

脉冲神经网络：理论与实验

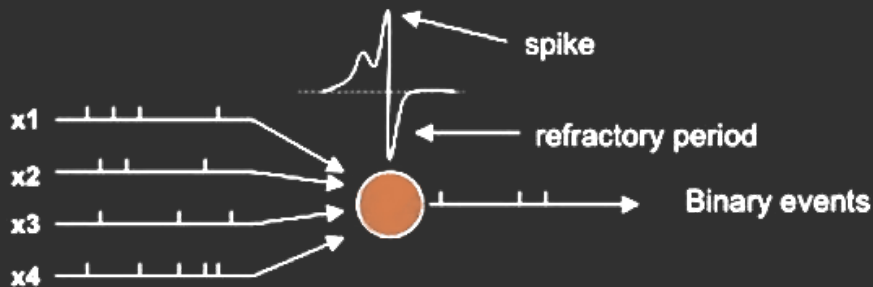
让计算机以大脑的方式工作

李蒙，毛笔

西安交通大学
生命科学与技术学院 健康与康复科学研究所

2019 年 10 月 24 日

什么是脉冲神经网络？



目录

1 脉冲编码方式

2 突触模型

3 神经动力学

- Hodgkin-Huxley 模型
- Izhikevich 模型
- 性能对比

4 训练算法

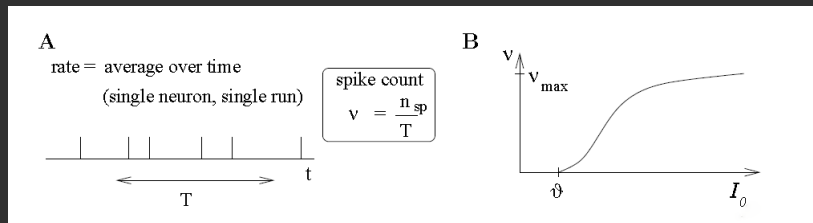
- 无监督学习
- 监督学习

5 数值仿真

脉冲编码方式

频率编码

最早的频率编码是平均发放率，计算在一段时间内脉冲数的平均值，由于采用了均值而丢失细节信息。



T 时间内平均发放率及发放率随输入电流的曲线图

频率编码

- 1. 脉冲计数的频率编码: 假设神经元发出脉冲的频率携带所有信息。计算一个时间间隔 Δt 内的脉冲数除以 Δt 作为脉冲计数率。时间间隔的长度取决于神经元的类型和刺激。
- 2. 脉冲密度的频率编码: 用相同的序列重复刺激单个神经元 K 次, 记录一定时间间隔的脉冲次数 n_K , 密度定义为,

$$\rho(t) = \frac{1}{\Delta t} \frac{n_K(t; t + \Delta t)}{K}$$

- 3. 群体活动的频率编码: 基于具有相同特性的神经元总体的理想化。认为群体中同时活跃的神经元数量是相关的。

时间编码

基于脉冲时间的编码方式分为以下几种:

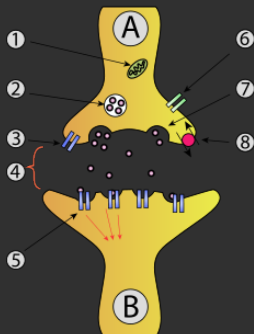
- 1. 延迟编码 (latency code): 延迟码是一种特定形式的时间编码, 即编码信息在时间上相对于编码窗口长度, 这通常是与刺激的发生时间有关。
- 2. 相位编码 (phase of firing code): 神经元的峰值能够通过相位将信息传递给参考振荡。类似于 TTFS 编码, 唯一的区别是触发器是参考振荡而不是刺激。
- 3. 首脉冲触发时间编码 (Time-to-First-Spike code): 强调第一个刺激脉冲的精确时间, 并由此编码刺激的强度, 刺激越强, 脉冲出现得越早。

编码方式对比

- 频率率编码：认为发放频率包含了大部分的信息。采用频率编码时会自动丢失准确时间编码的信息。频率编码的效率不高，信息密度低，但具有很强的抗噪声能力。
- 时间编码：基于单个脉冲的精准时间，认为信息包含在脉冲发生的准确时刻。可实现更高的信息密度和更高的计算效率，同时具有更强的生物真实性，但是抗干扰能力较差。

突触模型

化学突触



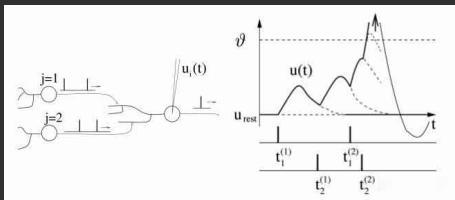
化学突触示意图

化学突触是脊椎动物大脑中最主要的突触，当动作电位到达突触间隙时，神经递质从轴突释放到达树突，被对应受体检测并转化为突触后细胞的电流反应。由输入脉冲导致突触后神经元膜电位变化被叫做突触后电位。

神经元突触

假设 j 个突触前神经元 ($j=1,2,3,\dots$)，它们有共同的突触后神经元 i 。其中神经元 $j=1$ 在 $t_1^{(1)}$, $t_1^{(2)}$ 时发送脉冲，导致一个突触后电位 ϵ_{ij} ，其他神经元同理。我们可以概括突触后神经元电位为：

$$u_i(t) = \sum_j \sum_f \epsilon_{ij} \left(t - t_j^{(f)} \right) + u_{\text{rest}}$$



突触脉冲信号传导示意图

突触动力学

短时突触可塑性模型¹:

$$\begin{aligned}\dot{R} &= (1 - R)/D - R\omega\delta(t - t_n) \\ \dot{\omega} &= (U - \omega)/F + U(1 - \omega)\delta(t - t_n)\end{aligned}$$

R 为抑制变量, ω 为助长变量。 U, D, F 为皮层神经元的测量参数。
兴奋性神经元 $U = 0.5, F = 1000, D = 800$ 。抑制性突触 $U = 0.2, F = 20, D = 700$ 。
每一次突触前神经元的在时间 t_n 放电, 通过 ω 减小抑制变量 R , 并增加助长变量 ω 。

¹Markram et al. (1998)

突触电导²

第 i 个神经元的总突触电流为：

$$\begin{aligned}
 I_{\text{syn}} = & g_{\text{AMPA}} (v - 0) \\
 & + g_{\text{NMDA}} \frac{[(v + 80)/60]^2}{1 + [(v + 80)/60]^2} (v - 0) \\
 & + g_{\text{GABA}_A} (v + 70) \\
 & + g_{\text{GABA}_B} (v + 90)
 \end{aligned}$$

每个电导 g 都有一阶线性动力学：

$$\dot{g} = -g/\tau$$

$\tau=5, 150, 6, 150$ ms 分别模拟 AMPA、NMDA、 GABA_A 、 GABA_B 受体

其中 v 为其膜电位，下标为受体类型。

兴奋性突触前神经元 j 的激活通过 $c_{ij}R_jw_j$ 增加 g_{AMPA} 和 g_{NMDA} ，抑制性突触前神经元的激活通过 R_jw_j 增加 g_{GABA} 。

²Izhikevich E M , Gally J A , Edelman G M . Spike-timing Dynamics of Neuronal Groups[J]. Cerebral Cortex, 2004, 14(8):933-944.

突触动力学

长时突触可塑性:

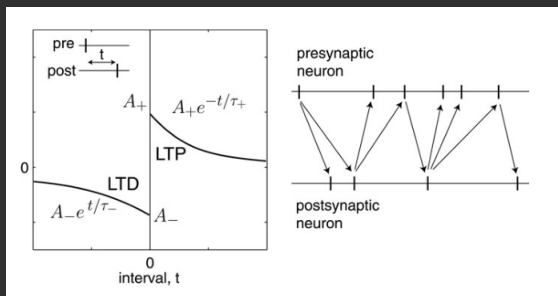
突触动力学包括被动的无关活动的变化和主动的依赖于脉冲时间的变化

脉冲时序相依可塑性 (STDP):

神经元 j 向神经元 i 的突触权重 c_{ij} 被动变化的动力学过程:

$$\ddot{c}_{ij} = -(\dot{c}_{ij} - a) 10^{-4}$$

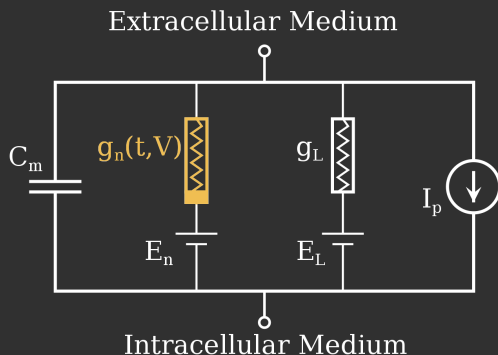
初始 $c_{ij} = 0.1$ 。



突触后神经元在突触前神经元 (向下箭头, $t > 0$) 后放电则突触增强。反之 (向上箭头, $t < 0$) 则抑制。

神经动力学

等效电路



$$I = C_m \frac{dV_m}{dt} + g_K (V_m - V_K) + g_{Na} (V_m - V_{Na}) + g_l (V_m - V_l)$$

Hodgkin-Huxley 模型

下式后三个方程描述了电压门控离子通道对应的非线性电导：

$$I = C_m \frac{dV_m}{dt} + \bar{g}_K n^4 (V_m - V_K) + \bar{g}_{Na} m^3 h (V_m - V_{Na}) + \bar{g}_l (V_m - V_l)$$

$$\frac{dn}{dt} = \alpha_n (V_m) (1 - n) - \beta_n (V_m) n$$

$$\frac{dm}{dt} = \alpha_m (V_m) (1 - m) - \beta_m (V_m) m$$

$$\frac{dh}{dt} = \alpha_h (V_m) (1 - h) - \beta_h (V_m) h$$

Izhikevich 模型³

膜电势 v 以及恢复变量 u 的两个方程描述了模型的动力学：

$$\begin{aligned}\frac{dv}{dt} &= 0.04v^2 + 5v + 140 - u + I \\ \frac{du}{dt} &= a(bv - u)\end{aligned}$$

为了模拟复极化，还需人为引入以下规则：

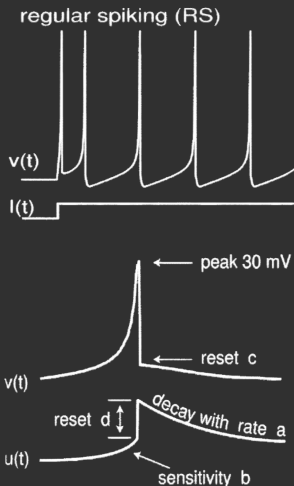
$$\text{if } v \geq 30\text{mV, then } \begin{cases} v \leftarrow c \\ u \leftarrow u + d \end{cases}$$

³Izhikevich E M. Simple model of spiking neurons[J]. IEEE Transactions on neural networks, 2003, 14(6): 1569-1572.

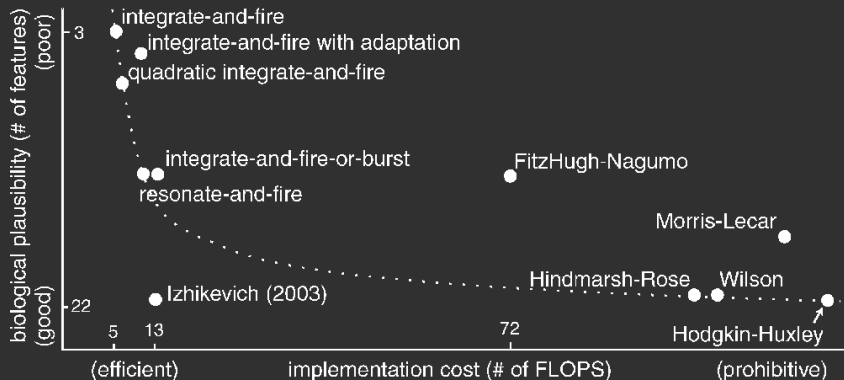
发放模式

在仿真中，我们常选取固定的参数组合如下表，称为发放模式，其中使用最广泛的是标准发放模式 (RS)：

模式	a	b	c	d
RS	0.02	0.20	-65.0	2.0
IB	0.02	0.20	-55.0	4.0
CH	0.02	0.20	-50.0	2.0
RZ	0.10	0.20	-65.0	2.0
LTS	0.02	0.25	-65.0	2.0



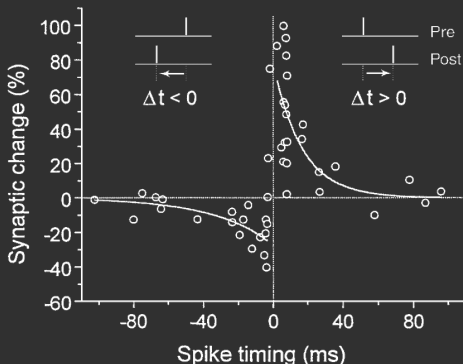
神经元模型的性能对比



训练算法

脉冲时间突触可塑性 (STDP)

由蒲慕明院士等发现的 STDP 机制⁴描述了突触变化量与突触前后脉冲时差之间的关系：



⁴Dan Y, Poo M. Spike timing-dependent plasticity of neural circuits[J]. Neuron, 2004, 44(1): 23-30.

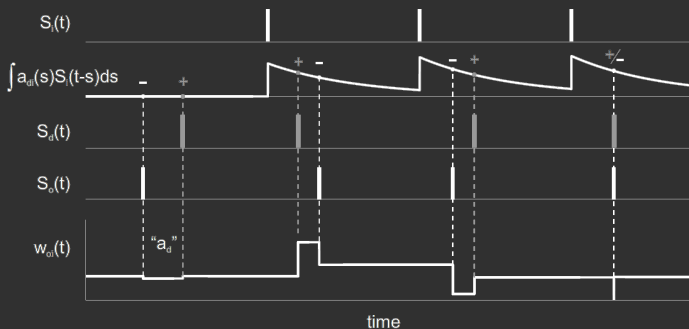
SNN 中的 STDP 算法

$$W(s) = \begin{cases} A_p \exp\left(\frac{-s}{\tau_p}\right), s \geq 0 \\ -A_d \exp\left(\frac{s}{\tau_d}\right), s < 0 \end{cases}$$

上式中 $W(s)$ 称为窗函数, s 是突触前后脉冲的时间间隔, τ_p 与 τ_d 为衰减因子, A_p 与 A_d 为增益.

有监督的 STDP: ReSuMe⁵

$$\frac{dw(t)}{dt} = [S^d(t) - S^l(t)] \left[a + \int_0^\infty W(s) S^{\text{in}}(t-s) ds \right]$$



⁵Ponulak F, Kasiński A. Supervised learning in spiking neural networks with ReSuMe: sequence learning, classification, and spike shifting[J]. Neural computation, 2010, 22(2): 467-510.

数值仿真

Runge-Kutta 法

倘若微分方程有如下形式：

$$y' = f(t, y), \quad y(t_0) = y_0$$

则在 RK4 下，对时间步长 h ，待求函数 y 有如下迭代式：

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

其中：

$$k_1 = f(t_n, y_n)$$

$$k_2 = f\left(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}k_1\right)$$

$$k_3 = f\left(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}k_2\right)$$

$$k_4 = f(t_n + h, y_n + hk_3)$$

时钟驱动 SNN

输入：外部脉冲序列、模拟周期 T 、时间步长 dt

输出：脉冲神经网络中神经元发放的脉冲序列

```

1  初始化时间:  $t = 0$ 
2  while  $t < T$  do
3      for 每个神经元 do
4          处理输入神经元的脉冲
5          计算  $dt$  内的神经元的内部状态 (膜电位  $V$  等)
6      end for
7      for 每个神经元 do
8          if  $V \geq V_{\text{thresh}}$  then
9              复位神经元的状态
10             for 每个突触连接 do
11                 向突触后神经元传递脉冲
12             end for
13             end if
14         end for
15          $t = t + dt$ 
16 end while
  
```

电压驱动 SNN

输入：模拟周期 T 、电压步长 dV

输出：脉冲神经网络中神经元发放的脉冲序列

```

1  for 每个神经元 do
2      计算电压区间的到达时间，即出口时间
3      在优先队列中插入事件
4  end for
5  while 队列不空 &&  $t < T$  do
6      提取时序最小的事件（事件 = 区间  $R$ ，时刻  $t$ ，神经元  $i$ ）
7      if  $V < V_{\text{thresh}}$  then
8          更新神经元  $i$  的内部状态
9          计算神经元  $i$  新的电压区间及出口时间
10         在优先队列中插入事件
11     else
12         复位神经元  $i$  的状态变量
13         在优先队列中插入事件
14     for 每个  $i$  到  $j$  的突触连接 do
15         根据权值  $w_{ij}$  更新神经元  $j$  的状态
16         计算神经元  $j$  新的电压区间及出口时间
17         在优先队列中更新神经元  $j$  的事件
18     end for
19 end if
20 end while
  
```

感谢观看