

Induction : Circuit Mobile dans un Champ B

Carnet d'Ingé

1 Les 3 Loïs du Circuit (Cours Utile)

1. Loi de Lenz (Le "Vieux Réac")

L'induction s'oppose par ses effets à la cause qui lui donne naissance.

- Le flux $\Phi \nearrow$? B_{induit} se crée en sens inverse.
- La barre bouge à droite? La force de Laplace la freine vers la gauche.

2. Loi de Faraday (f.e.m)

La tension induite e est l'opposé de la variation du flux :

$$e(t) = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Astuce Cas Particulier : Si B est constant et \perp au circuit de largeur L :

$$e(t) = -B \cdot L \cdot v$$

3. Le Bilan de Puissance (Théorème)

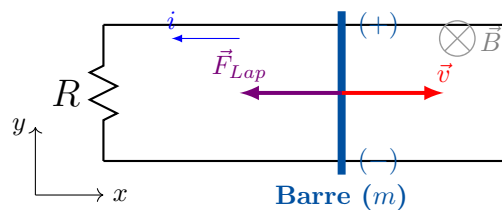
Pour un convertisseur parfait (sans frottements mécaniques ni résistance interne) :

$$P_{\text{Laplace}} + P_{\text{élec}} = 0$$

Toute la puissance mécanique reçue est transformée en puissance électrique (ou inversement).

2 La Méthode "Rails de Laplace" (L'Exo à savoir faire)

Situation : Une barre de masse m glisse sur deux rails conducteurs, fermés par une résistance R . Champ $\vec{B} = -B\vec{e}_z$ (descendant). Vitesse $\vec{v} = v\vec{e}_x$.

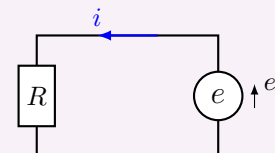


ÉTAPE 1 : ÉQUATION ÉLECTRIQUE (LOI DES MAILLES)

On cherche le courant i induit par le mouvement.

- La barre se comporte comme un générateur de tension e .
- Loi de Faraday : $e = -BLv$ (avec orientation conventionnelle).
- **Physique :** Les charges (+) montent dans la barre. Le courant sort par le haut.
- Loi d'Ohm : $e - Ri = 0 \implies i = \frac{e}{R}$.

$$\implies i = -\frac{BLv}{R}$$



ÉTAPE 2 : ÉQUATION MÉCANIQUE (PFD)

On cherche l'évolution de la vitesse (freinage).

- Bilan des forces : Poids, Réaction (se compensent) et **Force de Laplace**.
- Expression : $\vec{F}_{\text{Lap}} = i\vec{L} \wedge \vec{B}$.
- Projection sur l'axe du mouvement (Ox) : $F_{\text{Lap}} = -iLB$.
- P.F.D (Newton) :

$$m \frac{dv}{dt} = -iLB$$

Étape 3 : Le Couplage (Équation Différentielle)

C'est le moment de fusionner les deux mondes. On injecte le i de l'étape 1 dans le PFD de l'étape 2.

$$m \frac{dv}{dt} = - \left(\frac{BLv}{R} \right) LB = - \frac{B^2 L^2}{R} v$$

(On raisonne en valeur absolue pour le freinage, i circule de sorte à freiner).

On réarrange pour obtenir la forme canonique $\frac{dv}{dt} + \frac{1}{\tau}v = 0$:

$$\frac{dv}{dt} + \frac{B^2 L^2}{mR} v = 0$$

Conclusion : La vitesse décroît exponentiellement avec un temps caractéristique $\tau = \frac{mR}{B^2 L^2}$.

3 Pièges et Astuces

Dangers Classiques

- **Signes** : Attention à l'orientation du circuit. Si vous trouvez une exponentielle croissante ($\tau < 0$), vous avez fait une erreur de signe ! Le système doit freiner (stabilité).
- **Générateur ou Récepteur ?**
 - Si on tire sur la barre (F_{ext}), elle devient **Générateur** ($P_{elec} < 0$).
 - Si on injecte du courant (e_{ext}), elle devient **Moteur** ($P_{meca} > 0$).