빅오, 세타오, 스몰오, 세타오 등등...

김지훈(@super-fishz)

~~빅오, 세타오, 스몰오, 세타오 등등...~~

asymptotic notation

~~빅오, 세타오, 스몰오, 세타오 등등…~~

~~asymptotic notation~~

점근적 표기법

점근적 표기법

- asymptotic notation - MIT Open course 1h
- 어떤 함수의 증가 양상을 다른 함수와 비교로 표현하는 수론과 해석학의 방법
- 알고리즘의 복잡도를 단순화 할때도 사용 (feat, wikipidia)
- 에드문트 란다우 아저씨가 만듬
  - 1877년에 태어난 독일 수학자 아저씨임

점근적 표기법

- 종류
  - small o
  - 대문자 O
  - 대문자 오메가(Ω)
  - 대문자 세타(Θ)
  - 소문자 오메가(ω)

점근적 표기법

Notation	Name[18]	Description	Formal Definition	Limit Definition[19][20][21][18][13]
$f(n) = o(g(n))$	Small O; Small Oh	f is dominated by g asymptotically	$\forall k > 0\ \exists n_0\ \forall n > n_0\ \lvert f(n)\rvert < k \cdot g(n)$	$\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} = 0$
$f(n) = O(g(n))$	Big O; Big Oh; Big Omicron	$\lvert f\rvert$ is bounded above by g (up to constant factor) asymptotically	$\exists k > 0\ \exists n_0\ \forall n > n_0\ \lvert f(n)\rvert \le k \cdot g(n)$	$\limsup_{n\to\infty} \frac{\lvert f(n)\rvert}{g(n)} < \infty$
$f(n) = \Theta(g(n))$	Big Theta	f is bounded both above and below by g asymptotically	$\exists k_1 > 0\ \exists k_2 > 0\ \exists n_0\ \forall n > n_0$ $k_1 \cdot g(n) \le f(n) \le k_2 \cdot g(n)$	$f(n) = O(g(n))$ and $f(n) = \Omega(g(n))$ (Knuth version)
$f(n) \sim g(n)$	On the order of	f is equal to g asymptotically	$\forall \varepsilon > 0\ \exists n_0\ \forall n > n_0\ \left\lvert \frac{f(n)}{g(n)} - 1 \right\rvert < \varepsilon$	$\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} = 1$
$f(n) = \Omega(g(n))$	Big Omega in number theory (Hardy-Littlewood)	$\lvert f\rvert$ is not dominated by g asymptotically	$\exists k > 0\ \forall n_0\ \exists n > n_0\ \lvert f(n)\rvert \ge k \cdot g(n)$	$\limsup_{n\to\infty} \left\lvert \frac{f(n)}{g(n)} \right\rvert > 0$
$f(n) = \Omega(g(n))$	Big Omega in complexity theory (Knuth)	f is bounded below by g asymptotically	$\exists k > 0\ \exists n_0\ \forall n > n_0\ f(n) \ge k \cdot g(n)$	$\liminf_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} > 0$
$f(n) = \omega(g(n))$	Small Omega	f dominates g asymptotically	$\forall k > 0\ \exists n_0\ \forall n > n_0\ \lvert f(n)\rvert > k \cdot \lvert g(n)\rvert$	$\lim_{n\to\infty} \left\lvert \frac{f(n)}{g(n)} \right\rvert = \infty$

끗

~~열린결말~~

~~점근적 표기법~~

이걸 왜 이야기하는가?

~~점근적 표기법~~

~~이걸 왜 이야기하는가?~~

내가 짠 함수가 얼만큼 자원을 소모하는지
파악하기위해

~~점근적 표기법~~

~~이걸 왜 이야기하는가?~~

내가 짠 함수가 얼만큼 **자원**을 소모하는지
파악하기위해

자원

자원

시간 자원 - 실행단계의 수

공간 자원 - 기억 위치의 수

~~점근적 표기법~~

~~이걸 왜 이야기하는가?~~

내가 짠 함수가 얼만큼 **자원**을 소모하는지
파악하기위해

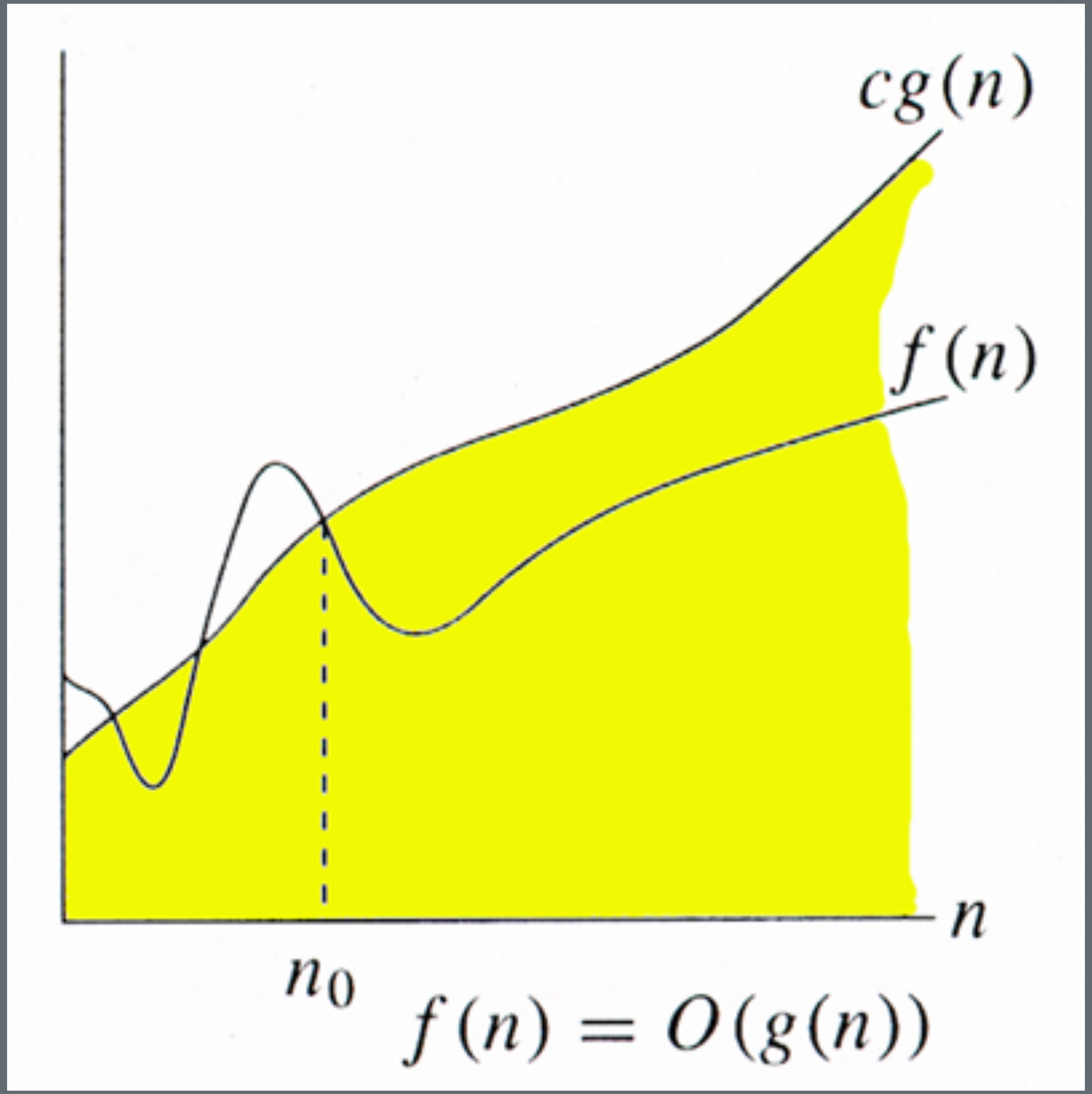
점근적 표기법

- 종류
  - 소문자 o
  - 대문자 O
  - 대문자 오메가(Ω)
  - 소문자 오메가(ω)
  - 대문자 세타(Θ)

Big O

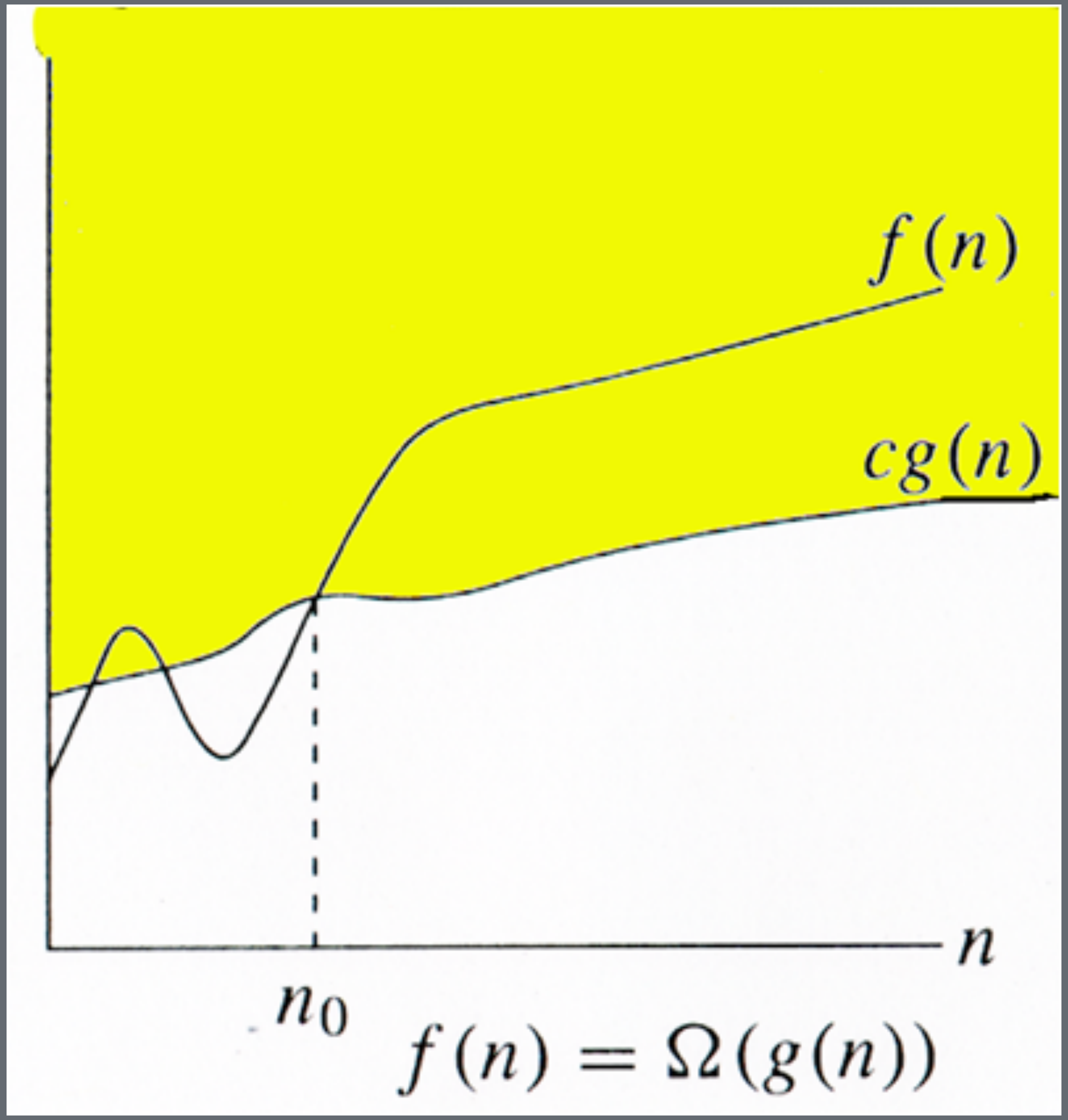
- 점근 상한
- n이 충분히 클때, 최악의 경우를 나타냄
- 입력받은 n의 품질이 최악의 경우일때
  - Big O 의 표기법으로 표기하는게 옳음

    image referecne



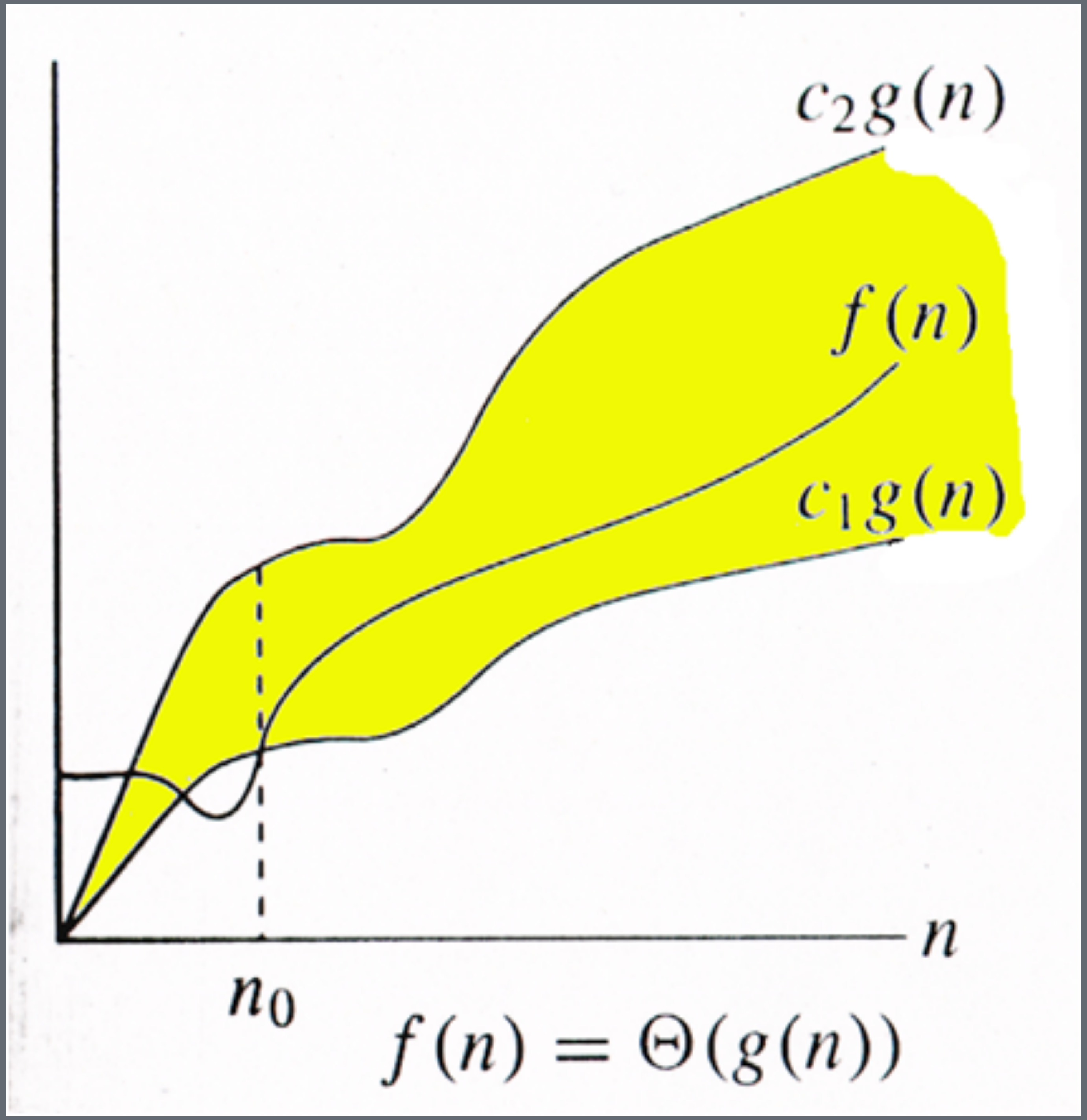
Big Omega (Ω)

- 점근 하한
- n이 충분히 클때, 최선의 경우를 나타냄
- 최소한 이만큼은 걸린다.
  image referecne



Big Theta (Θ)

- 점근 평균
  - O와 오메가(Ω) 의 평균적인 값
    image referecne



스몰(리틀) 시리즈

- o(소문자 알파벳 o)
- 소문자 오메가(ω)

점근적 표기법

Notation	Name[18]	Description	Formal Definition	Limit Definition[19][20][21][18][13]
$f(n) = o(g(n))$	Small O; Small Oh	f is dominated by g asymptotically	$\forall k > 0\ \exists n_0\ \forall n > n_0\ \lvert f(n)\rvert < k \cdot g(n)$	$\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} = 0$
$f(n) = O(g(n))$	Big O; Big Oh; Big Omicron	$\lvert f\rvert$ is bounded above by g (up to constant factor) asymptotically	$\exists k > 0\ \exists n_0\ \forall n > n_0\ \lvert f(n)\rvert \leq k \cdot g(n)$	$\limsup_{n\to\infty} \frac{\lvert f(n)\rvert}{g(n)} < \infty$
$f(n) = \Theta(g(n))$	Big Theta	f is bounded both above and below by g asymptotically	$\exists k_1 > 0\ \exists k_2 > 0\ \exists n_0\ \forall n > n_0$ $k_1 \cdot g(n) \leq f(n) \leq k_2 \cdot g(n)$	$f(n) = O(g(n))$ and $f(n) = \Omega(g(n))$ (Knuth version)
$f(n) \sim g(n)$	On the order of	f is equal to g asymptotically	$\forall \varepsilon > 0\ \exists n_0\ \forall n > n_0\ \left\lvert \frac{f(n)}{g(n)} - 1 \right\rvert < \varepsilon$	$\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} = 1$
$f(n) = \Omega(g(n))$	Big Omega in number theory (Hardy-Littlewood)	$\lvert f\rvert$ is not dominated by g asymptotically	$\exists k > 0\ \forall n_0\ \exists n > n_0\ \lvert f(n)\rvert \geq k \cdot g(n)$	$\limsup_{n\to\infty} \left\lvert \frac{f(n)}{g(n)} \right\rvert > 0$
$f(n) = \Omega(g(n))$	Big Omega in complexity theory (Knuth)	f is bounded below by g asymptotically	$\exists k > 0\ \exists n_0\ \forall n > n_0\ f(n) \geq k \cdot g(n)$	$\liminf_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} > 0$
$f(n) = \omega(g(n))$	Small Omega	f dominates g asymptotically	$\forall k > 0\ \exists n_0\ \forall n > n_0\ \lvert f(n)\rvert > k \cdot \lvert g(n)\rvert$	$\lim_{n\to\infty} \left\lvert \frac{f(n)}{g(n)} \right\rvert = \infty$

점근적 표기법

표기법	설명	수학적 정의
$f(n) \in O(g(n))$	상한 점근	$\lim_{n\to\infty} \left\| \frac{f(n)}{g(n)} \right\| < \infty$
$f(n) \in o(g(n))$		$\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} = 0$
$f(n) \in \Omega(g(n))$	하한 점근	$\lim_{n\to\infty} \left\| \frac{f(n)}{g(n)} \right\| > 0$
$f(n) \in \omega(g(n))$		$\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} = \infty$
$f(n) \in \Theta(g(n))$	상한/하한 점근	$0 < \lim_{n\to\infty} \left\| \frac{f(n)}{g(n)} \right\| < \infty$

스몰(리틀) 시리즈

- 빅 시리즈와 비슷하지만, 더 타이트하게 비교함
  - 타이트하게?
  - 2n 의 시간복잡도를 가지는 함수를…
    - O(n) <- true
    - O(n^2) <- true
    - o(n) <- false
    - o(n^2) <- true

항상 옳은가?

~~향상 옳은가?~~

그렇지는 않음

항상 옳은가? -> ㄴㄴ

- 퀵소트
  - O(n^2)
  - Θ(nlogn)
- 상수항이 아주 큰 경우

진짜 끗

Reference

wiki/Analysisof*of*algorithms
wiki/Computational*complexity*theory
mit.edu/courses/electrical-engineering-and-computer-science/
노랑색 그래프 출처
친절한 한글 설명
http://vaert.tistory.com/117
https://sdolnote.tistory.com/entry/BigOLittleo
알고리즘-c언어-1-2-알고리즘의-평가와-접근적-표기