

# Riassunti di Crittografia - Tecnologie Internet

Simone Montali  
monta.li

31 gennaio 2020

## 1 Concetti generali

Prima di tutto, definiamo il significato di **computer security**: la protezione applicata ad un sistema informativo con lo scopo di ottenere integrità, disponibilità e confidenzialità delle risorse. Emerge un concetto molto importante: la **CIA triad**, ossia confidenzialità, integrità, availability. (ricordiamo però altri due obiettivi: autenticità e accountability).

### 1.1 CIA Triad

#### 1.1.1 Confidentiality

La confidentiality ha l'obiettivo di preservare restrizioni sull'accesso alle informazioni, inclusa la privacy personale ed informazioni proprietarie. Con **data confidentiality** intendiamo che informazioni confidenziali non sono rese visibili ad individui non autorizzati. Con **privacy** intendiamo che ogni individuo decide quali informazioni che lo riguardano rendere disponibili, e a chi.

#### 1.1.2 Integrity

L'integrity protegge dalla modifica o distruzione di informazioni, includendo non-repudiation e authenticity. Una perdita di integrity è la modifica non autorizzata di informazioni. Con **data integrity** intendiamo l'assicurarsi che informazioni e programmi vengano cambiati in maniera definita. Con **system integrity** intendiamo l'assicurarsi che un sistema svolga le sue funzioni in maniera corretta, libero da manipolazioni.

#### 1.1.3 Availability

Con availability intendiamo l'accesso affidabile alle informazioni. Una perdita di availability è l'interruzione dell'accesso ad alcune risorse.

#### 1.1.4 Authenticity

Con authenticity intendiamo la proprietà, delle informazioni, di essere genuine e verificabili. In pratica, la verifica che gli utenti siano chi dicono di essere.

#### 1.1.5 Accountability

Il goal dell'accountability è quello di poter tracciare tutte le azioni di un'entità sul sistema, in modo da riconoscere i colpevoli di un eventuale security breach.

## 1.2 Sfide della computer security

Elenchiamo ora alcune sfide a cui la computer security deve sopperire:

1. I requirements di sicurezza sembrano semplici, ma i meccanismi per risolverli sono complessi
2. Nello sviluppo di un meccanismo/ algoritmo di sicurezza, bisogna sempre considerare i potenziali attacchi
3. Per il punto precedente, spesso le procedure necessarie sono controintuitive
4. Dopo aver progettato i sistemi di sicurezza, bisogna decidere dove utilizzarli
5. I meccanismi di sicurezza coinvolgono spesso più di un algoritmo/protocollo
6. Il vantaggio per un malintenzionato è chiaro: a lui basta trovare una sola falla, mentre il progettista deve coprirle tutte
7. C'è una naturale tendenza da parte di utenti/manager a non notare i benefici della sicurezza finché è troppo tardi
8. La sicurezza richiede monitoring costante e regolare
9. La sicurezza è spesso un'aggiunta successiva alla progettazione, piuttosto che parte integrante
10. Molti utenti/amministratori vedono la sicurezza come un impedimento alle operazioni

## 1.3 OSI security architecture

Definiamo alcuni termini:

**Security attack** Ogni azione che compromette la sicurezza delle informazioni possedute da un'organizzazione

**Security mechanism** Un processo progettato per rilevare, prevenire e recuperare attacchi di sicurezza

**Security service** Un servizio che migliora la sicurezza del data processing/transfer di un'organizzazione. Sono progettati come antagonisti degli attacchi di sicurezza, e fanno utilizzo di meccanismi di sicurezza

**Threat** Il potenziale per una violazione di sicurezza, che esiste quando c'è una circostanza, possibilità, azione o evento che potrebbe mettere a rischio la sicurezza.

**Attack** Un assalto alla sicurezza di sistema che deriva da un intelligent threat, ossia un tentativo deliberato di evadere i sistemi di sicurezza.

## 1.4 Security attacks

Gli **attacchi attivi** coinvolgono qualche modifica del data stream, mentre quelli passivi sono di 4 tipi:

- **spoofing**: attacca l'authenticity
- **tampering**: attacca l'integrity
- **replay/reflection**: attacca l'authenticity
- **Denial Of Service**: attacca l'availability

È difficile prevenire gli attacchi attivi perché il numero di vulnerabilità è troppo alto: il goal è minimizzarne i danni.

## 1.5 Security service

Un **security service** è un servizio di comunicazione/processing fornito da un sistema per dare specifici tipi di protezione a risorse; implementa security policies ed è implementato da security mechanisms. Fornisce diverse tipologie di sicurezza.

### 1.5.1 Confidentiality

Protezione verso accesso ai dati non autorizzato. È collegato a dati ed anonimità.

### 1.5.2 Data integrity e message authentication

La data integrity è la proprietà che i dati non siano stati cambiati, distrutti o persi. Protegge contro modifiche non autorizzate, rilevando cambiamenti. La data origin authentication certifica la fonte di un dato, verificandone l'identità. La message authentication è l'insieme delle due cose.

### 1.5.3 Peer entity authentication

Fornisce la conferma dell'identità di un peer in un'associazione. Due entità sono considerate peers se implementano lo stesso protocollo in sistemi diversi. L'authentication è utilizzata nello stabilimento della connessione o durante il trasferimento. Prova a fornire anche l'assicurazione che un'entità non sia mascherata o stia replicando una connessione passata.

### 1.5.4 Authorization e access control

L'authorization è la verifica dei permessi su una risorsa/sistema. L'access control è l'abilità di limitare e controllare l'accesso ad un sistema.

### 1.5.5 System integrity and availability

La system integrity è la qualità che un sistema ha quando può eseguire la sua funzione. Si ottiene proteggendo il sistema da modifiche, perdite, distruzione. L'availability è la proprietà di un sistema di essere accessibile ed utilizzabile quando necessario, concordando con le specifiche della performance del sistema.

### 1.5.6 Accountability e non-repudiation

L'accountability è la proprietà di un sistema/risorsa che assicura che le azioni di un'entità siano tracciabili a quell'entità. L'**audit** è un sistema che salva informazioni necessarie all'accountability. La non-repudiation fornisce protezione verso il falso rinnego di azioni.

## 1.6 Meccanismi di sicurezza

I meccanismi di sicurezza hanno relazioni coi servizi; citiamo:

- Cifratura
- Firma digitale
- Access control
- Verifica dell'integrità dei dati
- Scambio di autenticazione
- Traffic padding
- Routing control
- Notarization

## 1.7 Principi di security design

Elenchiamo alcuni principi di security design:

**Economy of mechanism** Significa che il design di misure di sicurezza dovrebbe essere il più semplice possibile.

**Fail-safe defaults** Il concetto è basarsi sui permessi, piuttosto che l'esclusione. La situazione di default è mancanza di accesso.

**Complete mediation** Significa che ogni accesso deve essere verificato tramite il meccanismo di access control.

**Open design** Mentre le encryption keys devono essere segrete, gli algoritmi devono essere pubblici.

**Separazione di privilegi** Attributi di privilegio multipli sono necessari per l'accesso ad una risorsa restricted.

**Least privilege** Ogni processo deve operare con il numero più basso di permessi possibile.

**Least common mechanism** Il design deve minimizzare le funzioni utilizzate da più utenti, fornendo sicurezza mutual.

**Psychological acceptability** I meccanismi di sicurezza non devono interferire con il lavoro degli utenti. (least astonishment)

**Isolation** È un principio che si applica a tre contesti:

1. Sistemi di accesso pubblici, che devono essere isolati da risorse critiche
2. Processi e file di utenti individuali devono essere isolati gli uni gli altri
3. I meccanismi di security devono essere isolati: non dev'essere possibile accedervi

**Modularity** Si riferisce al separamento delle funzioni di sicurezza in moduli, ed all'architettura modulare per il design.

**Layering** Si riferisce all'utilizzo di approcci multipli di protezione indirizzati a persone, tecnologia, operazioni.

## 1.8 Attack surface e trees

Un **attack surface** consiste nelle vulnerabilità raggiungibili di un sistema. Un **attack tree** è una struttura gerarchica ad albero che rappresenta le tecniche di exploit delle vulnerabilità.

## 1.9 Modello per la network security

Tutte le tecniche di sicurezza hanno due componenti: una trasformazione sulle informazioni, e un segreto condiviso. Consideriamo 4 tasks semplici per il design di un servizio:

1. Progettare un algoritmo per la trasformazione
2. Generare l'informazione segreta
3. Sviluppare metodi per la distribuzione e condivisione del segreto
4. Specificare un protocollo utilizzabile dalle entità che partecipano all'algoritmo

# 2 Secret Key Cryptography

Introduciamo anzitutto il concetto di **crittografia**: studio di tecniche matematiche relative alla sicurezza informatica, in presenza di avversari. Il messaggio originale è detto **plaintext**, quello codificato **ciphertext**. Il processo di conversione da plaintext a ciphertext è detto deciphering o decryption. Uno schema utilizzato per l'encryption è detto cryptographic system o cipher. Nella **secret key cryptography** abbiamo una secret key, valore indipendente dal plaintext e dall'algoritmo, che produce un output differente in base alla chiave. I sistemi crittografici sono caratterizzati da 3 dimensioni: la tipologia di operazioni, il numero di chiavi, il modo di processamento del plaintext. Le tecniche utilizzate per decifrare un messaggio senza conoscenza dei dettagli di cifratura cadono nell'area della **cryptanalysis**. Questo tipo di attacco esploita le caratteristiche dell'algoritmo per tentare di dedurre un plaintext. In un **attacco brute force** l'attaccante prova ogni chiave possibile finché non ottiene il plaintext. Un **side channel attack** è un attacco basato su informazioni ottenute dall'implementazione fisica del sistema, piuttosto che da debolezze dell'algoritmo.

## 2.1 Tipi di attacco

### 2.1.1 Ciphertext only

Il malintenzionato ha visto e salvato del ciphertext analizzabile, e può riconoscere quando ha ottenuto il plaintext. È l'attacco più difficile, è necessario abbastanza ciphertext e si hanno poche informazioni.

### 2.1.2 Known plaintext attack

L'opponent conosce una coppia (plaintext, ciphertext), dalla quale prova ad ottenere le corrispondenze. Il plaintext viene ottenuto anche tramite certe keywords, pattern, probable-words.

### 2.1.3 Chosen plaintext/ciphertext attack

L'opponent può scegliere ogni plaintext e criptarlo tramite il sistema.

## 2.2 Computational e unconditional security

Uno schema di encryption è detto **computationally secure** se: il costo per rompere il cipher è più alto del valore dell'informazione, e il tempo necessario è più lungo del lifetime dell'informazione. Uno schema è detto **unconditionally secure** se il ciphertext generato dallo schema non contiene abbastanza informazioni per determinare il plaintext corrispondente, non importa quanto ciphertext sia disponibile.

## 2.3 Tecniche di encryption classiche

Distinguiamo tra tecniche di substitution e transposition.

### 2.3.1 Cifrario di Cesare

Il primo utilizzo di cifrario. Si shiftano le lettere di un indice  $k$ .

$$C = E(k, p) = (p + k) \bmod 26$$

### 2.3.2 Monoalphabetic ciphers

Basati su permutazioni dei caratteri alfabetici. Ci sono  $26!$  possibili chiavi. Però, l'opponent ha un'altra linea di attacco: exploitare le regolarità del linguaggio, come la frequenza delle lettere o i digrams.

### 2.3.3 Multiletter ciphers

Il multiletter cipher più conosciuto è il **Playfair**, che tratta i digrams come singole unità e le traduce in digrams del ciphertext. Il Playfair è basato sull'uso di una matrice  $5 \times 5$  di lettere, costruita con una keyword.

### 2.3.4 Polyalphabetic ciphers

Un altro modo di migliorare i cifrari monoalfabetici è utilizzare differenti sostituzioni monoalfabetiche in ordine. Un esempio è il *Vigenère cipher*, nel quale abbiamo un vettore di chiavi da sommare ai caratteri (come in Cesare). La lunghezza della chiave può però essere ricavata dalle ripetizioni: se due sequenze identiche di lettere di plaintext si ripetono a una distanza multipla della chiave, genereranno ciphertext identici.

### 2.3.5 One-time pad

Citiamo il *Vernam cipher*, in cui abbiamo un vettore di chiavi lungo quanto il plaintext. Se il vettore è veramente random, otteniamo il cosiddetto **one-time pad**: non c'è relazione statistica tra ciphertext distinti, e sarà quindi unconditionally secure.

### 2.3.6 Row transposition ciphers

In questi cifrari, scriviamo il messaggio in un rettangolo, riga per riga, e leggiamo ogni colonna, con ordine definito dalla chiave. Possiamo anche effettuare più stadi di trasposizione.

### 2.3.7 Product ciphers

I cipher che utilizzano sostituzioni o trasposizioni potrebbero non essere abbastanza sicuri. Consideriamo quindi di utilizzare più ciphers in successione, ad esempio una sostituzione seguita da trasposizione.

### 2.3.8 Block e stream cipher

Uno **stream cipher** encrypta uno stream un bit/byte alla volta. Un **block cipher** cripta invece un blocco di plaintext alla volta, ottenendo un blocco di ciphertext, solitamente di lunghezza 64/128 bit. Un **ideal block cipher** è un cifrario arbitrario di sostituzioni reversibili. Non è pratico dal punto di vista implementativo/delle performance. Il mapping stesso costituisce la chiave, che ha quindi lunghezza  $n2^n$  bits.

### 2.3.9 Feistel cipher

Feistel propose di approssimare l'ideal block cipher utilizzando il concetto di product cipher, ossia l'esecuzione di più cifrari in sequenza: sviluppiamo un block cipher con key length di  $k$  bits, e block length di  $n$  bits, rendendo possibili  $2^k$  trasformazioni, piuttosto che  $2^n$ !. In particolare, Feistel propose l'uso di un cifrario che alternasse sostituzioni (ogni elemento del plaintext è sostituito da un elemento corrispondente del ciphertext) e permutazioni (una sequenza di elementi del plaintext è sostituito dalla sua permutazione). Questo cifrario è l'applicazione pratica di una proposta di Claude Shannon, che consisteva nell'alternare confusione e diffusione:

- Nella **diffusione**, la struttura statistica del plaintext è dissipata in statistiche long-range del ciphertext. Questo è ottenuto facendo in modo che ogni cifra del plaintext influenzi più cifre del ciphertext.
- La **confusion** cerca di rendere complessa la relazione tra le statistiche del ciphertext e il valore dell'encryption key, tramite un complesso meccanismo di sostituzione

Gli input all'algoritmo così generato sono un plaintext block di lunghezza  $n = 2w$  bits ed una chiave  $K$ . Il plaintext block è diviso in due metà:  $LE_0$  e  $RE_0$ , che passano più stadi di processamento e vengono poi combinati. Il processo di decryption è essenzialmente lo stesso: basta invertire l'ordine delle chiavi. Possiamo variare alcuni parametri per modificare le caratteristiche del cifrario:

- Un **block size** maggiore aumenta la sicurezza. Valori tipici sono 64/128 bits.
- Una **key size** maggiore incrementa la security. 128 bits è la dimensione classica.
- Aumentare il **numero di rounds** rende più difficile la cryptanalysis.
- Un **algoritmo di generazione di subkeys** più complesso aumenta la difficoltà della cryptanalysis
- Aumentare la complessità della funzione di arrotondamento  $F$  aumenta la resistenza alla cryptanalysis

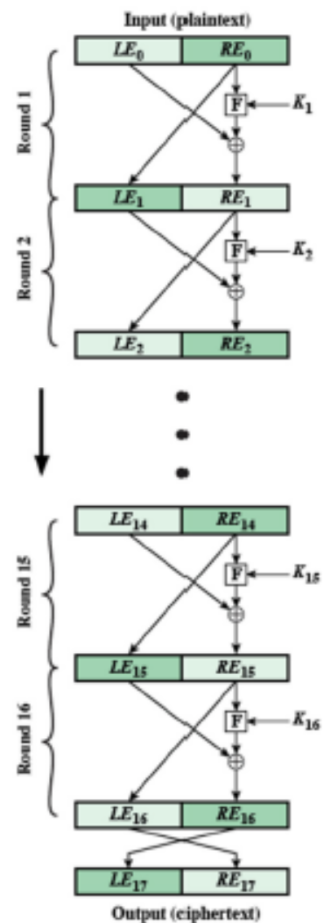


Figura 1: Feistel encryption

## 2.4 DES

DES, *Data Encryption Standard* fu creato nel 1977 dal NIST. L'algoritmo è detto **DEA** (*Data Encryption Algorithm*), che è un cifrario Feistel con blocchi da 64 bit e chiavi da 56 bit. Nel 1999 il NIST lancia TDEA, detto anche 3DES (*In do ela al 3DES?*).

### 2.4.1 Funzionamento

L'encryption è composta di 4 fasi principali:

- Prima di tutto, **key transformation** per ottenere 16 chiavi 48-bit da quella principale a 56-bit
- Initial Permutation ( $IP$ )
- 16 round identici di confusione-diffusione con la chiave
- Permutazione finale ( $IP^{-1}$ )

Otteniamo così l'effetto valanga: una piccola modifica nel plaintext o la chiave produce una modifica significativa nel ciphertext. La decryption usa lo stesso algoritmo con le subkeys al contrario.

### 2.4.2 Vantaggi di DES

DES ha 3 vantaggi principali: le chiavi a 56-bit rendono il bruteforce poco pratico, nessuno ha ancora trovato debolezze nell'algoritmo, resiste ai timing attacks.

### 2.4.3 Double DES

Con double DES, dato un plaintext  $P$  e due chiavi  $K_1$  e  $K_2$ , il ciphertext è generato come

$$C = E(K_2, E(K_1, P))$$

Questo algoritmo è però suscettibile ad attacchi **meet-in-the-middle**, basato sull'osservazione che

$$X = E(K_1, P) = D(K_2, C)$$

Data una coppia  $(P, C)$ , criptiamo  $P$  per tutti i possibili valori di  $K_1$ , salviamo i risultati in una tabella e li ordiniamo per  $X$ . Poi, decriptiamo  $C$  usando tutti i possibili valori di  $K_2$ , controllando la tabella. In caso di match, testiamo le due chiavi contro un'altra coppia  $(P, C)$  conosciuta.

### 2.4.4 3DES

Distinguiamo tra 3DES a 2 chiavi e a 3 chiavi. Nel primo,

$$C = E(K_1, D(K_2, E(K_1, P))) \quad P = D(K_1, E(K_2, D(K_1, C)))$$

A 3 chiavi, invece:

$$C = E(K_3, D(K_2, E(K_1, P))) \quad P = D(K_1, E(K_2, D(K_3, C)))$$



## 2.5 AES

AES, *Advance Encryption Standard* fu pubblicato da NIST nel 2001. È conosciuto anche come Rijndael block cipher, ed è adottato dal governo americano. La struttura generale vede block size di 128 bits, dipinti in una matrice 4x4 di bytes. Il blocco è copiato ad un array **State**, modificato ad ogni stadio dell'encryption. La chiave è espansa in un array di parole da 4 bytes. Il cifrario consiste di  $N$  round, dipendente dalla key length. I primi  $N-1$  rounds consistono di 4 trasformazioni: SubBytes (usa un S-box per eseguire sostituzioni byte-a-byte), ShiftRows (permutazione semplice), MixColumns (sostituzione che usa l'arithmetic over  $GF(2^8)$ ), AddRoundKey (XOR bitwise del blocco con una porzione della chiave espansa). La trasformazione iniziale è una AddRoundKey, l' $n$ -simo round contiene 3 trasformazioni. Encryption e decryption hanno struttura semplice ma leggermente diversa. AddRoundKey è l'unico stadio che coinvolge anche la chiave (cifrario Vernam).

### 2.5.1 Aritmetica dei finite fields

Un finite field è un field con numero finito di elementi (ordine del field). Un finite field di ordine  $m$  esiste solo se  $m = p^n$  per qualche intero positivo  $n$  e intero primo  $p$ . Il finite field di ordine  $p^n$  è denotato  $GF(p^n)$  (Galois Field). Gli elementi sono rappresentati come polinomiali con coefficienti binari. L'addizione è svolta tramite il bitwise XOR delle due stringhe di coefficienti a  $n$ -bit. La moltiplicazione con il modulo. L'inverso è definito come  $1 \bmod P(x)$ . AES opera su byte a 8 bit. Tutte le operazioni sono svolte sul field finito  $GF(2^8)$  con il polinomiale irriducibile  $m(x) = x^8 + x^4 + x^3 + x + 1$ . Ci sono 30 possibili polinomi irriducibili.

### 2.5.2 Operazioni

**SubBytes** Il SubBytes è l'operazione di sostituzione in avanti dei byte: una semplice lettura da tabella. Ogni byte dello State è mappato in un altro. L'InvSubBytes è lo stesso processo con un'inversa S-box.

**ShiftRows** La trasformazione in avanti di shifting delle row esegue degli shift circolari sulla seconda, terza e quarta riga dello State. L'InvShiftRows fa la stessa cosa nella direzione inversa.

**MixColumns** La trasformazione di mix delle colonne in avanti opera su ogni colonna individualmente. Ogni byte di una colonna è mappata in un nuovo valore, che è funzione di tutti i 4 bytes della colonna. È, insomma, una moltiplicazione tra matrici. InvMixColumns è definita da una diversa moltiplicazione tra matrici.

**AddRoundKeys** Nella trasformazione add round key in avanti, i 128 bit dello State vengono XORati (bitwise) con i 128 bit della round key. L'inversa è uguale identica: lo XOR è inverso.

**Key expansion** La key expansion prende in input una chiave a 16 byte (4 parole) e produce un array lineare di parole. In AES128 l'array ha 44 elementi.

### 2.5.3 Sicurezza di AES

Il brute force è improbabile: già solo con chiavi a 128 bit, abbiamo  $3.4 \times 10^38$  chiavi possibili.

## 2.6 Metodi di encrypting di grandi messaggi

Solitamente, abbiamo una quantità di dati arbitraria. NIST ha pubblicato 5 modalità: ECB, CBC, OFB, CFB, CM. A volte è necessario del padding per raggiungere una lunghezza specifica: bit padding (1 poi 0 necessari), ANSI X.923 (ultimo byte che definisce lunghezza del padding, gli altri 0), RFC 5652 (ogni byte contiene la lunghezza del padding).

### 2.6.1 Electronic Code Book

ECB rompe il messaggio in  $n$  blocchi di dimensione  $b$  con padding per l'ultimo. Ogni blocco è criptato indipendentemente con chiave  $K$ . ECB è molto semplice e non introduce operazioni extra, ma potrebbero apparire ripetizioni, è vulnerabile alle similarities tra ct e agli attacchi con conoscenza parziale del plaintext.

### 2.6.2 Cipher Block Chaining

CBC utilizza un Initialization Vector per fare in modo che due blocchi uguali diano ct diversi. Ha decryption semplice, ct dipendente da tutti i messaggi precedenti, ottime performance. Però, un valore IV costante potrebbe portare a problemi.

### 2.6.3 Output FeedBack

Anche in OFB, il ct è funzione del precedente plaintext, con una nonce. I vantaggi sono due: la sequenza pseudorandom può essere generata in anticipo, e c'è possibilità di criptare messaggi di lunghezza variabile. Però, dobbiamo usare sempre la stessa sequenza pseudorandom (come un OTP), e sender/receiver devono essere sincronizzati.

### 2.6.4 Cipher FeedBack

In CFB il plaintext è diviso in segmenti di  $s$  bits, piuttosto che in blocchi. Come OFB, la sequenza può essere generata in anticipo, ma ha gli stessi problemi.

### 2.6.5 Counter Mode

CM è simile a OFB, la sequenza di counter deve avere la proprietà di blocchi diversi tra loro. Ha vari vantaggi: le funzioni forward cipher possono essere applicate ai counter prima della disponibilità del plaintext, le funzioni di cipher possono essere eseguite in parallelo, il plaintext block che corrisponde a un ct può essere recuperato indipendentemente dagli altri. Ha, però, limitazioni: non dobbiamo usare mai la stessa counter sequence, e sender/receiver devono essere sincronizzati.

## 2.7 Utilizzi principali della secret key cryptography

La secret key cryptography ricopre soprattutto confidentiality e authentication: nella prima, possiamo trasmettere su un canale poco sicuro e salvare dati su storage poco sicuro. Per la seconda, possiamo autenticare utenti tramite un meccanismo challenge-response. Abbiamo alcuni svantaggi: richiede sempre un metodo sicuro per lo scambio di chiavi, ed in caso di chiavi permanenti pre-shared il numero totale di chiavi per  $N$  users è  $N(N - 1)/2$ , che è troppo.

## 3 Funzioni di hash e autenticazione

### 3.1 Hash function

Una funzione hash  $H$  accetta un blocco di dati  $M$ , di lunghezza variabile, e produce un hash di lunghezza fissata di valore  $h = H(M)$ . Una **cryptographic hash function** è un algoritmo per il quale è computazionalmente infattibile trovare: un oggetto che restituisca un hash arbitraria, due oggetti con lo stesso hash. Per queste proprietà, le hash sono utilizzate spesso per determinare se i dati sono cambiati.

#### 3.1.1 Message authentication

La message authentication assicura che i dati ricevuti siano esattamente come inviati. Quando una hash function viene utilizzata per fornire message authentication, il valore dell'hash è detto **message digest**. Se c'è un mismatch, il ricevitore sa che il messaggio è stato alterato. Scongiuriamo un attacco man in the middle proteggendo il valore hash del messaggio.

### 3.2 Requisiti di sicurezza

Definiamo la **preimage** di  $h$  come  $h = H(x)$ . Una collisione accade quando abbiamo  $x \neq y$  e  $H(x) = H(y)$ . Se permettiamo input di lunghezza arbitraria, il numero di preimage per hash è arbitrariamente grande. Elenchiamo 7 requisiti:

- **Variable input size**
- **Fixed output size**
- **Efficiency:**  $H(x)$  è relativamente semplice da calcolare dato  $x$
- **Preimage resistant:** dato un valore hash  $h$ , è infattibile trovare una  $y$  tale che  $H(y) = h$ .
- **Second preimage resistant:** dato un blocco  $x$ , è computazionalmente infattibile trovare una  $y \neq x$  con  $H(y) = H(x)$ .
- **Collision resistant:** è computazionalmente infattibile trovare  $x \neq y$  con  $H(x) = H(y)$
- **Pseudorandomness:** l'output di  $H$  è compatibile con i test standard per la pseudorandomness

Se le proprietà da 1 a 5 sono soddisfatte, si dice **weak hash function**, se anche la 6 la è abbiamo una **strong hash function**.

### 3.3 Struttura generale di una secure hash function

La struttura, proposta inizialmente da Merkle, è riferita ad un'iterated hash function. L'algoritmo di hash richiede l'uso ripetuto di una funzione di compressione  $f$ , che prende due input (un input a  $n$ -bit dallo step precedente e blocco a  $b$ -bit). Spesso,  $b > n$ . Il problema di progettare una secure hash function è principalmente quello di progettare una funzione di compressione collision-resistant.

### 3.4 Secure Hash Algorithm

SHA, pubblicato dal NIST, è la funzione di hash più utilizzata. Abbiamo diverse versioni, l'ultima uscita nel 2015 (SHA-3).

### 3.4.1 SHA-1

Qui, l'input message (padded) è frammentato in blocchi da 512 bit, composti da 16 parole  $X_0, X_1 \dots X_{15}$ . L'algoritmo utilizza un internal state a 160 bit. Il suo valore per processare il primo blocco è sempre lo stesso. Dopo 80 round, l'internal state è utilizzato per processare il prossimo blocco. Quando i blocchi sono finiti, l'internal state è l'hash. Per ogni  $t$ -esimo round, deriviamo  $W_t$  da  $X_i$ , utilizziamo una parola costante diversa  $K_t$  tra 4 parole, utilizziamo una diversa funzione  $F_t$  tra 4 (Ch, Parity, Maj, Parity).

### 3.4.2 SHA-2

SHA-256 e SHA-512 sono calcolati con parole a 32 e 64 bit, rispettivamente, e hanno 64 e 80 round. SHA-224 e SHA-384 sono versioni troncate con valori iniziali diversi.

### 3.4.3 SHA-3

SHA-3 è comunemente chiamata Keccak. Supporta le stesse hash lengths di SHA-2. La sua struttura interna differisce significativamente dal resto della famiglia SHA, è una *cryptographic sponge function*, ossia una funzione con input e output di lunghezza variabile, basata su una trasformazione a lunghezza fissa o permutazione che lavora su un numero fisso  $b$  di bit (la larghezza).  $f$  opera su uno state di  $b = r + c$  bits, con  $r$  detto bitrate e  $c$  capacity. Di default in Keccak abbiamo  $r = 576$  bits e  $c = 1024$  bits.

## 3.5 Message Authentication Code (MAC)

Un MAC è un checksum crittografico, generato da un algoritmo che crea un piccolo blocco di dimensione fissa, dipendente dal messaggio e da una chiave segreta  $K$ :  $MAC = C_K(M) = C(K, M)$ . Un MAC condensa un messaggio  $M$  di lunghezza variabile ad un authenticator di lunghezza fissa, che è appeso a  $M$  come sua **signature**. Ha bisogno di non essere reversibile, ed è una funzione one-to-many: potenzialmente molti messaggi hanno lo stesso MAC, ma trovarli dev'essere difficile.

### 3.5.1 Data Authentication Algorithm

DAA è un MAC basato su DES-CBC: utilizza  $IV = 0$  e zero-pad del blocco finale. Encrypta il messaggio utilizzando DES in modalità CBC, ed invia il blocco finale come MAC.

## 4 Public Key Cryptography

La public key cryptography è probabilmente la rivoluzione più grande nella storia della crittografia. Gli algoritmi sono basati su funzioni matematiche, piuttosto che su sostituzione e permutazione. La caratteristica più importante è il suo essere **asimmetrica**, richiedendo l'uso di due chiavi (una pubblica, una privata). Siccome le implementazioni pratiche sono computazionalmente costose, la crittografia public-key è ristretta a due problemi principali: distribuzione delle chiavi e firma digitale. Le caratteristiche principali sono che: è computazionalmente infattibile determinare la chiave di decryption dato l'algoritmo e la chiave di encryption; una delle due chiavi può essere usata per l'encryption, l'altra per la decryption.

### 4.1 Public key cryptography per la confidentiality

4 passi fondamentali:

1. Ogni user genera un paio di chiavi utilizzate per l'encryption e la decryption.

2. Ogni user rende disponibile la sua public key.
3. Se Bob vuole inviare un messaggio confidential ad Alice, lo cripta con la chiave pubblica di Alice
4. Quando Alice riceve il messaggio, lo decripta usando la sua chiave privata.

## 4.2 Public key cryptography per l'authentication

In questo caso, Bob prepara un messaggio per Alice e lo cripta utilizzando la sua chiave privata. Alice può decriptarlo con la chiave pubblica di Bob, assicurandosi che l'abbia generato lui. In più, è impossibile modificare il messaggio senza accesso alla chiave privata. Per più efficienza, criptiamo un piccolo blocco di bit che sia funzione del documento.

## 4.3 Requirements per la public key cryptography

Un problema semplice è un problema risolvibile in tempo polinomiale come funzione della lunghezza dell'input. Un problema infeasible è un problema il cui costo di risoluzione cresce più velocemente di una funzione polinomiale, data la lunghezza dell'input. Solo pochi algoritmi sono stati accettati negli anni; tutti questi sono basati su una **trapdoor one-way function**, una famiglia di funzioni invertibili  $f_k$  tali che  $f_k(X)$  sia semplice,  $X = f_k^{-1}(Y)$  sia semplice se conosciamo  $k$  e  $Y$ ,  $X = f_k^{-1}(Y)$  sia infattibile se conosciamo solo  $Y$ .

## 4.4 Cryptanalysis

Distinguiamo 3 attacchi:

- **Bruteforce:** la contromisura rispetto ai bruteforce è utilizzare chiavi di grandi dimensioni.
- **Trovare la private data la public:** non è ancora stata provata l'impossibilità di questo attacco.
- **Probable message attack:** sappiamo il messaggio probabile e la chiave, proviamo tutte le private.

## 4.5 RSA

In RSA il plaintext è criptato a blocchi aventi valore binario minore di  $n$ . Definiamo il blocco plaintext  $M$  e il ct corrispondente  $C$ . Abbiamo:

$$C = M^e \bmod n \quad M = C^d \bmod n = (M^e)^d \bmod n = M^{ed} \bmod n$$

Sia il sender che il receiver devono conoscere il valore di  $n$ . Il sender conosce il valore di  $e$ , e il receiver quello di  $d$ . Quindi, il receiver avrà public key  $PU = \{e, n\}$  e private key  $PR = \{d, n\}$ . Il problema ora è: come ottenere  $e, d, n$  tali che  $M^{ed} \bmod n = M$  per tutti gli  $M < n$ ? Prendiamo  $p, q$  primi, e li teniamo segreti. Calcoliamo  $n = pq$ . Calcoliamo  $\phi(n) = (p-1)(q-1)$  e lo teniamo segreto. Poi scegliamo  $e$ , con  $GCD(\phi(n), e) = 1$  e  $1 < e < \phi(n)$ . Calcoliamo  $d \equiv e^{-1} \bmod \phi(n)$  e lo teniamo segreto. Ora, sapendo  $e$  ed  $n$  ma non la trapdoor key  $\phi(n)$ , dovrebbe essere infattibile trovare  $d$ .