

Interrogación 1

Duración: 150 minutos.

Pregunta 1 (20 puntos)

Juanito tiene un campo frutal dividido en $k \in K$ cuadrantes en los cuales puede plantar $j \in J$ tipos de semillas en un horizonte de tiempo de T meses.

Las semillas se venden en sacos que permiten cubrir α_j cuadrantes, a un costo de c_{jt} por saco del tipo de semillas j en el mes t , con $t = 1, \dots, T$. Usted puede comprar semillas para plantarlas en otro mes si así lo desea, y no es necesario plantar los α_j cuadrantes de una sola vez.

A su vez, usted sabe que las semillas del tipo j demoran $\theta_j > 0$ meses en ser cultivadas desde que son plantadas, entregando un total de λ_j kilos de fruta j por cuadrante cosechado. Adicionalmente, usted sabe que en el mercado se puede vender en β_{jt} pesos cada kilo del fruto j durante el mes t . Naturalmente, usted no puede plantar semillas adicionales en un cuadrante en donde actualmente existen semillas en proceso de cultivo, y que los cultivos deben ser cosechados y vendidos obligatoriamente en el mismo mes que termina su período de cultivo ya que de lo contrario se pudren.

Formule un problema de programación lineal en variables mixtas con el cual pueda maximizar la cantidad de dinero que dispone al término del mes T . Para ello, considere variables binarias x_{jkt} e y_{jkt} que indican si se inicia la siembra y si existe sembrado de semillas del tipo j en el cuadrante k en el mes t , respectivamente. Considere que inicia con todos los cuadrantes disponibles para plantar, sin semillas en su stock, con un capital inicial de γ pesos, y que ningún mes puede terminar con capital negativo.

Solución:

Importante: Esta pauta esta diseñada asumiendo que el tiempo de cosecha inicia desde el mismo período en que es sembrado. Es decir, si un tipo de planta requiere 3 períodos y plantamos en el período 2, vamos a poder cosechar en el período 5.

En caso que se asuma que el inicio de cosecha inicia a partir del período siguiente, las restricciones de activación sembrado (R1), Inventario de dinero (R3) y Terminar cosecha antes de volver a cosechar (R7) tienen que ser consistente con aquel supuesto.

Variables de decisión:

- ◇ $X_{jkt} \in \{0, 1\}$: 1 si se decide iniciar el plantado de semillas j en el cuadrante k en el mes t , 0 e.o.c.
- ◇ $Y_{jkt} \in \{0, 1\}$: 1 si existe sembrado de semillas j en el cuadrante k durante el mes t , 0 e.o.c.
- ◇ I_t cantidad de dinero al término del período t .
- ◇ U_{jt} cantidad de semillas del tipo j al término del período t .
- ◇ W_{jt} cantidad de sacos de semilla tipo j a comprar en el mes t .

Max I_T

s.a.

$$\sum_{l=t}^{\min(t+\theta_j-1, T)} Y_{jkl} \geq \theta_j X_{jkt} \quad \forall j \in J, k \in K, t \in T \quad (\text{activación sembrado})$$

$$\sum_{j \in J} Y_{jkt} \leq 1 \quad \forall k \in K, t = 1 \dots T \quad (\text{solo 1 sembrado por cuadrante})$$

$$I_t = I_{t-1} - \sum_{j \in J} c_{jt} W_{jt} + \sum_{j \in J: t-\theta_j \geq 1} \sum_{k \in K} X_{j,k,t-\theta_j} \lambda_j \beta_{jt} \quad \forall t \in T : t \geq 2 \quad (\text{Inventario de dinero})$$

$$I_1 = \gamma - \sum_{j \in J} c_{j1} W_{j1} \quad (\text{Condicion borde inventario dinero})$$

$$U_{jt} = U_{j,t-1} + \alpha_j W_{jt} - \sum_{k \in K} X_{jkt} \quad \forall j \in J, t = 2 \dots T \quad (\text{Inventario semillas})$$

$$U_{j1} = \alpha_j W_{j1} - \sum_{k \in K} X_{jk1} \quad \forall j \in J \quad (\text{Condición borde semillas})$$

$$1 - X_{jkt} \geq \sum_{l=t+1}^{\min(t+\theta_j-1, T)} X_{jkl} \quad \forall j \in J, k \in K, t = 1 \dots T-1 \quad (\text{Terminar cosecha antes de volver a cosechar})$$

$$X_{jkt}, Y_{jkt} \in \{0, 1\} \quad \forall j \in J, k \in K, t = 1 \dots T$$

$$I_t \geq 0 \quad t = 1 \dots T$$

$$U_{jt}, W_{jt} \in \mathbb{Z}_0^+ \quad \forall j \in J, t = 1 \dots T$$

Asignación Puntaje:

- ◇ **(3 puntos)**: Definición de variables adicionales a las entregadas en el enunciado (incluye naturaleza de variables).
- ◇ **(2 puntos)**: Función Objetivo correcta.
- ◇ **(3 puntos)**: Restricción de activación sembrado correcta.
- ◇ **(3 puntos)**: Restricción solo un sembrado por cuadrante.
- ◇ **(3 puntos)**: Restricción inventario de dinero (incluye condición borde).
- ◇ **(3 puntos)**: Restricción inventario de semillas (incluye condición borde).
- ◇ **(3 puntos)**: Restricción terminar cosecha antes de volver a cosechar.

Pregunta 2 (20 puntos)

Usted está encargado de la logística de entrega de productos de una fábrica de alimentos. Esta fábrica produce $i = 1, \dots, n$ alimentos, donde cada unidad de alimento i tiene un volumen de v_i [m^3]. Usted debe satisfacer $j = 1, \dots, m$ tiendas, donde cada una requiere d_{ij} unidades de cada alimento i . Usted dispone de $c = 1, \dots, S$ camiones, cada uno con un volumen total de V [m^3] para transportar estos alimentos. Si decide utilizar el camión c , debe pagar un costo fijo de F_c pesos y un costo variable de g_c por unidad transportada a cualquiera de las tiendas.