线

订

装

兰州大学 2017～2018 学年第__二__学期

月考考试试卷（A 卷）

课程名称：__高等数学__ 任课教师：________

学院：________ 专业：________ 年级：________

姓名：________ 校园卡号：________

题　号	一	二	三	四	五	六	七	八			总分
分　数											
阅卷教师											

1. 求方程 $\frac{dy}{dx}=6\frac{y}{x}-xy^2$ 的通解。

2．求方程 $\frac{dy}{dx}+\frac{y}{x}=e^{xy}$ 的通解。

3．求方程 $(x^2-1)y'-xy+1=0$ 的通解。

4．求方程 $y''-3y'+2y=xe^{2x}$ 的通解。

5．求方程 $y'-(\cos x)y=\sin 2x$ 的通解。

6．求方程 $y''+2\sqrt{2}y'+2y=0$ 的通解。

7．求方程 $y''+y=\sin x-\cos 2x$ 的通解。

8．求直线 L: $\begin{cases}2x-y+z-1=0\\ x+y-z+1=0\end{cases}$ 在平面 $x+2y-z=0$ 上的投影直线方程。

9．求经过点（1，1，1）并且与直线 $\begin{cases}y=2x\\ z=x-1\end{cases}$ 和直线 $\begin{cases}y=3x-4\\ z=2x-1\end{cases}$

都相交的直线方程。

10. 求经过直线 $\begin{cases}x+5y+z=0\\ x-z+4=0\end{cases}$ 并且与平面 $x-4y-8z+12=0$ 组成 $\frac{\pi}{4}$ 角的平面方程。

11. 求曲线 $\mathbf{r}=t\mathbf{i}+t^2\boldsymbol{j}+t^3\mathbf{k}$ 上的点，使该点的切线平行于平面 $x+2y+z=4$.

1、这是 n=2 时的伯努利不等式，令 z=y^{-1}，算得 $\frac{dz}{dx}=-y^{-2}\frac{dy}{dx}$

代入原方程得到 $\frac{dz}{dx}=-\frac{6}{x}z+x$，这是线性方程，求得它的通解为 z=$\frac{c}{x^6}+\frac{x^2}{8}$

带回原来的变量 y，得到 $\frac{1}{y}=\frac{c}{x^6}+\frac{x^2}{8}$ 或者 $\frac{x^6}{y}-\frac{x^8}{8}=c$，这就是原方程的解。

此外方程还有解 y=0.

2、

解：$\frac{dy}{dx}=e^{xy}-xy=\frac{xe^{xy}-y}{x}$

$xdy=(xe^{xy}-y)dx$

$xdy+ydx=xe^{xy}dx$

$dxy=xe^{xy}dx$

$\frac{dxy}{e^{xy}}=xdx$

积分：$-e^{-xy}=\frac{1}{2}x^2+c$

故通解为：$\frac{1}{2}x^2+e^{-xy}+c=0$

3. 解：$y'=\frac{x}{x^2-1}y-\frac{1}{x^2-1}$

$$y=e^{\int\frac{x}{x^2-1}dx}(\int-\frac{1}{x^2-1}e^{\int-\frac{x}{x^2-1}dx}+c)$$

$$=/x^2-1/^{\frac{1}{2}}[\int-\frac{1}{x^2-1}\frac{1}{/x^2-1/^{\frac{1}{2}}}dx+c]$$

$$=/x^2-1/^{\frac{1}{2}}[\int-\frac{dx}{/x^2-1/^{\frac{3}{2}}}+c]$$

$$=c\sqrt{/1-x^2/}+x$$

$$=\begin{cases}c\sqrt{1-x^2}+x & -1<x<1\\ c\sqrt{x^2-1}+x & |x|>-1\end{cases}$$

4.上册 391 页例 3.14.

5. $y=Ce^{\sin x}-2(1+\sin x)$。

6. $y=(C_1+C_2x)e^{-\sqrt{2}x}$ $(C_1,C_2$为任意常数$)$。

7、线性方程 $x''+x=0$ 的特征方程 $\lambda^2+1=0$ 故特征根 $\lambda=\pm i$

$f_1(t)=\sin t$ $\lambda=i$ 是特征单根，原方程有特解 $\bar{x}=t(A\cos t+B\sin t)$ 代入原方程 A=$-\frac{1}{2}$ B=0

$f_2(t)=-\cos 2t$ $\lambda=2i$ 不是特征根，原方程有特解 $\bar{x}=A\cos 2t+B\sin 2t$ 代入原方程 $A=\frac{1}{3}$ B=0

所以原方程的解为 $x=c_1\cos t+c_2\sin t-\frac{1}{2}t\cos t+\frac{1}{3}\cos 2t$

8.解：L的点向式$\frac{x}{0}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{1}$，$L_{投}$的交面式$\begin{cases}3x-y+z-1=0(点法式)\\ x+2y-z=0\end{cases}$，点向式$\frac{x}{-1}=\frac{y-1}{4}=\frac{z-2}{7}$(投影向量).

9.解：L_1的点向式$\frac{x}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z+1}{1}$，$L$的交面式$\begin{cases}3x-y-z-1=0(点法式)\\ 2x-z-1=0(平面族)\end{cases}$.

10.解：$x+20y+7z-12=0$或$x-z+4=0$(平面族) .

11. 下册 54 页例 3.15.