月考考试试卷（B 卷）

课程名称： 高等数学 **任课教师：**________

学院：________ **专业：**________ **年级：**________

姓名：________ **校园卡号：**________

题　号	一	二	三	四	五	六	七	八			总分
分　数											
阅卷教师											

1．求方程 $x\frac{dy}{dx}=6y-x^2y^2$ 的通解。

2．求方程 $\frac{dy}{dx}+\frac{y}{x}=e^{xy}$ 的通解。

3．求方程 $(x^2-1)y'-xy+1=0$ 的通解。

4．求方程 $y''-6y'+9y=(x+1)e^{3x}$ 的通解。

5．求方程$\frac{dy}{dx}=\frac{y}{y^3+x}$的通解。

6．求方程$y''+4y'+29y=0$的通解。

7．求方程$y''-6y'+8y=1+\mathrm{x}e^{2x}$的通解。

8. 求经过直线 L: $\begin{cases}4x-y+3z-1=0\\ x+5y-z+2=0\end{cases}$ 并且和平面$2\mathrm{x}-\mathrm{y}+5\mathrm{z}+2=0$垂直的平面。

9．求经过点（1，1，1）并且与直线$\begin{cases}y=2x\\ z=x-1\end{cases}$ 和直线$\begin{cases}y=3x-4\\ z=2x-1\end{cases}$

都相交的直线方程。

10．求与直线$\begin{cases}x+2z-1=0\\ y-3z-2=0\end{cases}$平行，并且经过（2，4，0）的直线方程。

11．求直线 L: $\begin{cases}2x-4y+z=0\\ 3x-y-2z-9=0\end{cases}$ 在平面$4\mathrm{x}-\mathrm{y}+\mathrm{z}=1$ 上的投影直线方程。

12．求螺旋线$\mathrm{x}=2\cos t,y=2\sin t,z=3t$，在点（1，$\sqrt{3}$，π）处的切线方程和法平面方程。

1、这是 n=2 时的伯努利不等式，令 z=y^{-1}，算得 $\frac{dz}{dx}=-y^{-2}\frac{dy}{dx}$

代入原方程得到 $\frac{dz}{dx}=-\frac{6}{x}z+x$，这是线性方程，求得它的通解为 z= $\frac{c}{x^6}+\frac{x^2}{8}$

带回原来的变量 y，得到 $\frac{1}{y}=\frac{c}{x^6}+\frac{x^2}{8}$ 或者 $\frac{x^6}{y}-\frac{x^8}{8}=c$，这就是原方程的解。

此外方程还有解 y=0.

2、

解：$\frac{dy}{dx}=e^{xy}-xy=\frac{xe^{xy}-y}{x}$

$$xdy=(xe^{xy}-y)dx$$

$$xdy+ydx=xe^{xy}dx$$

$$dxy=xe^{xy}dx$$

$$\frac{dxy}{e^{xy}}=xdx$$

积分：$-e^{-xy}=\frac{1}{2}x^2+c$

故通解为：$\frac{1}{2}x^2+e^{-xy}+c=0$

3. 解：$y'=\frac{x}{x^2-1}y-\frac{1}{x^2-1}$

$$y=e^{\int\frac{x}{x^2-1}dx}\left(\int-\frac{1}{x^2-1}e^{\int-\frac{x}{x^2-1}dx}+c\right)$$

$$=/x^2-1/^{\frac{1}{2}}\left[\int-\frac{1}{x^2-1}\frac{1}{/x^2-1/^{\frac{1}{2}}}dx+c\right]$$

$$=/x^2-1/^{\frac{1}{2}}\left[\int-\frac{dx}{/x^2-1/^{\frac{3}{2}}}+c\right]$$

$$=\begin{cases}c\sqrt{1-x^2}+x & -1<x<1\\ c\sqrt{x^2-1}+x & |x|>-`1\end{cases}$$

4.解：$Y=(C_1+C_2x)e^{3x}$，设$y^*=x^2(Ax+B)e^{3x}$. 代入方

$$6Ax+2B=x+1\Rightarrow A=\frac{1}{6},\ B=\frac{1}{2}.$$

$$y=Y+y^*=(C_1+C_2x)e^{3x}+\frac{1}{6}x^2(x+3)e^{3x}.$$

5.解：$\frac{dx}{dy}-\frac{x}{y}=y^2$，则$x=e^{-\int(-\frac{1}{y})dy}\left(\int y^2e^{\int(-\frac{1}{y})dy}dy+C\right)=$

注意：$y=0$也是方程的根.

6.解：$y=e^{-2x}(C_1\cos5x+C_2\sin5x)$.

7.解：$Y=C_1e^{2x}+C_2e^{4x}$，设$y_1^*=A$.

代入方程$y''-6y'+8y=1$得 $8A=1\Rightarrow A=\frac{1}{8}$.

设$y_2^*=x(Ax+B)e^{2x}$.

代入方程$y''-6y'+8=xe^{2x}$得 $-4Ax+2A-2B=x\Rightarrow$

$$y=Y+y^*=Y+y_1^*+y_2^*=C_1e^{2x}+C_2e^{4x}+\frac{1}{8}-\frac{1}{4}x(x$$

8.解：π的点法式$7x+14y+5=0$（平面族）.

9.解：L的点向式$\frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{2}$，$L$的交面式$\begin{cases}3x-y-z-\\ 2x-z-1\end{cases}$

10.解：L的点向式$\frac{x-1}{-2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z}{1}$，$L_{//}$的点向式$\frac{x-2}{-2}=$

11.解：L的点向式$\frac{x-\frac{18}{5}}{9}=\frac{y-\frac{9}{5}}{7}=\frac{z}{10}$，$L_{投}$的交面式$\begin{cases}17x+31y-37z\\ 4x-\end{cases}$

12. 下册 53 页例 3.11.