



Софийски университет „Св. Климент Охридски“

Факултет по математика и информатика

# КУРСОВ ПРОЕКТ

за избираема дисциплина „Фрактали“ на тема

## „Триъгълник на Серпински“

Преподавател: доц. д-р Милко Такев

Изготвил: Моника Красиминова Митрева, Софтуерно инженерство,  
II курс, ФН: 62522

летен семестър 2021/2022

гр. София

## Съдържание:

1. Какво е фрактал? .....	3
2. Илюстративни примери .....	4
3. Триъгълникът на Серпински .....	6
4. Програмна реализация, написана на HTML5 и JS .....	7
5. Използвана литература и източници .....	10

# 1. Какво е фрактал?

---

*Фракталът е структура, за която се установява нетривиално самоподобие със собствените ѝ части.*

Фракталите по принцип са с неравномерна (не гладка) форма и, следователно, не са обекти, дефинируеми от традиционната геометрия. Това означава, че те *имат значителна подробност, забележима при произволен мащаб*. Самоподобността се явява, защото приближението просто разкрива сходна картина. *Такива множества обикновено се дефинират чрез рекурсия.*

Фракталът се представя като геометричен обект, който е радикално „начупен“. Терминът **фрактал** (от латинското *fractus*, счупен) е въведен през 1975 от Беноа Манделброт, за да привлече вниманието към тези обекти. Като математически куриози те са известни още от 19 в.

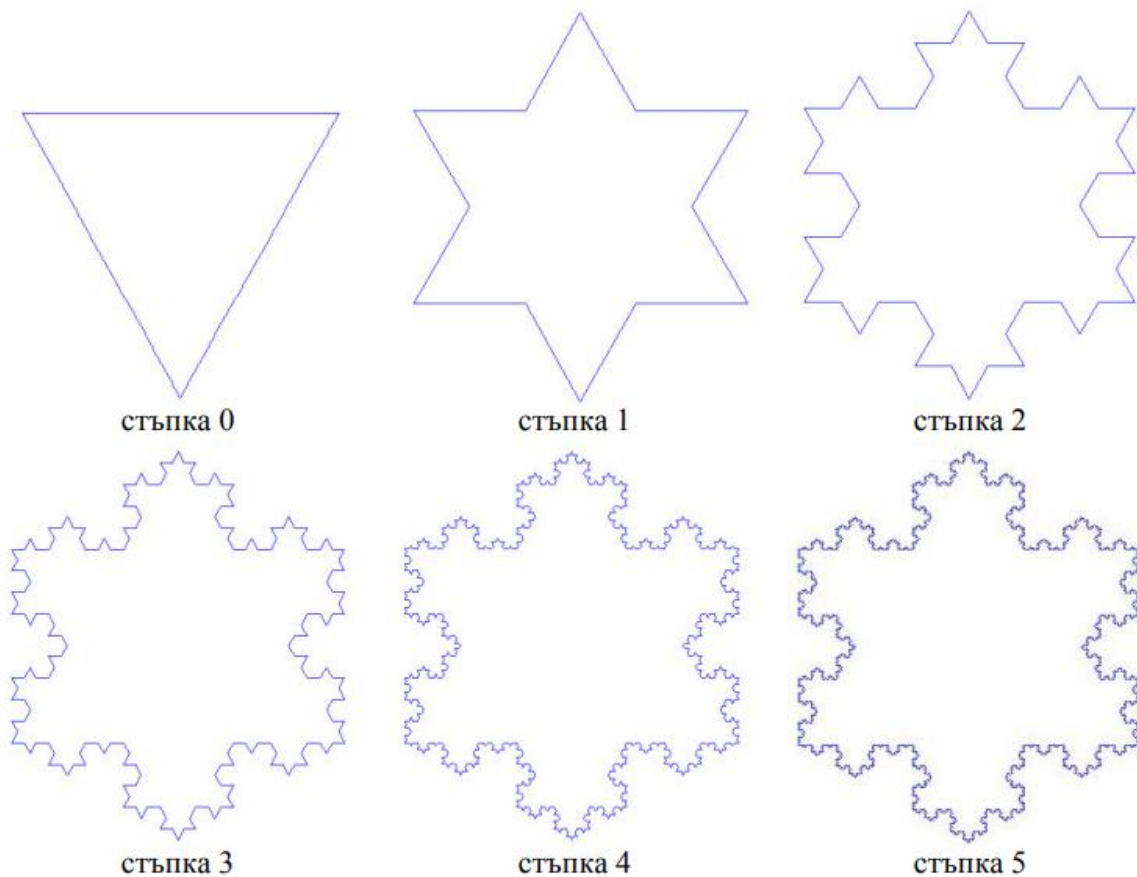
Строго погледнато, фракталите са начупени в произволно малки мащаби, така че реално могат да бъдат изобразявани само техни крайни апроксимации. Най-често фракталът се генерира (например на монитор) от повтаряща се схема, обикновено рекурсивен или итерационен процес. Това позволява представяне на неговите характерни особености – самоподобността и възпроизвеждането на цялостната структура независимо от увеличението.

Често привеждани **примери** за фрактали са *множеството на Манделброт, канторовото множество, триъгълникът и килимът на Серпински/Сиерпински, кривата на Пеано и снежинката на Кох*. Срещани често в природата обекти като облаци, планини, водосборни басейни или кръвоносни системи, са примери за приблизителни фрактали, тъй като имат горна и долна граница на увеличението. Различни видове фрактали са изучавани първоначално като математически обекти и терминът „фрактал“ е получил различни определения.

„Фракталната геометрия“ е неформална област от математиката, в която са събрани разнородни елементи свързвани с изучаване на фракталите и особеното им поведение. Тя намира приложение в науката, техниката и компютърното изкуство.

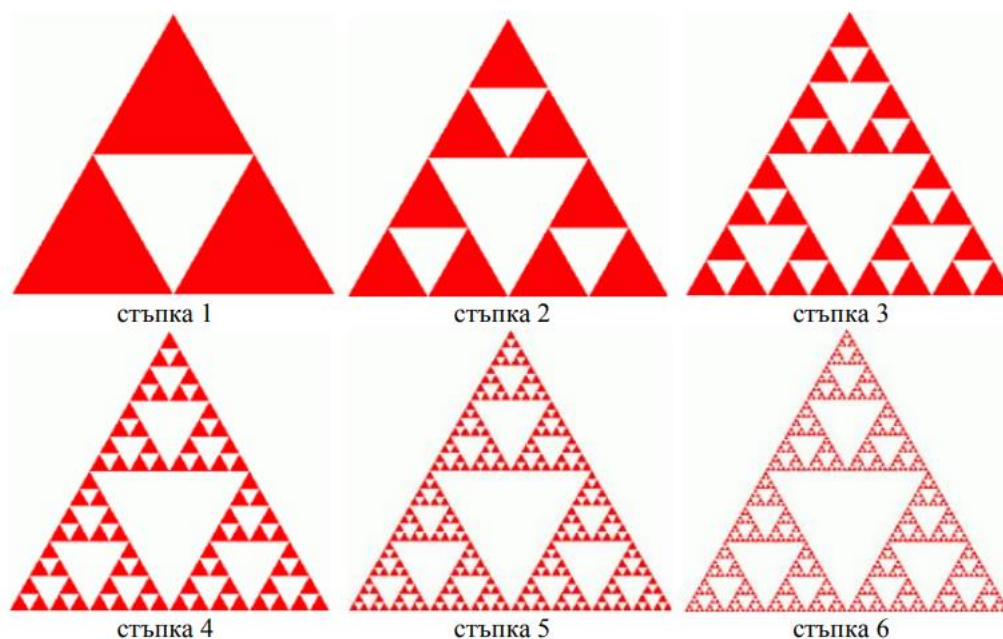
## 2. Илюстративни примери

---



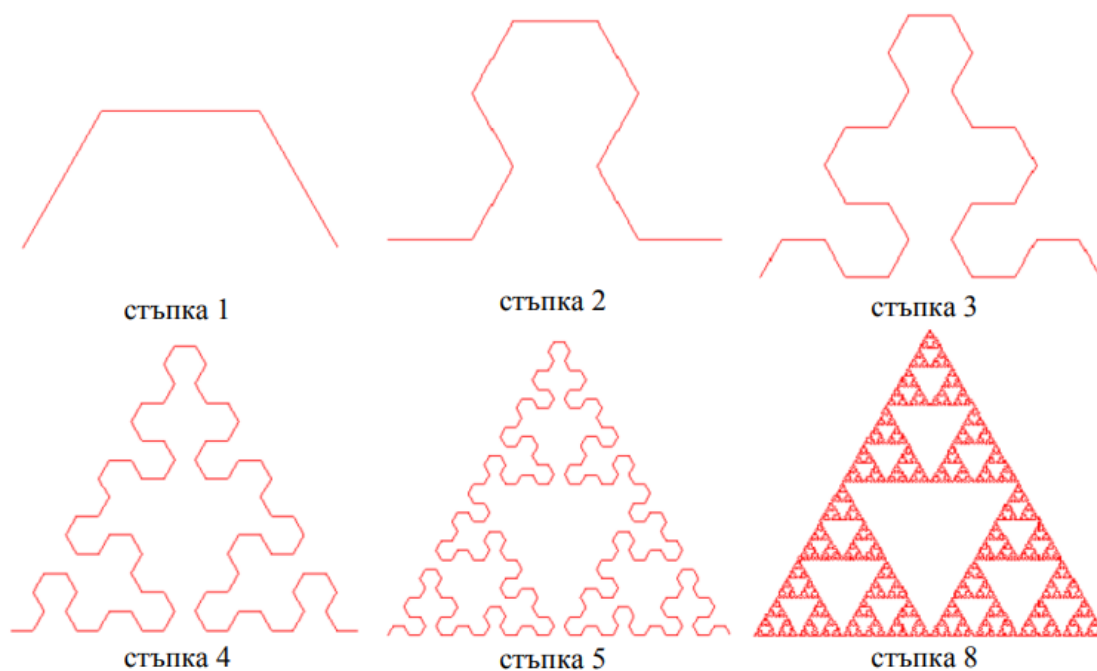
**Пример 1.** Итеративно построяване на фрактала „снежинка на Кох“

При стъпка 0 (пример 1) е даден обърнат правилен триъгълник. При стъпка 1 всяка от страните му се разделя на три равни части, като средната се премахва. Премахнатата отсечка се взема за основа на правилен триъгълник, чиито две други страни се добавят. Итеративният процес продължава по същия начин със все повече на брой и все по-малки по мащаб правилен триъгълници.



**Пример 2.** Фрактал „триъгълник на Серпински/Сиерпински“

Кривата на триъгълника на Серпински (пример 2) се получава по рекурсивен път. Представяме си равнобедрен трапец с голяма основа с два пъти по-голяма дължина от малката основа, която е равна на бедрата. При стъпка 0 вземаме голямата основа, която при стъпка 1 замества с останалите три страни на трапеца. Тази рекурсия се повтаря неограничено. На пример 2.1 са показани някои от стъпките за получаване на този фрактал. Да забележим, че резултатът от стъпка 8 съвпада резултата от стъпка 6 за триъгълника на Серпински.



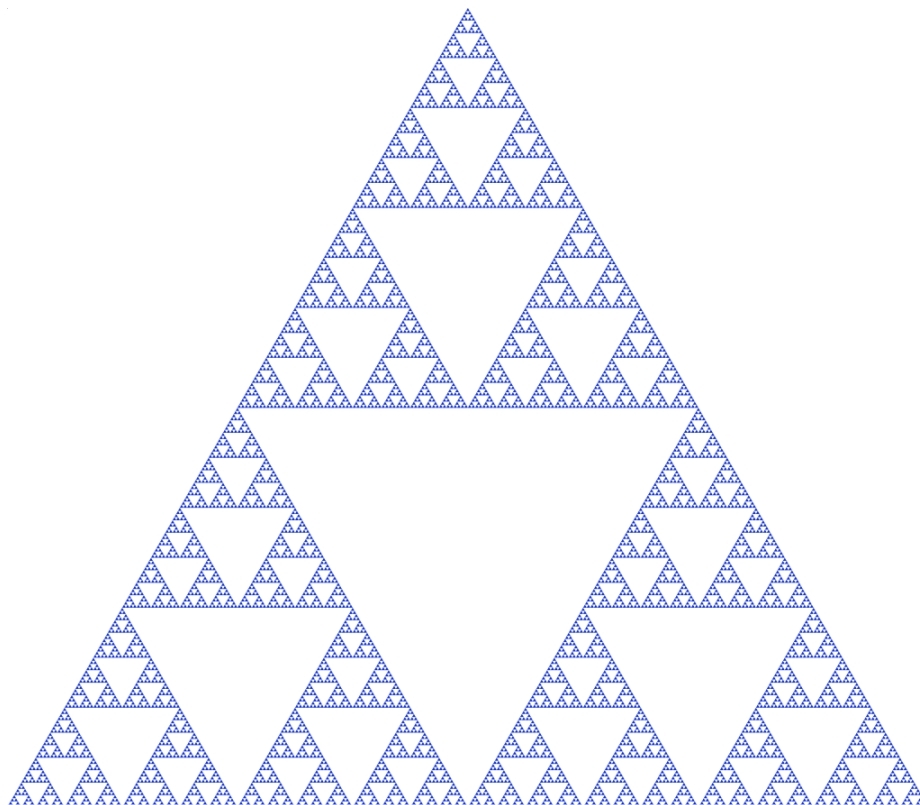
**Пример 2.1** Фрактал крива на триъгълника на Серпински/Сиерпински

### 3. Триъгълникът на Серпински

---

**Триъгълникът на Серпински**, наричан още и **Решето на Серпински**, е фрактал с формата на равноностранен триъгълник, рекурсивно разделен на по-малки равностранни триъгълници с дължина на страната, съответно  $1/2$ ,  $1/4$ ,  $1/8$ , ...  $1/2^n$  ( $n \rightarrow \infty$ ) от дължината на външния триъгълник. Триъгълникът на Серпински е един от най-простите примери за самоподобни множества, тъй като е математически генериран модел, който може да се самовъзпроизведе при произволно увеличаване или намаляване на мащаба. Наречен е на името на полския математик Вацлав Серпински, но съществува от много столетия като декоративен елемент, преди Серпински да започне да изучава свойствата му на математически обект.

В равноностранен триъгълник се построяват трите средни отсечки. Във всеки от трите (без централния) вписани подобни триъгълници се построяват техните три средни отсечки и т.н. Интересен факт е релацията с триъгълник на Паскал - ако всяко четно число се замени с 0, а всяко нечетно с 1 се получава вид триъгълник на Серпински (при достатъчно голям брой повторения).



Триъгълникът на Серпински/Сиерпински

## 4. Програмна реализация, написана на HTML

```
<!DOCTYPE html>
<html>
  <head>
    <meta charset = "utf-8" />
    <title> • Триъгълник на Сierпински • </title>
    <link rel = "icon" href = "Икона на прозореца на браузъра.png">

    <link rel = "stylesheet" type = "text/css" href = "styles.css">
  </head>

  <body>
    <h2>• ТРИЪГЪЛНИК НА СЕРПИНСКИ •</h2>
    <h4><i>Курсов проект за избираема дисциплина "<b>Фрактали</b>",
      летен семестър 2021/2022</i></h4>

    <div class = "section">
      <div class = "left-side">
        <canvas id = "sierpinskiCanvas" width = "600" height = "470">
          Този браузър не поддържа HTML5 canvas tag.</canvas>

        <div class = "optionsMenu">
          <ul>
            <li><input type = "button" value = "Пусни анимацията"
              id = "startAnimation" onclick = "startAnimation()"></li>
            <li><input type = "button" value = "Спри анимацията"
              id = "stopAnimation" onclick = "stopAnimation()"></li>
            <li><b>Избери цвят: </b>
              <input type = "color" id = "myColor" value = "#F8F8FE"
                oninput = "changeColor()">
            </li>
          </ul>

          <p>Дълбочина на рекурсията = <b><span id="rangeText"></span></b>
            <input type = "range" min = "1" max = "7" value = "4"
              id = "myRange" oninput = "updateConfiguration()">
          </p>
        </div>
      </div>

      <div class = "right-side">
        <img src = "logo.png" id = "img_link">

        <div class = "faculty">
          <h5>Софийски университет "Св. Климент Охридски"</h5>
          <h5 id = "label">Факултет по математика и информатика</h5>
        </div>
        <br>

        <h3 id = "title">За триъгълникът на Серпински</h3>
        <p><em>Триъгълникът на Серпински</em>, наричан още и <em>Решето на
          Серпински</em>, е <em>фрактал</em> <b>с формата на равностраничен триъгълник</b>, рекурсивно
```

разделен на по-малки равностранни триъгълници с дължина на страната, съответно  **$1/2, 1/4, 1/8, \dots 1/2^n$  ( $n \rightarrow \infty$ )** от дължината на външния триъгълник. Триъгълникът на Серпински е един от най-простите примери за **самоподобни множества**, тъй като е математически генериран модел, който може да се самовъзпроизведе при произволно увеличаване или намаляване на мащаба. Наречен е на името на полския математик **Вацлав Серпински**.

### Инструкции

- Бутонът** **Пусни анимацията** - стартира анимацията на триъгълника.
- Бутонът** **Спри анимацията** - спира анимацията на триъгълника.
- Бутонът** **Избери цвят** - позволява да се избере произволен цвят на триъгълника.
- Дълбочина на рекурсията** - показва степента на вложеност на триъгълниците.

```
<script type = "text/javascript" src = "sierpinski.js"></script>
<script type = "text/javascript" src = "main.js"></script>
```

Изготвен от: **Моника Красиминова Митрева №62522, Софтуерно инженерство**

```
</body>
</html>
```

```
body {
    width: 1100px;
    margin: auto;
    background-color: #F8F8FE;
    text-align: center;
    font-family: Franklin Gothic Book;
    color: #32329A;
}
```

```
.left-side {
    float: left;
    margin: 0 10px 0 0;
    width: 600px;
}
```

```
.right-side {
    text-align: justify;
    padding-left: 20px;
    float: left;
    width: 340px;
}
```

```
.optionsMenu {
    margin-bottom: 5px;
}
```



```

.optionsMenu ul {
    padding-left: 0px;
    margin: 0px;
}

.optionsMenu ul li {
    height: 40px;
    margin-right: 0px;
    display: inline-block;
    width: 150px;
}

.optionsMenu ul li input {
    height: 35px;
}

#title {
    text-align: center;
}

h2 {
    margin-bottom: 0;
    margin-top: 5px;

    font-size: 3.5em;
    font-family: Candara;
    text-shadow: 1px 2px 3px #9595CC;
    color: #000081;
}

h3 {
    border-bottom: 1.5px dotted #000081;
    color: #262696;
}

h4 {
    margin: 0 0 1em 0;
    font-weight: lighter;
}

h5 {
    text-align: center;
    font-weight: lighter;
    margin: 0;
    font-style: italic;
}

#startAnimation {
    margin-top: 10px;
    padding: 5px 10px;
    position: relative;
    cursor: pointer;
}

```

## 5. Използвана литература и източници

---

- [FTFP\\_2.pdf \(uni-plovdiv.bg\)](#)
- [Фрактал – Уикипедия \(wikipedia.org\)](#)
- [https://en.wikipedia.org/wiki/Sierpi%C5%84ski\\_triangle](https://en.wikipedia.org/wiki/Sierpi%C5%84ski_triangle)