ndarray 가 있을 경우

  - 좌항의 ndarray의 인스턴스를 통해 연산자가 호출됨

  하지만 Variable 인스턴스로 통일 해주어야 해서 Variable 인스턴스의 특수메서드를 호출하길 원함

  해결 : 연산자의 우선순위를 두자

  Variable 인스턴스의 연산자 우선순위를 ndarray 인스턴스의 연산자 우선순위보다 높일 수 있음

  ex) 덧셈의 경우

```
...
class Variable:
    __array_priority__ = 200
...
```

22단계: 연산자 오버로드(3) & steps/steps23.py

○ 특수 메서드

특수 메서드	설명	예
neg(self)	부호 변환 연산자	-self
sub(self, other)	뺄셈 연산자	self –other
rsub(self, other)	역순 뺄셈 연산자	other - self
truediv(self, other)	나눗셈 연산자	self / other
rthredic(self, other)	역순 나눗셈 연산자	other / self
pow(self, other)	거듭제곱 연산자	self ** other

23단계 – 패키지로 정리 & steps/step13.py

- 모듈 *

  - 파이썬 파일, 특히 임포트(import)하여 사용하는 것을 가정하고 만들어진 파이썬 파일

- 패키지

  - 여러 모듈을 묶은 것

- 라이브러리

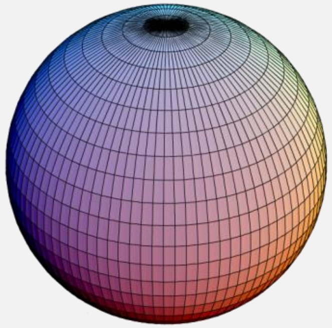
  - 여러 패키지를 묶은 것, 때로는 패키지를 가리켜 '라이브러리'라고 부르기도 함

* https://offbyone.tistory.com/106

24단계: 복잡한 함수의 미분 (최적화 문제 – Benchmark 함수)

- Sphere 함수

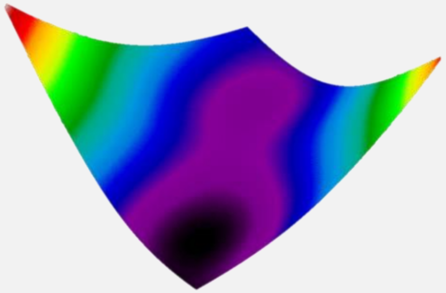
$$z = x^2 + y^2$$



Function 클래스에 정의된 모든 사칙연산에 대해 z.Backward() 하나로 역전파 해결

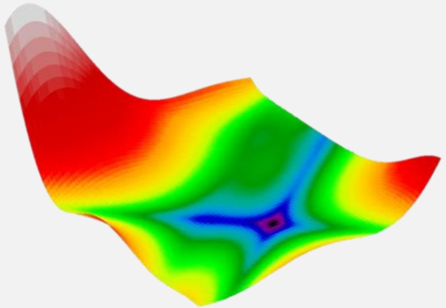
- Matyas 함수

$$z = 0.26 * (x^2 + y^2) - 0.48 * x * y$$



- Goldstein-Price 함수

$$z = (1 + (x + y + 1)^2 * (19 - 14x + 3x^2 - 14y + 6xy + 3y^2)) * (30 + (2x - 3y)^2 * (18 - 32x + 12x^2 + 48y - 36xy + 27y^2))$$



제 3고지 고차 미분 계산

25단계 – 계산 그래프 시각화(1)

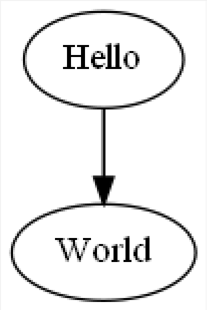
○ Graphviz 라이브러리

- http://graphviz.gitlab.io/download/

  : 설치 시, 환경변수 설정 필요

- 설치 후, dot 명령어 실행 여부 확인 (*Windows Git Bash)

```
$ dot -V
dot - graphviz version 2.46.1 (20210213.1702)
$ echo "digraph G {Hello->World}" | dot -Tpng > hello.png
```



- 그림 테스트 방법

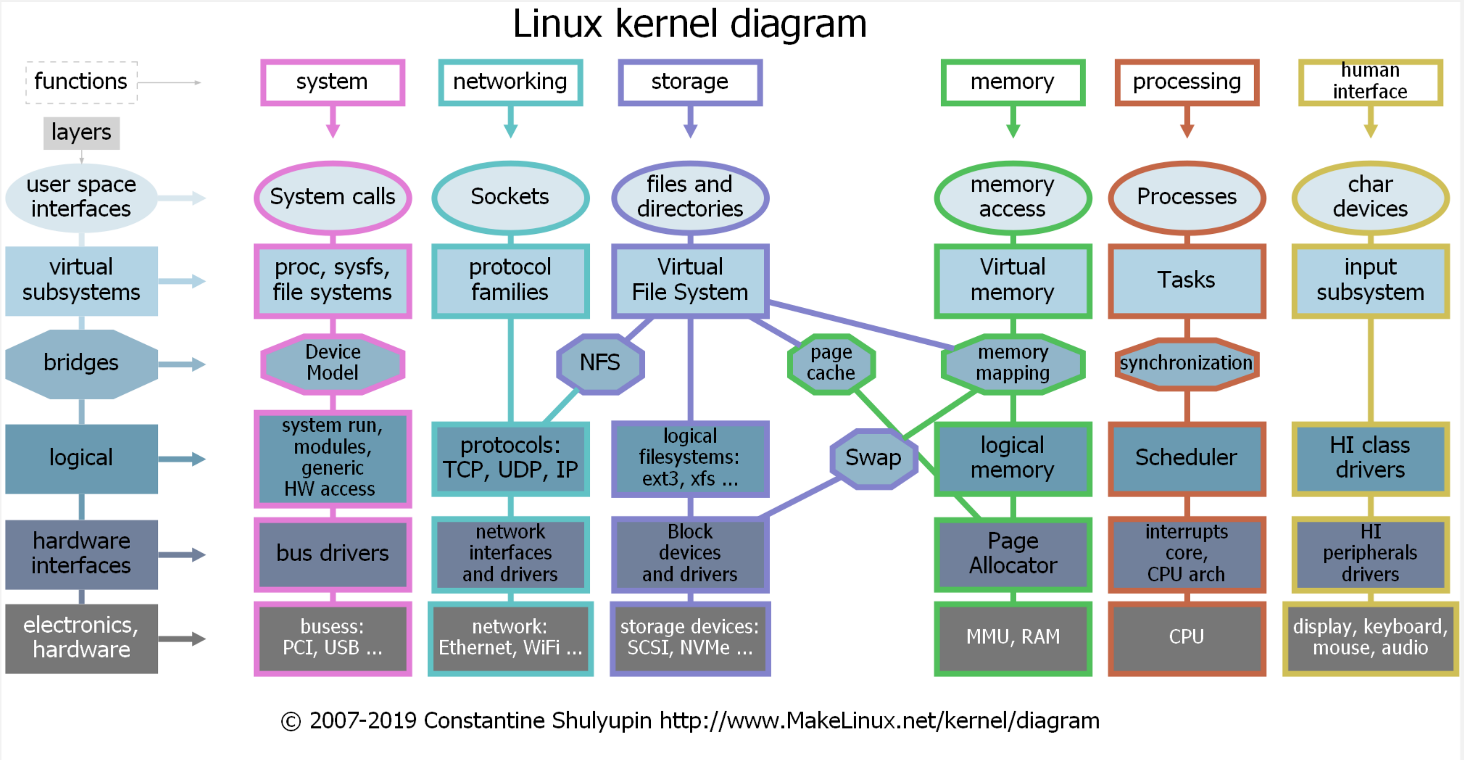
  : http://graphviz.gitlab.io/gallery/ 방문하여 특정 그림 선택 및 노드 복사 (Ctrl + C)

  : 메모장에 붙여 넣기 (Ctrl + V) 후 위 명령어 입력 ($ dot file.dot –T png –o file.png)

25단계 – 계산 그래프 시각화(1)

○ Linux Kernel Diagram

- http://graphviz.gitlab.io/Gallery/directed/Linux_kernel_diagram.html



26단계 – 계산 그래프 시각화(2)

○ 시각화 코드 예제 (p. 216)

- get_dot_graph 메인 함수 구현

  : 터미널에서 dot 명령어로 수정 변환 필요

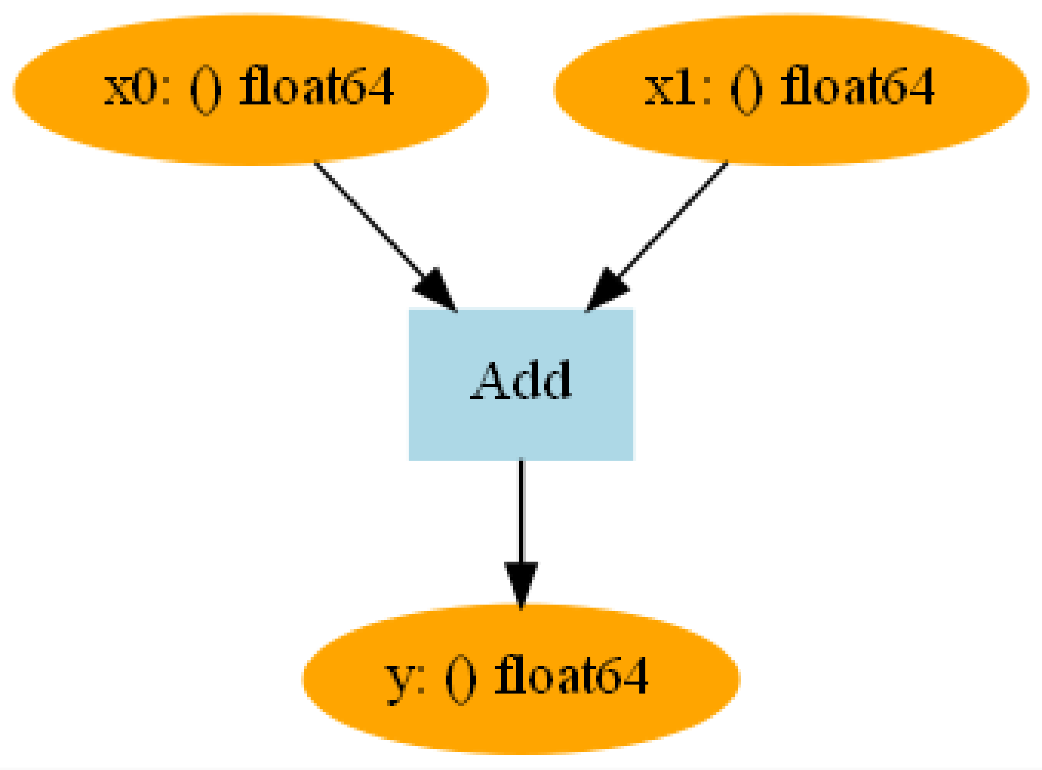
- _dot_var &_dot_func 보조 함수 구현

  : 계산 그래프에서 DOT 언어로 변환

- plot_dot_graph 함수 구현

  : 이미지 변환까지 한번에 구현함

  : dot 명령어를 함수 안에서 직접 구현



26단계 – 계산 그래프 시각화(2)

○ **시각화 코드 예제 (p. 216)**

- get_dot_graph 메인 함수 구현

  : 터미널에서 dot 명령어로 수정 변환 필요

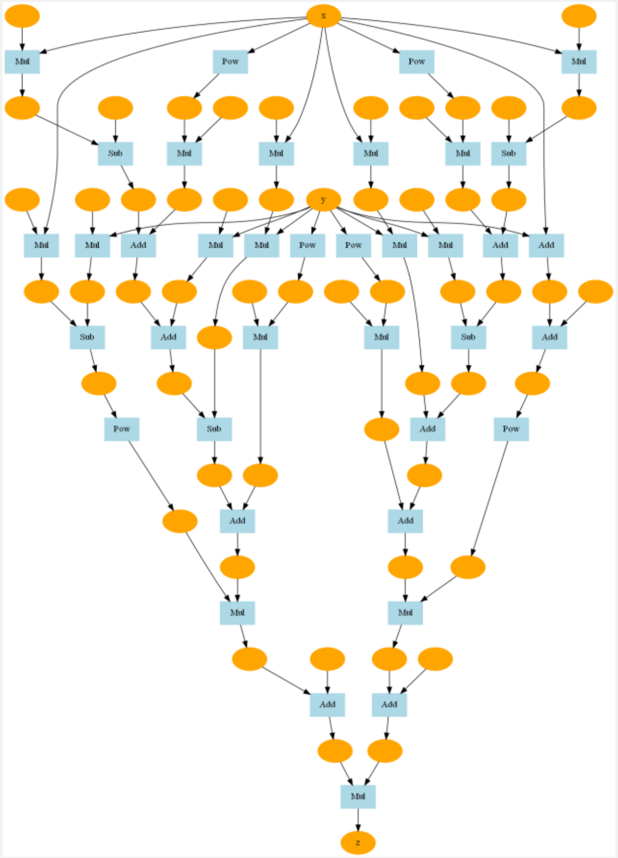
- _dot_var &_dot_func 보조 함수 구현

  : 계산 그래프에서 DOT 언어로 변환

- plot_dot_graph 함수 구현

  : 이미지 변환까지 한번에 구현함

  : dot 명령어를 함수 안에서 직접 구현



27단계 – 테일러 급수Taylor Series 미분 && steps/steps27.py

- $y = \sin(x)$일 때, 미분은 $\frac{\partial y}{\partial x} = \cos(x)$

  : Sin 클래스와 sin( ) 함수 구현

  : $\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = cos\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ = 0.7071067811865476

27단계 – 테일러 급수Taylor Series 미분 && steps/steps27.py

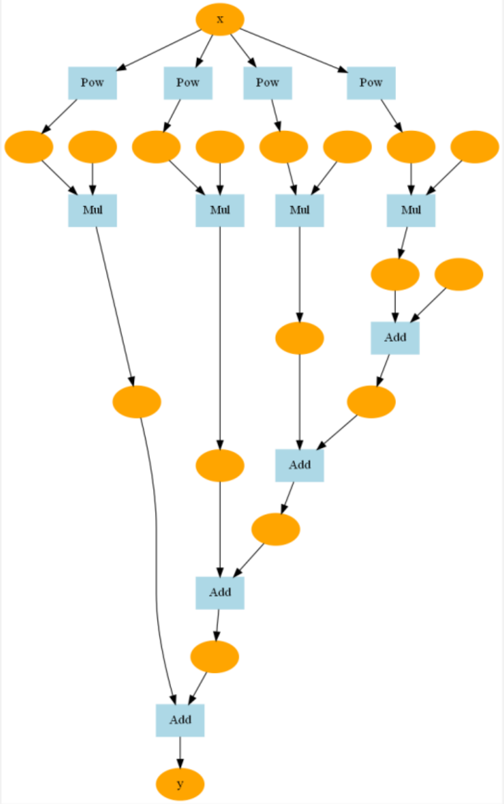
- 테일러 급수에 관한 설명은 Page 227 참조

[redacted]

27단계 – 테일러 급수Taylor Series 미분 && steps/steps27.py

○ my_sin 함수 구현 및 풀이 & 그래프 구현 (threshold = 0.001)

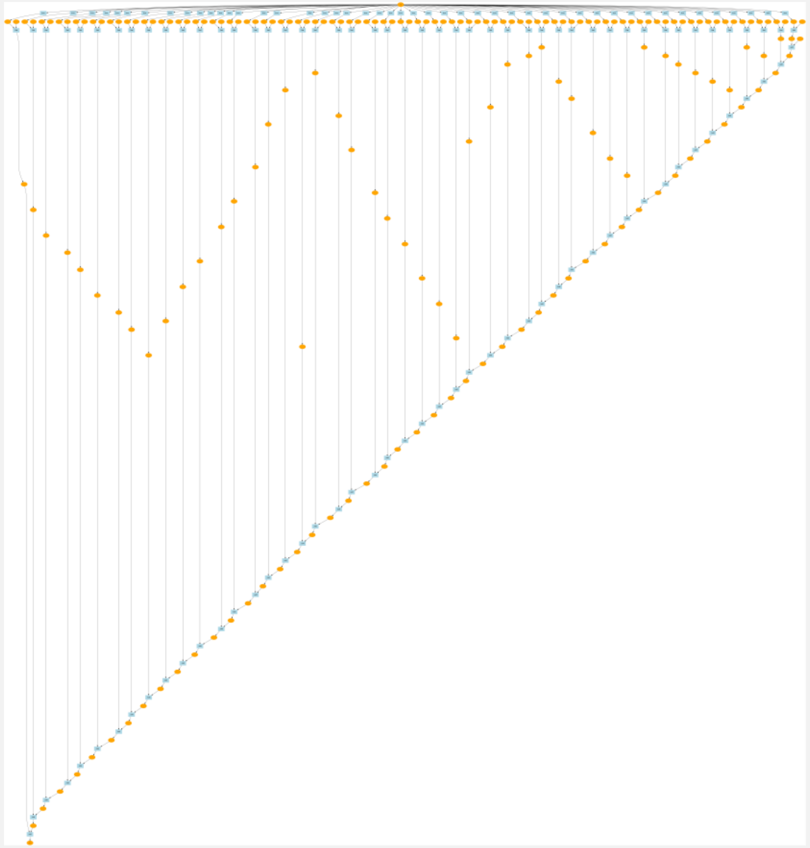
```
Import math

def my_sin(x, threshold = 0.0001):
    y = 0
    for i in range(100000):
        c = (-1) ** i / math.factorial(2 * i + 1)
        t = c * x ** (2 * i + 1)
        y = y + t
        if abs(t.data) < threshold:
            break

    return y
```



27단계 – 테일러 급수Taylor Series 미분 && steps/steps27.py

○ my_sin 함수 구현 및 풀이 & 그래프 구현 (threshold = 0.001)

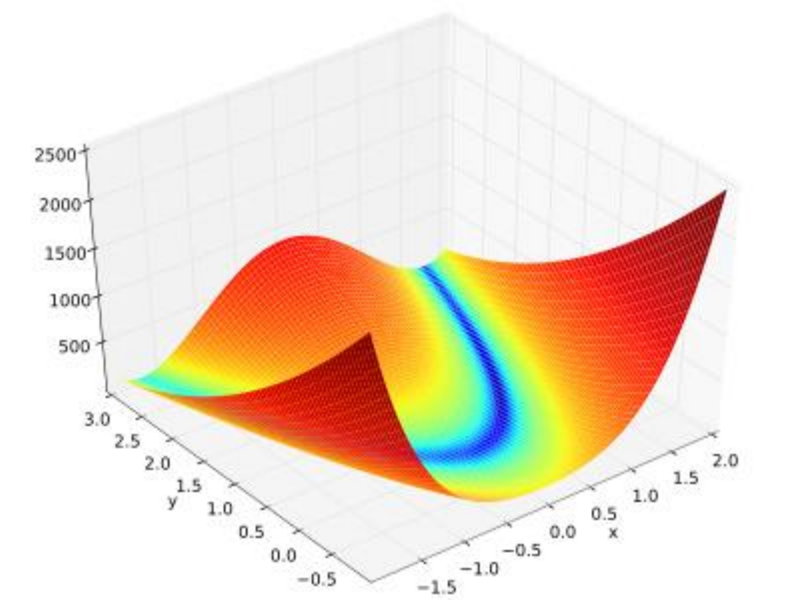
```
Import math

def my_sin(x, threshold = 1e=150):
    y = 0
    for i in range(100000):
        c = (-1) ** i / math.factorial(2 * i + 1)
        t = c * x ** (2 * i + 1)
        y = y + t
        if abs(t.data) < threshold:
            break

    return y
```



28단계 – 로젠브록 함수Rosenbrock Function && steps/steps28.py

○ 함수의 공식은 다음과 같음

- $f(x_0, x_1) = b(x_1 - {x_0}^2)^2 + (a - x_0)^2$
- a = 1, b = 100일 때, $y = 100(x_1 - {x_0}^2)^2 + (1 - x_0)^2$



* 이미지 출처: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/3/32/Rosenbrock_function.svg/400px-Rosenbrock_function.svg.png

28단계 – 로젠브록 함수Rosenbrock Function && steps/steps28.py

○ 파이썬 함수 구현

- $f(x_0, x_1) = b(x_1 - {x_0}^2)^2 + (a - x_0)^2$
- a = 1, b = 100일 때, $y = 100(x_1 - {x_0}^2)^2 + (1 - x_0)^2$

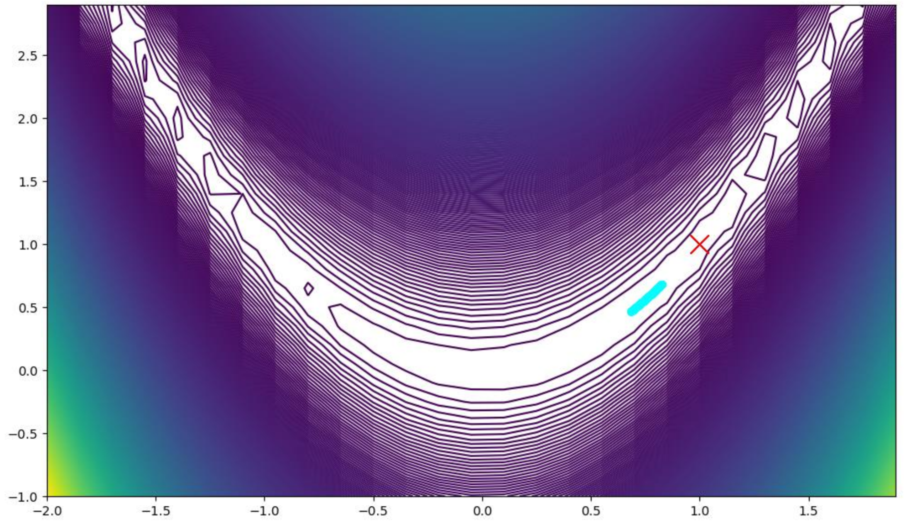
```
import math
from dezero import Variable

def rosenbrock(x0, x1):
    y = 100 * (x1 - x0 ** 2) ** 2 + (1 - x0) ** 2
    return y
```

28단계 – 로젠브록 함수Rosenbrock Function && steps/steps28.py

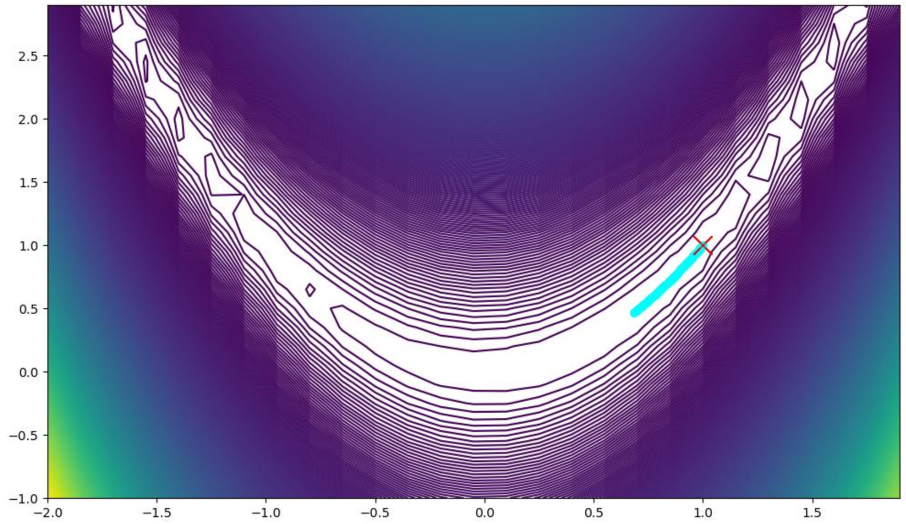
- 경사하강법Gradient Descent 구현
  - 최솟값 찾기
  - 기울기 방향으로 거리만큼 이동하여 다시 기울기를 구하는 작업을 반복
  - 알맞은 지점(좋은 초깃값)에서 시작하면 경사 하강법은 우리를 목적지까지 효율적으로 안내

28단계 – 로젠브록 함수Rosenbrock Function && steps/steps28.py

○ 경사하강법Gradient Descent 구현



< lr = 0.001, iters = 1000 >



< lr = 0.001, iters = 50000 >

* 이미지 출처: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/3/32/Rosenbrock_function.svg/400px-Rosenbrock_function.svg.png

29단계 – 뉴턴 방법(수동 계산)Newton's method && steps/steps29.py

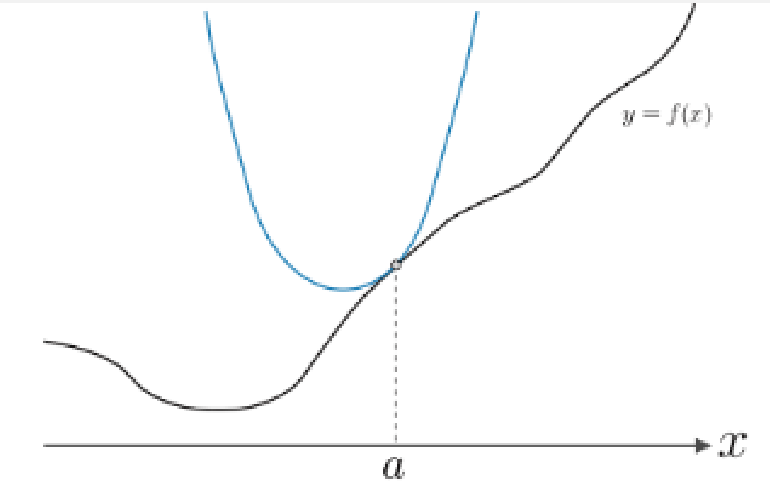
- y = f(x)의 최솟값을 구하는 예제

  - 테일러 급수에 따라 y = f(x)식을 2차 테일러 급수로 근사 후 최소값 구하기

29단계 – 뉴턴 방법(수동 계산)Newton's method && steps/steps29.py

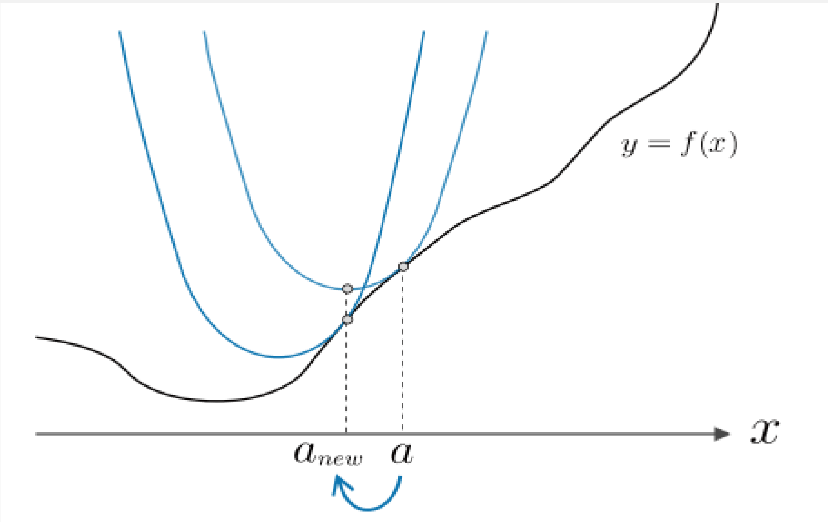
○ y = f(x)의 최솟값을 구하는 예제

- 테일러 급수에 따라 y = f(x)식을 2차 테일러 급수로 근사 후 최소값 구하기



경사하강법

$$x \leftarrow x - \alpha f'(x)$$

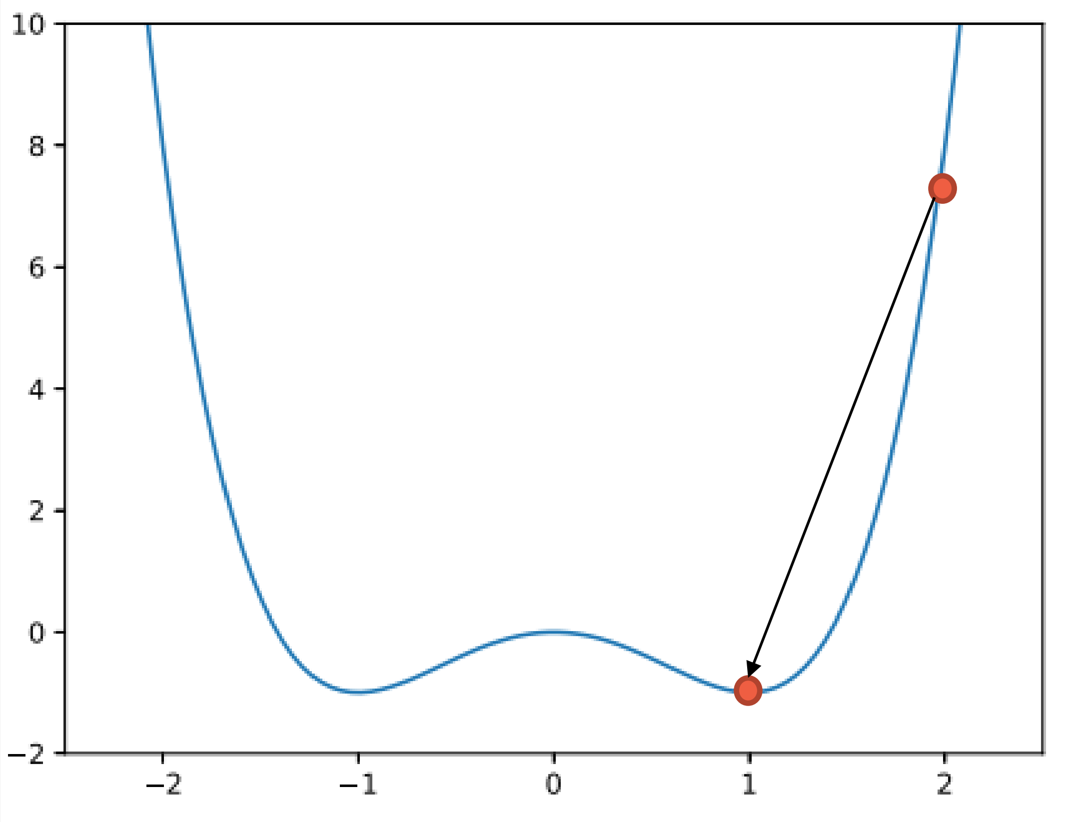


뉴턴 방법

$$x \leftarrow x - \frac{f'(x)}{f''(x)}$$

29단계 – 뉴턴 방법(수동 계산)Newton's method && steps/steps29.py

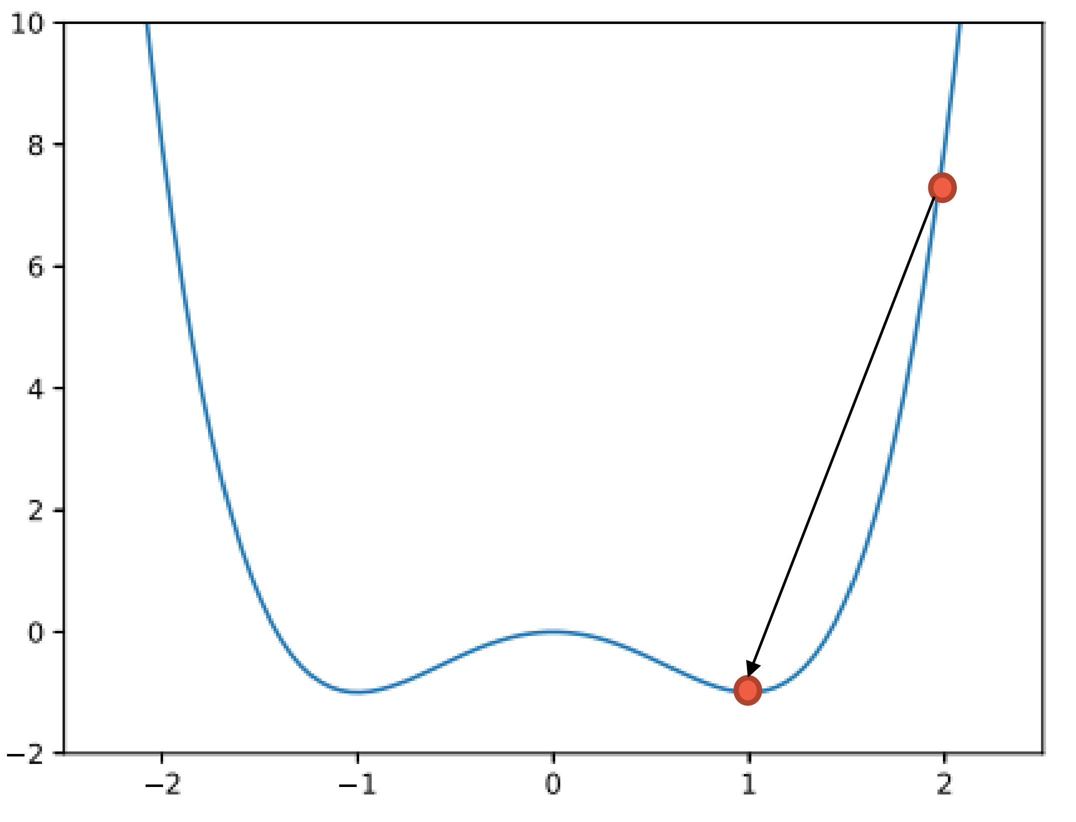
○ (예시) 함수 $y = x^4 - 2x^2$




```
Import numpy as np
From dezero import Variable

def f(x):
    y = x ** 4 - 2 * x ** 2
        return y

def gx2(x): # 2차 미분을 자동으로 구현하지 못하기 때문에 수동으로 입력
    return 12 * x ** 2 - 4

X = Variable(np.array(2.0))

for i in range(iters):
    print(i, x)
    y = f(x)
    x.cleargrad()
    y.backward()

    x.data -= x.grad / gx2(x.data)
```

29단계 – 뉴턴 방법(수동 계산)Newton's method && steps/steps29.py

- 초깃값 2에서 1에 도달하는 횟수 (총 7회만에 가능 / 경사하강법은 124회, 245 p)

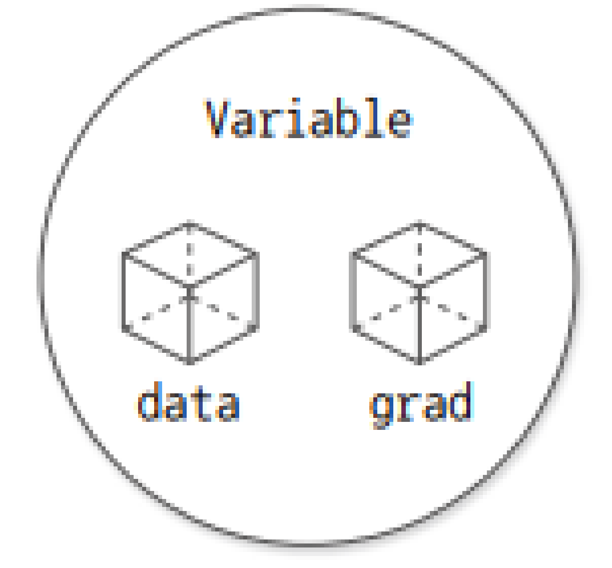


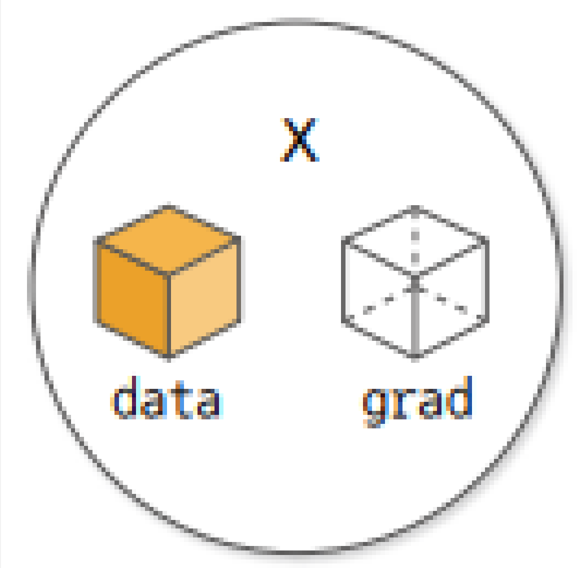

```
0 variable(2.0)
1 variable(1.4545454545454546)
2 variable(1.1510467893775467)
3 variable(1.0253259289766978)
4 variable(1.0009084519430513)
5 variable(1.0000012353089454)
6 variable(1.0000000000002289)
7 variable(1.0)
8 variable(1.0)
9 variable(1.0)
```

30단계 – 고차 미분(준비편), page 247 ~ 249

- 현재 DeZero 1차 미분 한정 > 확장 DeZero 모든 형태의 고차 미분 자동 계산

  - Variable 인스턴스 변수 확인





30단계 – 고차 미분(준비편), page 249 ~ 251

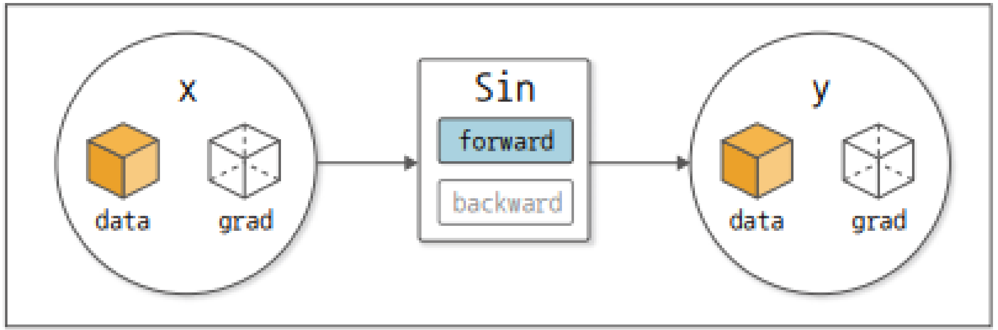
○ 현재 DeZero 1차 미분 한정 > 확장 DeZero 모든 형태의 고차 미분 자동 계산

(현재 역전파 구현)

- Variable 인스턴스 변수 확인
- Function 클래스 확인 (*연결)

: 미분값을 역방향으로 흘려 보내기 위함

y = sin(x)의 계산 그래프 (순전파)



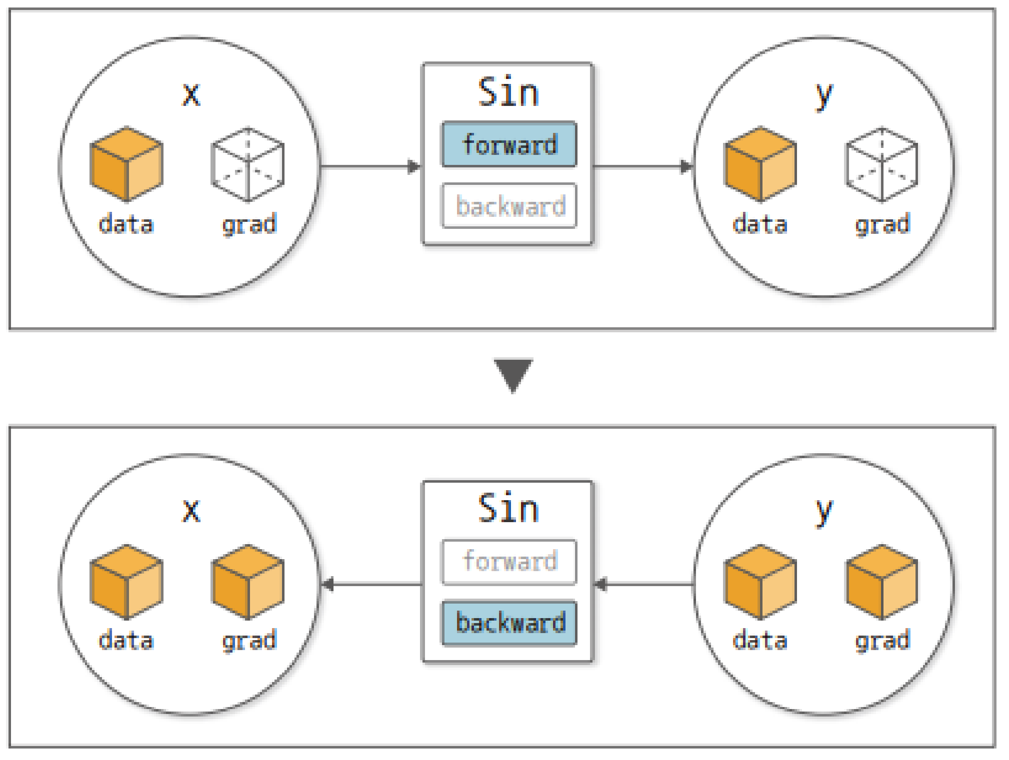
30단계 – 고차 미분(준비편), page 249 ~ 251

○ 현재 DeZero 1차 미분 한정 > 확장 DeZero 모든 형태의 고차 미분 자동 계산

(현재 역전파 구현)

- Variable 인스턴스 변수 확인
- Function 클래스 확인 (*연결)
  : 미분값을 역방향으로 흘려 보내기 위함
- Variable 클래스의 역전파

y = sin(x)의 계산 그래프 (순전파와 역전파)



31단계 – 고차 미분(이론)

- 30단계 시점까지의 구현 요점 및 주요 문제

  - 계산의 연결은 Function 클래스의 __call__ 메서드에서 만들어짐

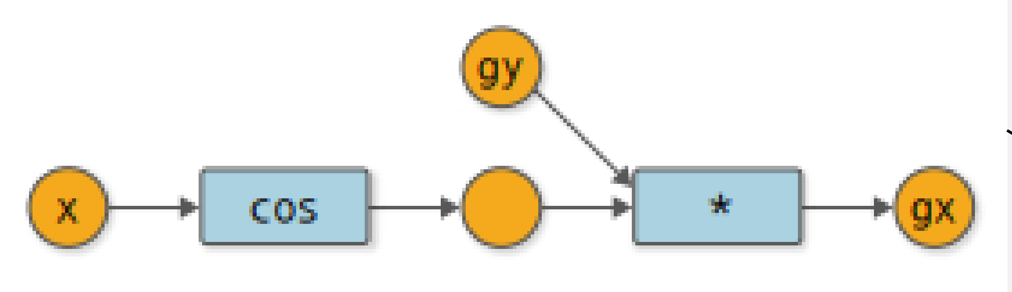
  - 구체적인 순전파와 역전파 계산은 Function 클래스를 상속한 forward & backward

- 계산 그래프의 연결은 “순전파 " 에서만 생성 / 역잔파에서는 미 생성이 문제의 핵심

31단계 – 고차 미분(이론)

○ Sin 함수의 미분을 구하기 위한 계산 그래프 (x의 2차 미분)

< 미분 결과값 gy >



< x의 1차 미분 > < x의 2차 미분 >

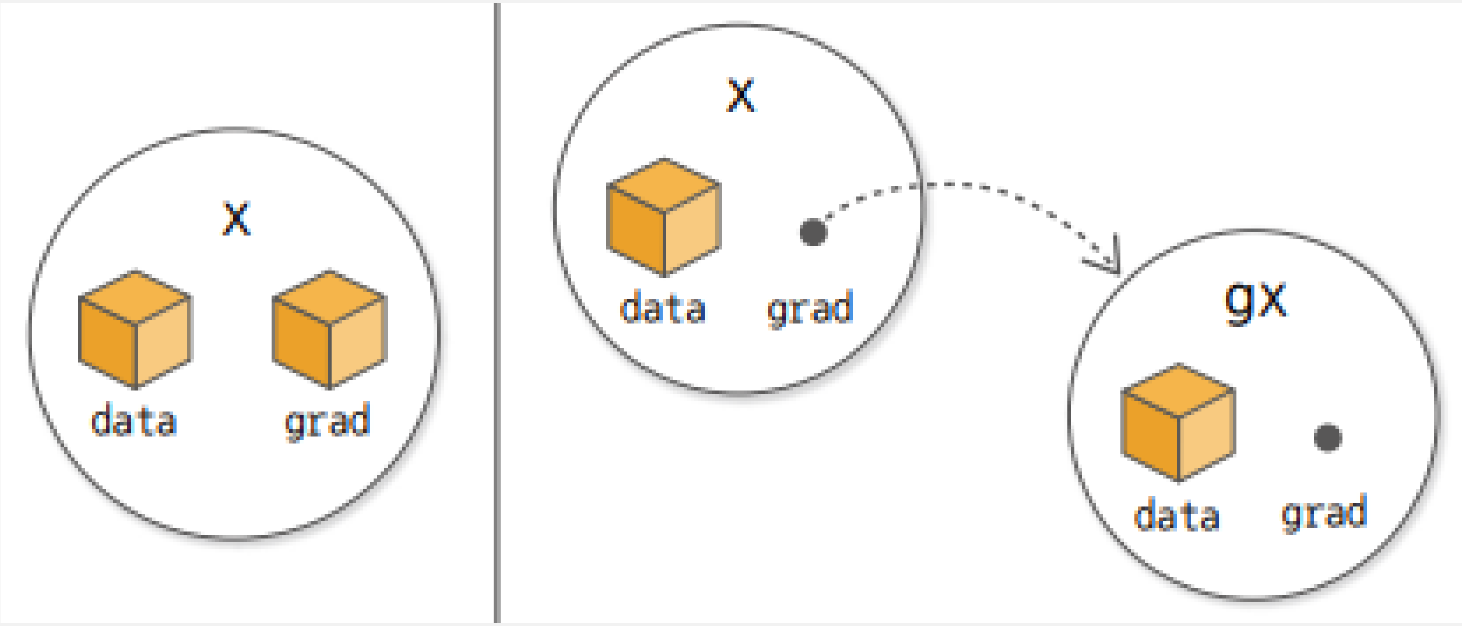
```python
class Sin(Function):
    ...

    def backward(self, gy):
        x, = self.inputs
        gx = gy * cos(x)
        return gx
```

31단계 – 고차 미분(이론)

○ 역전파로 계산 그래프 만들기 과정

- 미분값(기울기)을 Variable 인스턴스 형태로 유지

- (오른쪽) 새로운 Variable 클래스 변형 필요

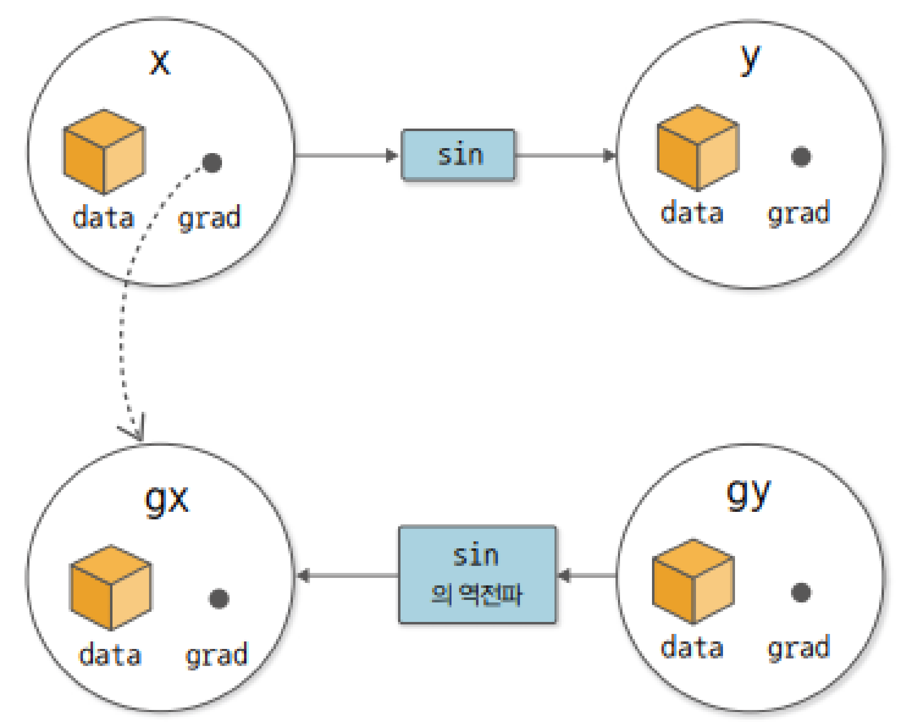


31단계 – 고차 미분(이론)

○ 역전파로 계산 그래프 만들기 과정

- Sin 클래스의 순전파와 역전파를 수행훈 후의 계산 그래프

- 역전파 계산에 대한 계산 그래프도 만들어짐

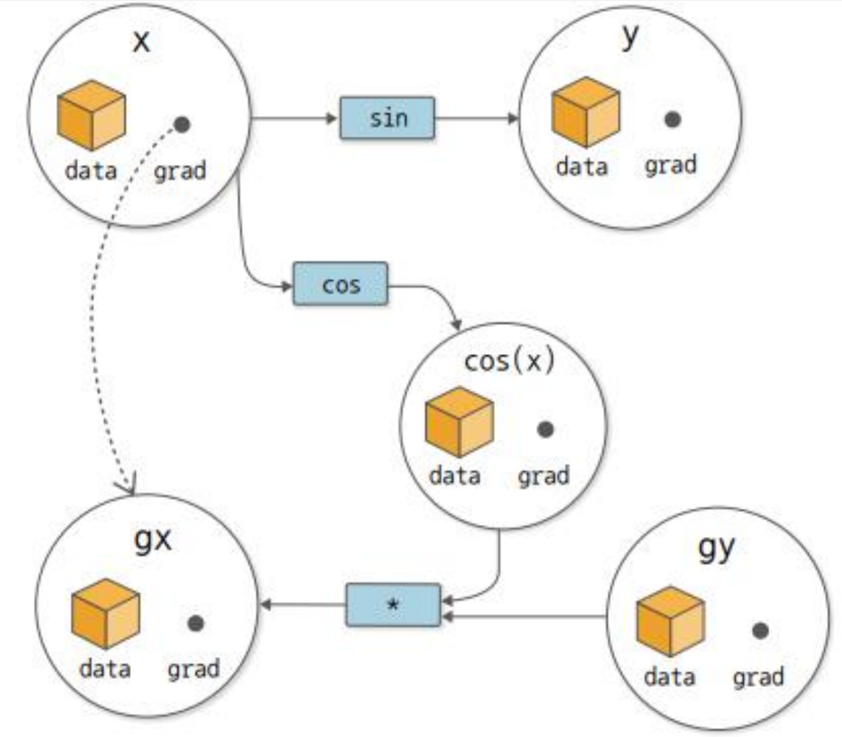


31단계 – 고차 미분(이론)

- 역전파로 계산 그래프 만들기 과정

  - y.backward( )를 호출함으로써 "새로" 만들어지는 계산 그래프

  - gx.backward( )를 호출함으로써 y의 x에 대한 2차 미분



32단계 – 고차 미분(구현) && dezero/core.py

○ Variable 클래스 grad 인스턴스 변수 변환

- ndarray → Variable

```
class Variable:
    ...

    def backward(self, retain_grad=False):
        if self.grad is None:
            # self.grad = np.ones_like(self.data)
            self.grad = Variable(np.ones_like(self.data))

        ...
```

32단계 – 고차 미분(구현) && dezero/core.py

- Variable 클래스 grad 인스턴스 변수 변환
  - ndarray → Variable
- 함수 클래스의 역전파
  - Add 클래스 수정 불 필요
  - Mul, Sub, Div, Pow 클래스 모두 수정
    : tuple 형태로 저장

```python
class Mul(Function):
    ...
    def backward(self, gy):
        x0 = self.inputs[0].data
        x1 = self.inputs[1].data

        return gy * x1, gy * x0
```

수정 전

```python
class Mul(Function):
    ...
    def backward(self, gy):
        x0, x1 = self.inputs

        return gy * x1, gy * x0
```

수정 후

32단계 – 고차 미분(구현) && dezero/core.py & __init__.py

- (core.py) 역전파를 더 효율적으로 변경 (p.264 페이지 코드 참조)
  - create_graph=False 설정
  - with using_confg(…) 에서 역전파 처리 수행

- __init__.py 변경 (p.265 페이지 코드 참조)
  - dezero/core_simple.py 에서 dezero/core.py로 수정

33단계 – 뉴턴 방법으로 푸는 최적화(자동계산) & steps/steps33.py

○ 2차 미분 계산하기

```python
import numpy as np
from dezero import Variable

def f(x):
    y = x ** 4 - 2 * x ** 2
    return y

x = Variable(np.array(2.0))
y = f(x)
print(x)

# 첫번째 역전파 구현
y.backward(create_graph=True)
print(x.grad)

# 두번째 역전파 구현
gx = x.grad
gx.backward()
print(x.grad)
```

2 >>> variable(2.0)

첫번째 역전파

24 >>> variable(24.0) → 1차 미분

두번째 역전파

68 >>> variable(68.0) → 2차 미분

* 손계산 식 결괏값과 상이

$f(x) = x^4 - 2x^2$

$f'(2.0) = 4x^3 - 4x \rightarrow 24$

$f''(2.0) = 12x^2 - 4 \rightarrow 48$

* 새로운 계산 전, 미분값 재 설정 필요

33단계 – 뉴턴 방법으로 푸는 최적화(자동계산) & steps/steps33.py

○ Variable 미분 값이 남아있는 상태로 새로운 역전파를 수행하는 문제

```python
import numpy as np
from dezero import Variable

def f(x):
    y = x ** 4 - 2 * x ** 2
    return y

x = Variable(np.array(2.0))
y = f(x)
print(x)

# 첫번째 역전파 구현
y.backward(create_graph=True)
print(x.grad)

# 두번째 역전파 구현
gx = x.grad

# 미분 값 재 설정
x.cleargrad()
gx.backward()
print(x.grad)
```

2 >>> variable(2.0)

첫번째 역전파 → 24 >>> variable(24.0) → 1차 미분

두번째 역전파 → 48 >>> variable(48.0) → 2차 미분

＊ 손계산 식 결괏값과 일치

$f(x) = x^4 - 2x^2$

$f'(2.0) = 4x^3 - 4x$ → *24*

$f''(2.0) = 12x^2 - 4$ → *48*

＊ 두개의 값 일치 확인

33단계 – 뉴턴 방법으로 푸는 최적화(자동계산) & steps/steps33.py

○ 뉴턴 방법을 활용한 최적화 (수식)

$$x \leftarrow x - \frac{f'(x)}{f''(x)}$$

- 1차 미분과 2차 미분을 사용하여 x의 값 갱신

```
0 variable(2.0)
1 variable(1.4545454545454546)
2 variable(1.1510467893775467)
3 variable(1.0253259289766978)
4 variable(1.0009084519430513)
5 variable(1.0000012353089454)
6 variable(1.000000000002289)
7 variable(1.0)
8 variable(1.0)
9 variable(1.0)
```

```python
import numpy as np
from dezero import Variable

def f(x):
    y = x ** 4 - 2 * x ** 2
    return y

x = Variable(np.array(2.0))
iters = 10

for i in range(iters):
    print(i, x)
    y = f(x)
    x.cleargrad()
    y.backward(create_graph=True)

    gx = x.grad
    x.cleargrad()
    gx.backward()
    gx2 = x.grad

    x.data -= gx.data / gx2.data
```

$$x \leftarrow x - \frac{f'(x)}{f''(x)}$$

34단계 – sin 함수 고차 미분 & dezero/functions.py

○ Sin 함수 구현

- $y = \sin(x)$ 일 때, $\frac{\partial y}{\partial x} = \cos(x)$
- Sin 클래스 구현 시, Cos 클래스와 Cos 함수도 필요
- gy * cos(x): 곱셈 연산자 Mul 함수 호출

```python
import numpy as np
from dezero.core import Function

class Sin(Function):
    def forward(self, x):
        y = np.sin(x)

        return y
    def backward(self, gy):
        x, = self.inputs
        gx = gy * cos(x)

        return gx

def sin(x):
    return Sin()(x)
```

34단계 – sin 함수 고차 미분 & dezero/functions.py

○ Cos 함수 구현

- $y = \cos(x)$ 일 때, $\frac{\partial y}{\partial x} = -\sin(x)$

- 구체적인 계산은 sin( ) 함수 사용

```python
class Cos(Function):
    def forward(self, x):
        y = np.cos(x)
        return y

    def backward(self, gy):
        x, = self.inputs
        gx = gy * -sin(x)

        return gx

def cos(x):
    return Cos()(x)
```

34단계 – sin 함수 고차 미분 & steps/step34.py

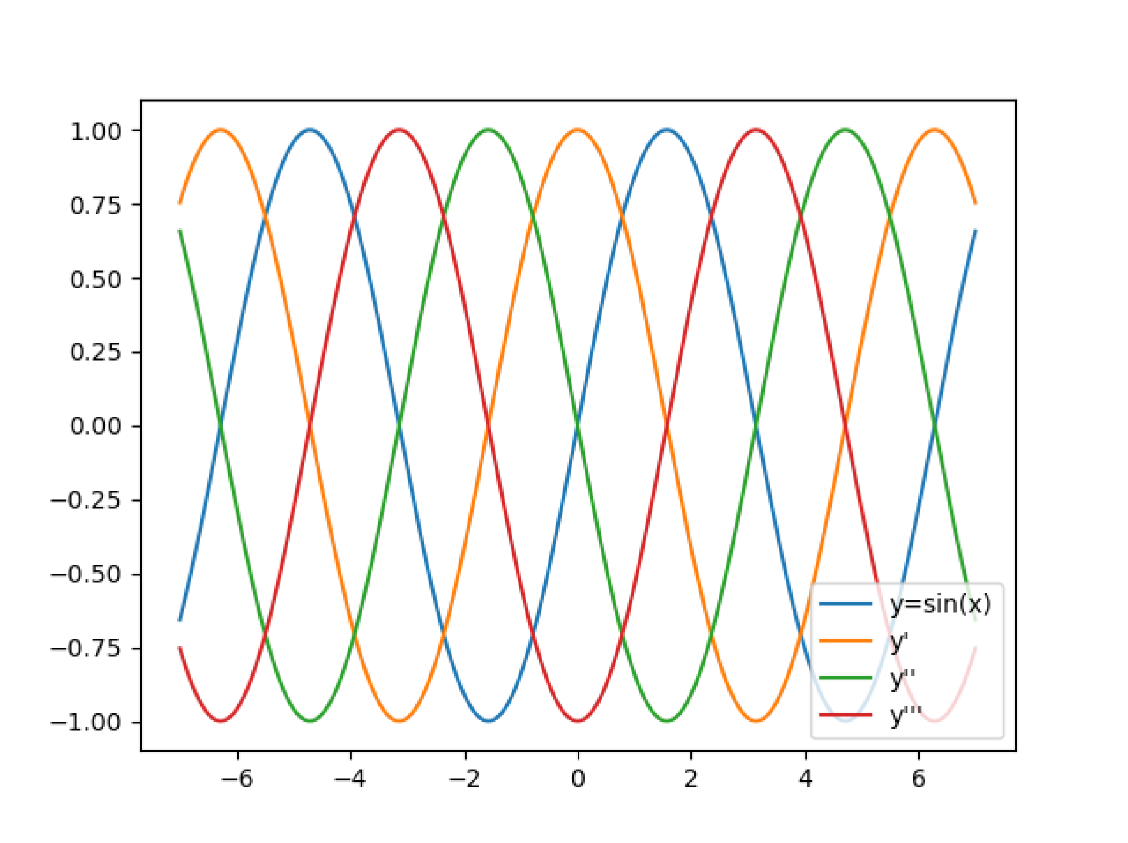
- Sin 함수 고차 미분

  - 코드는 p. 274 참조

  - np.linspace(-7, 7, 200)

    : 200 등분한 배열

  - y′ 는 1차 미분, y″는 2차 미분, y‴는 3차 미분



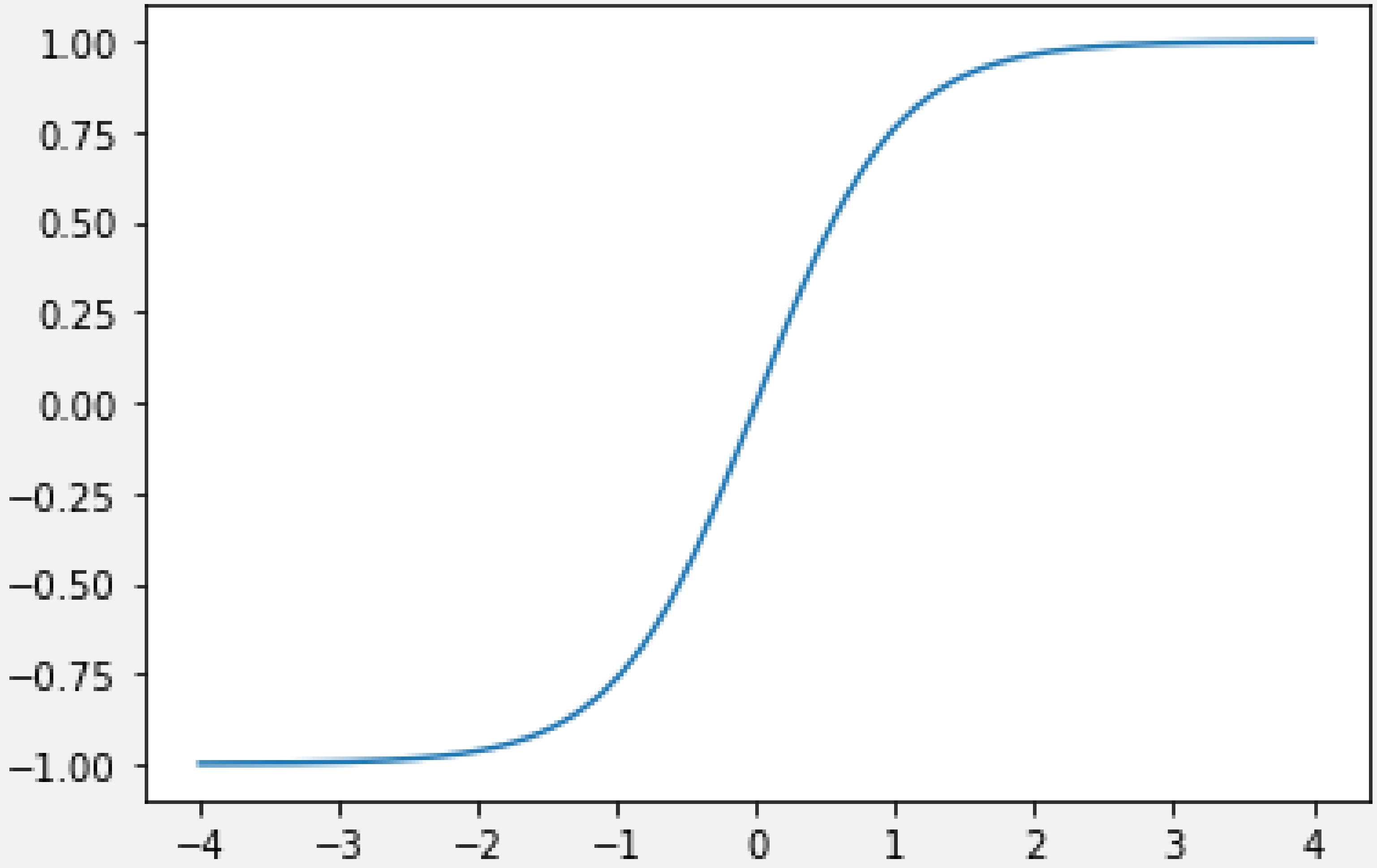
  - 1차 미분, 2차 미분, 3차 미분, …

  - y = sin(x) → y = cos(x) → y = -sin(x) → y = -cos(x) … 형태로 진행

35단계 – 고차 미분 계산 그래프 & dezero/functions.py

○ tanh 함수 추가

- $y = \tanh(x) = \frac{e^{x}-e^{-x}}{e^{x}+e^{-x}}$



35단계 – 고차 미분 계산 그래프 & dezero/functions.py

- tanh 함수 추가

  - $y = \tanh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$

- tanh 함수 미분 (p. 278 참조)

  - $y = \tanh(x)$일 때, $\frac{\partial \tanh(x)}{\partial x} = 1 - y^2$

```python
class Tanh(Function):
    def forward(self, x):
        y = np.tanh(x)

        return y

    def backward(self, gy):
        y = self.outputs[0]()
        gx = gx * (1 - y * y)

        return gx

def tanh(x):
    return Tanh()(x)
```

35단계 – 고차 미분 계산 그래프 & dezero/step35.py

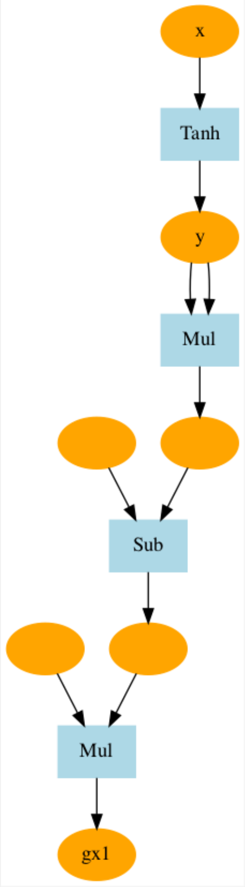
- tanh 함수 추가

  - $y = \tanh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$

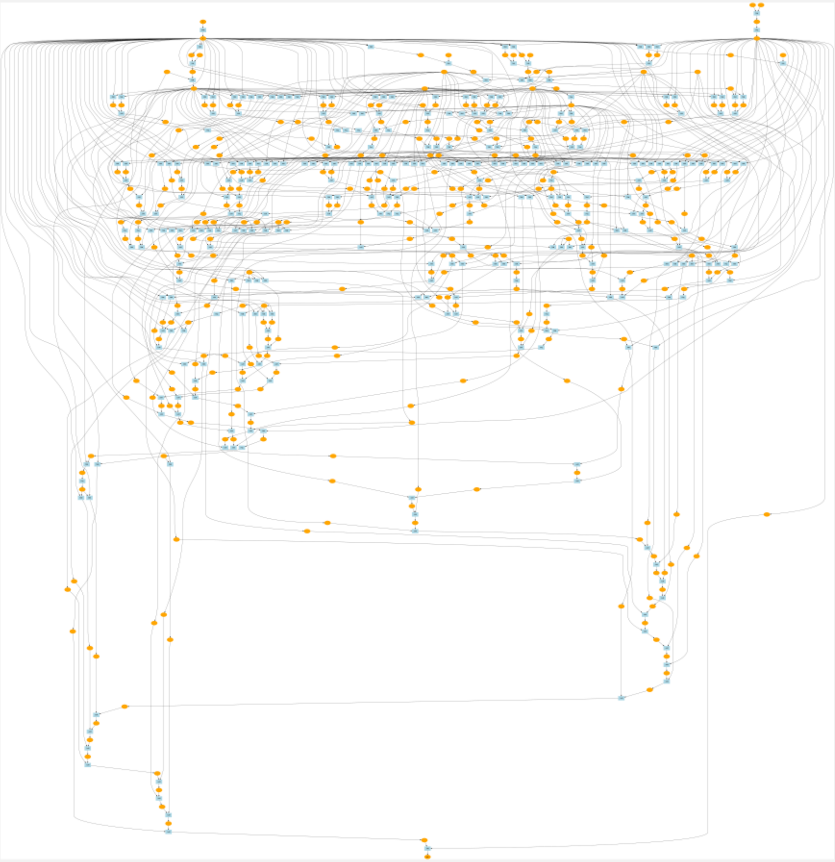
- tanh 함수 미분 (p. 278 참조)

  - $y = \tanh(x)$일 때, $\frac{\partial \tanh(x)}{\partial x} = 1 - y^2$

- 계산 그래프 그리기



1차 미분


5차 미분

36단계 – 고차 미분 이외의 용도 & dezero/step36.py

- double backprop의 용도

  - 역전파로 수행한 계산에 대해 또 다시 역전파 하는 것 (현대적인 프레임워크는 대부분 지원함)

- 딥러닝 연구에서의 사용 예

  - WGAN-GP 최적화하는 함수

기울기

$$L = \underbrace{\underset{\tilde{\boldsymbol{x}}\sim\mathbb{P}_g}{\mathbb{E}}\left[D(\tilde{\boldsymbol{x}})\right] - \underset{\boldsymbol{x}\sim\mathbb{P}_r}{\mathbb{E}}\left[D(\boldsymbol{x})\right]}_{\text{Original critic loss}} + \underbrace{\lambda \underset{\hat{\boldsymbol{x}}\sim\mathbb{P}_{\hat{\boldsymbol{x}}}}{\mathbb{E}}\left[(\|\nabla_{\hat{\boldsymbol{x}}} D(\hat{\boldsymbol{x}})\|_2 - 1)^2\right]}_{\text{Our gradient penalty}}.$$

- Finn, C., Abbeel, P., & Levine, S. (2017). Model-Agnostic Meta-Learning for Fast Adaptation of Deep Networks. *ICML*.

- Schulman, J., Levine, S., Abbeel, P., Jordan, M.I., & Moritz, P. (2015). Trust Region Policy Optimization. *ArXiv, abs/1502.05477*.