



## ANALISIS NUMERICO

### TRABAJO FINAL

Estudiante 1: Juan Pablo Ortiz Rubio.

Estudiante2: Mosquera Barrera,Nelson Alejandro.

Estudiante3: Camilo Jose Narvaez.

Estudiante4: Diego Alejandro Cardozo Rojas.

Cada grupo debe entregar este documento con los resultados y las implementaciones (R o Python) en archivos anexos, al correo [herrera.eddy@gmail.com](mailto:herrera.eddy@gmail.com) y **DEBEN SUBIR AL REPOSITORIO LA SOLUCIÓN Y LA IMPLEMENTACIÓN EN LA CARPETA TRABAJO FINAL INDICANDO EL LINK DE LOS RESPOSITORIOS DE CADA ESTUDIANTE**

**TIEMPO LIMITE 9:30 am HORA LOCAL DEL 18 DE NOVIEMBRE DEL 2021**

La estimación de la propagación de la pandemia por **Covid-19** en la ciudad de Santa Marta (Colombia) se hace a partir del modelo SIR con parámetros y condiciones iniciales dadas. El modelo SIR, aplicado en varios tipos de pandemias, objetiva estimar el número de individuos susceptibles a infectarse (S), el número de individuos infectados capaces de infectar (I) y el número de individuos recuperados (que se curaron o fallecieron) (R).

El número de individuos susceptibles a infectarse ( $dS$ ) en el tiempo de observación ( $dt$ ), viene dado por la **ecuación 1**:  $\frac{dS}{dt} = -\beta C \frac{S}{N}$  con Donde  $\beta$  es la tasa temporal de probabilidad de un sujeto de llegar a infectarse,  $C$  es el número de contactos del sujeto,  $1/N$  es la probabilidad de que algún contacto esté infectado,  $N$  es el universo de individuos y  $S$  el número total de individuos susceptibles de infectarse.

El número de individuos infectados  $dI$  en el tiempo de observación  $dt$  se expresa mediante la **ecuación 2**:  $\frac{dI}{dt} = \beta C \frac{S}{N} - \frac{dR}{dt}$ . Donde  $\frac{dR}{dt}$  es la cantidad de personas que en el tiempo de observación se están recuperando. Como en el tiempo de observación, es posible que algunos de los individuos se hayan recuperado, por lo que estos dejarán de pertenecer al grupo I para engrosar el grupo R, lo que se traduce en una substracción a la cantidad de infectados.

El número de recuperados  $dR$  en el tiempo de observación se puede modelar, de manera simple, mediante la **ecuación 3**:  $\frac{dR}{dt} = \gamma I$ . Donde  $\gamma$  es la tasa temporal de recuperación de un sujeto infectado, o sea,  $\gamma dt$  es la probabilidad de recuperación, en el tiempo  $dt$ , de un sujeto que estaba infectado

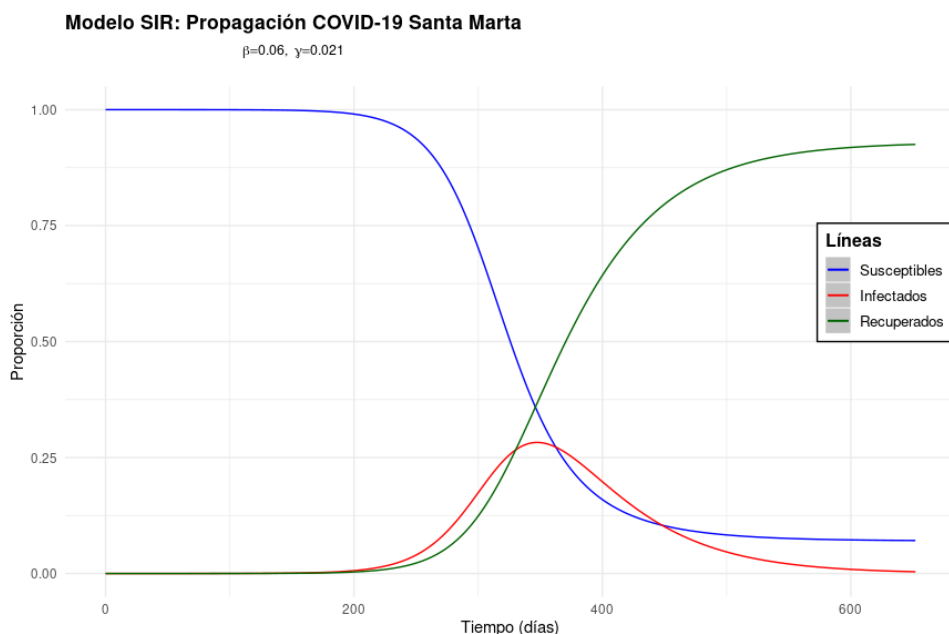
**Productos:**



1. Solucionar el sistema de ecuaciones utilizando el método de **RUNGE-KUTTA**, las condiciones iniciales se establecieron en  $I(0) = 2/N$ ,  $S(0) = 1 - I(0)$ ,  $R(0) = 0$  y  $N = 779.853$ , en consonancia con los datos reportados por el **Instituto Nacional de Salud (INS)** de Colombia para el periodo entre el 20 de marzo y el 30 de mayo de 2020. Los parámetros del modelo son  $\beta = 0,06$ ,  $C = 1,5$  y  $\gamma = 0,021$ , fueron ajustados numéricamente hasta que los casos (infectados más recuperados) estimados se aproximaran a con error  $< 0.05$  de los casos reportados.

### Tabla de solución del mes de marzo 20 – abril 20

2. Con base en la solución anterior realice **una** gráfica de la **proyección** del número de susceptibles, infectados y recuperados desde el inicio de la pandemia, del 20 de marzo de 2020 hasta el 1 de enero de 2022.



### GRAFICA

3. Determine la cantidad máxima aproximada de infectados en relación con la población total y en que fecha aproximadamente se espera esto.

Máximo de infectados = 220348.3

Día = 349

### SOLUCION



4. Determine el porcentaje de la población que llegaría a infectarse y el porcentaje de recuperación

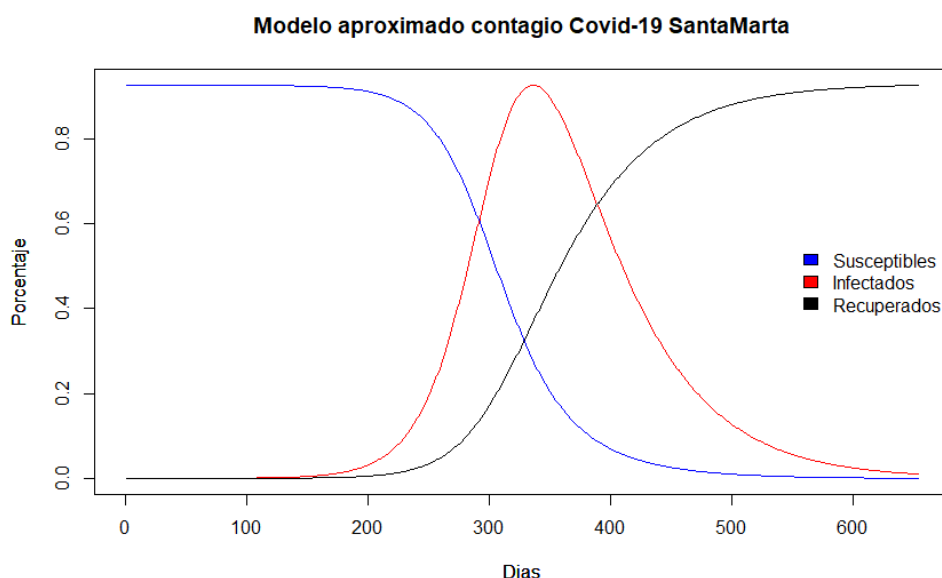
Porcentaje de infectados = 0.282551

Porcentaje de recuperados = 0.9250808

### SOLUCION

5. Se dice que una situación epidémica controlada será cuando:  $\frac{\gamma}{\beta C} > \frac{S}{N}$  determine en que instantes del tiempo la situación está controlada.

Como  $I(t) = C/N$ ,  $\gamma/(\beta C) > S/N$ ,  $\gamma/(\beta I(t)) > S(t)$



Basados en la gráfica se puede evidenciar que el momento en el que la epidemia está controlada en alrededor del día 300

### SOLUCION

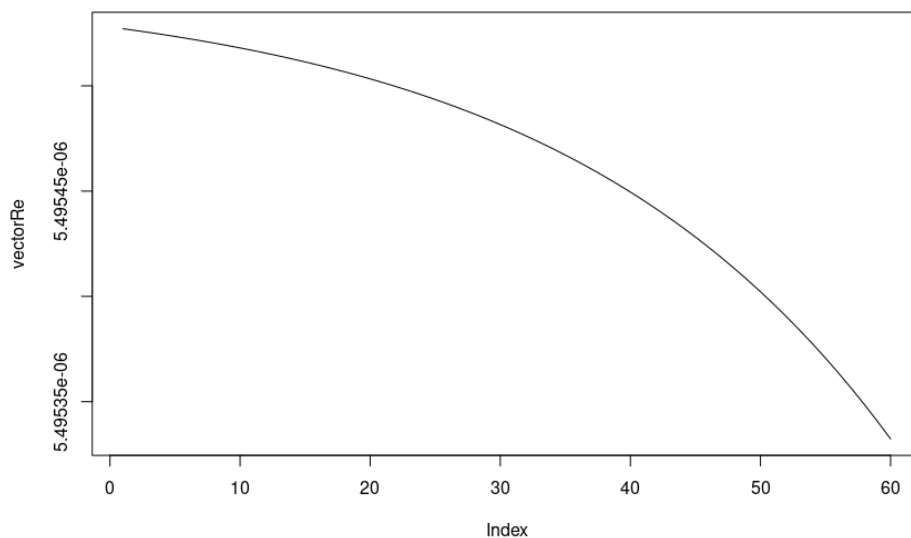
6. El número básico de reproducción  $R_0 = \frac{\beta}{\gamma}$  es un indicador relevante en salud pública porque expresa la potencia de contagio. Encuentre la solución para cuando  $\beta = \gamma$  como para cuando  $\beta > \gamma$  e interprete la solución a la luz de los valores de  $R_0$  para los casos (asigne valores a los parámetros).

### SOLUCION

7. El número efectivo de reproducción  $R_e(t) = \frac{\beta C S(t)}{\gamma N}$  se define como la cantidad de individuos susceptibles que pueden llegar a ser infectados por un individuo en un momento específico



cuando toda la población no es susceptible. Con base en la solución numérica de  $S(t)$  interpole y estime y grafique  $R_e(t)$  para los primeros 60 días



Maximo vectorRe = 5.495527e-06

### SOLUCION Y GRAFICA

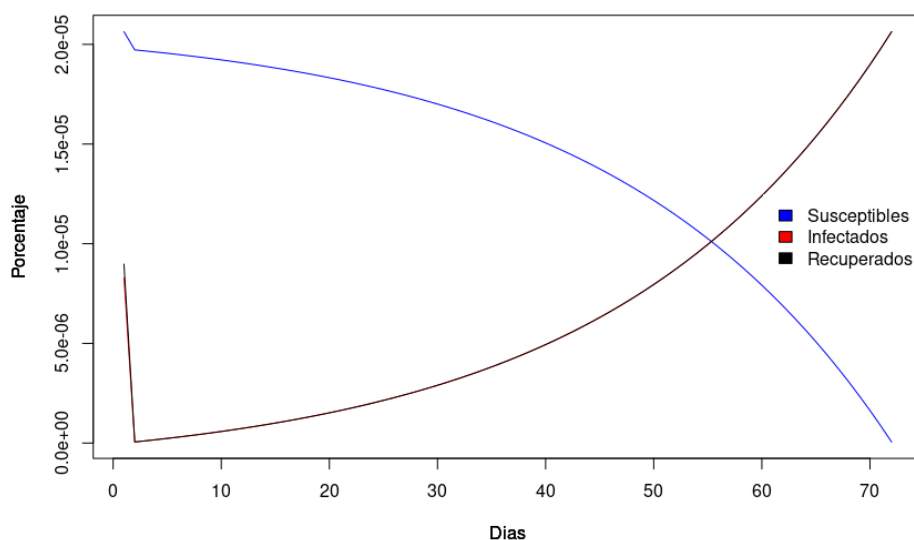
- Encuentre la solución del sistema de ecuaciones para  $R_e(t) = 1.5$  grafique e interprete la solución

### SOLUCION Y GRAFICA

- Simular el progreso de la pandemia en Santa Marta (para el periodo entre el 20 de marzo y el 30 de mayo de 2020) suponiendo un margen de error al inicio de la pandemia tal que el número de infectados y recuperados en ese momento fuera  $I(0) = 14/N$ ,  $R(0) = 7/N$  y considere esta solución exacta.



### Valores reales contagio Covid-19 SantaMarta



### TABLA DE LOS PRIMEROS 30 DIAS Y GRAFICA DE SOLUCION PARA EL PERIODO PARA EL PERIODO ENTRE EL 20 DE MARZO Y EL 30 DE MAYO DE 2020

10. Determine el error relativo en los primeros 10 días, el error absoluto medio (EAM) asumiendo que esta solución es la exacta y la primera solución es la aproximada y la estabilidad numérica de la solución numérica.

### TABLA DE ERRORES Y GRAFICA DE LOS ERRORES PARA CUANDO $R_e(t) = 1.001; 1.5; 1.9; 2.5$

	SusceptibleReal	SusceptibleAprox	ErrorrelativoS	ErrorAbsolutoS	InfectadosReal	InfectadosAprox	ErrorrelativoI	ErrorAbsolutoI	RecuperadosReal	RecuperadosAprox	ErrorrelativoR	ErrorAbsolutoR	ErrorRelativoS	ErrorRelativoI	ErrorRelativoR
1	1.0000000	0.9999956	0	4.168099e-06	2.917670e-05	4.168099e-06	0	2.50086e-05	1.458835e-05	0.000000e+00	0	1.458835e-05	0	0	NaN
2	0.9999956	0.9999956	0	0.000000e+00	4.333866e-06	4.333866e-06	0	0.000000e+00	8.925932e-06	8.925932e-06	0	0.000000e+00	0	0	0
3	0.9999953	0.9999953	0	0.000000e+00	4.506224e-06	4.506224e-06	0	0.000000e+00	1.820685e-07	1.820685e-07	0	0.000000e+00	0	0	0
4	0.9999950	0.9999950	0	0.000000e+00	4.685438e-06	4.685438e-06	0	0.000000e+00	2.785687e-07	2.785687e-07	0	0.000000e+00	0	0	0
5	0.9999947	0.9999947	0	0.000000e+00	4.871778e-06	4.871778e-06	0	0.000000e+00	3.789068e-07	3.789068e-07	0	0.000000e+00	0	0	0
6	0.9999945	0.9999945	0	0.000000e+00	5.065530e-06	5.065530e-06	0	0.000000e+00	4.832353e-07	4.832353e-07	0	0.000000e+00	0	0	0
7	0.9999941	0.9999941	0	0.000000e+00	5.266986e-06	5.266986e-06	0	0.000000e+00	5.917129e-07	5.917129e-07	0	0.000000e+00	0	0	0
8	0.9999938	0.9999938	0	0.000000e+00	5.476455e-06	5.476455e-06	0	0.000000e+00	7.045048e-07	7.045048e-07	0	0.000000e+00	0	0	0
9	0.9999935	0.9999935	0	0.000000e+00	5.694254e-06	5.694254e-06	0	0.000000e+00	8.217824e-07	8.217824e-07	0	0.000000e+00	0	0	0
10	0.9999931	0.9999931	0	0.000000e+00	5.920715e-06	5.920715e-06	0	0.000000e+00	9.437241e-07	9.437241e-07	0	0.000000e+00	0	0	0