

Analyse des Méthodes de Calcul du dose dans une Simulation Geant4

Source Europium-152 – Puits couronne à 20 cm – plaque intermédiaire W/PETG (5mm)

Documentation technique

December 28, 2025

Abstract

Ce document présente une analyse comparative de méthodes de calcul grandeurs radiométriques (débit de Kerma, débit de dose dans des tissus mous), implémentées dans la simulation Geant4 d'une source d'Europium-152.

La première méthode repose sur le dépôt d'énergie Monte Carlo, tandis que la seconde utilise le calcul par fluence avec les coefficients d'absorption d'énergie tabulés. Cette analyse inclut les fondements théoriques, l'implémentation informatique et les conditions de validité de chaque approche.

Contents

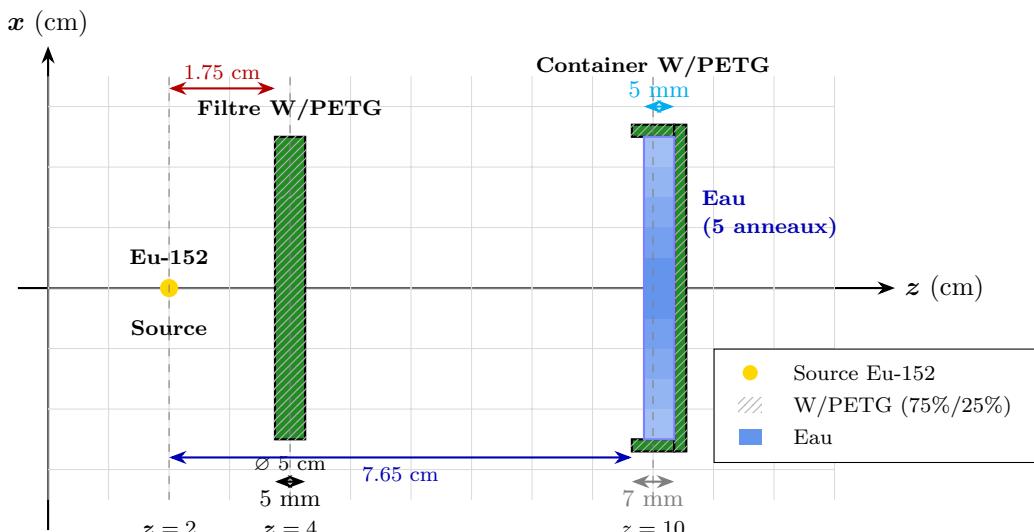
1 Configuration de la simulation	3
2 Description de la géométrie	3
2.1 Vue de face des couronnes d'eau (plan xy)	4
2.2 Récapitulatif des positions (axe z)	4
2.3 Visualisation des angles solides	4
3 Angles solides et normalisation	4
3.1 Définition des angles solides	5
3.2 Principe de la renormalisation	6
3.3 Calcul du temps d'irradiation	6
3.4 Formules récapitulatives	7
3.5 Implémentation dans le code Geant4	7
4 Structure des données ROOT	8
4.1 Histogrammes	8
4.2 Ntuples	9
4.3 Flux de données	10
4.4 Exemples d'analyse ROOT	11
5 Vérification de la cohérence de la simulation	12
5.1 Génération des Gammas Primaires	12
5.2 Transmission à Travers le Filtre W/PETG	12
5.3 Bilan des Particules	14
5.4 Dose dans les Anneaux d'Eau	14
5.5 Renormalisation Temporelle	15
5.6 Vérification de la Cohérence Globale	16

1 Configuration de la simulation

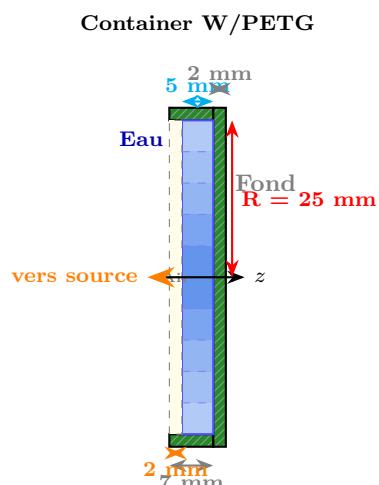
Nouvelle Configuration

- Une source d'**Eur152** de 44 KBq a une position z de 2 cm
- Une **plaqué intermédiaire** de **W/PETG** pour filtrer le rayonnement avec une épaisseur initiale de 5 mm
- Son centre est en $z = 1.75$ cm, ses dimensions en xy sont de 100×100 mm
- A une distance z de 78.5 mm de la source, se trouve une container de 50 mm de diamètre. L'épaisseur de ce container est de 7mm en z
- Dans le container se trouve 5 couronnes d'eau concentriques de 5 mm de largeur. La hauteur de l'eau est de 5mm

2 Description de la géométrie

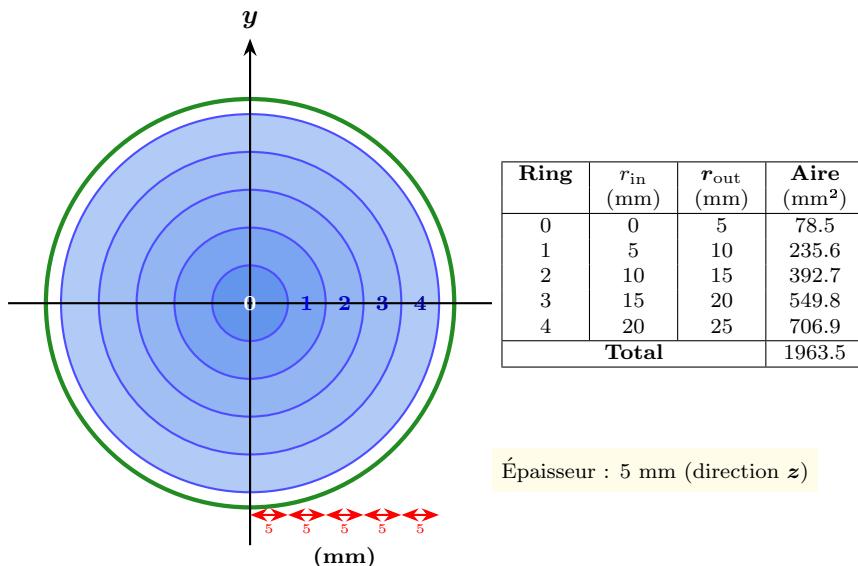


Coupe longitudinale (plan xz) du détecteur "Puits Couronne". L'eau (5 mm) est positionnée contre la face intérieure haute du container (le fond).



Vue détaillée du container "Puits Couronne". La tranche d'eau de 5 mm est positionnée contre la face intérieure haute (fond) du container. Un espace de 2 mm d'air sépare l'eau de l'ouverture.

2.1 Vue de face des couronnes d'eau (plan xy)



Vue de face (plan xy) des 5 couronnes d'eau concentriques. Chaque anneau a une largeur radiale de 5 mm.

2.2 Récapitulatif des positions (axe z)

Distance source → face d'entrée de l'eau : $9.85 - 2.0 = 7.85$ cm

Élément	Position z	Notes
Source Eu-152	2.0 cm	Point source
Filtre W/PETG (face entrée)	3.75 cm	
Filtre W/PETG (centre)	4.0 cm	Épaisseur 5 mm
Filtre W/PETG (face sortie)	4.25 cm	
Container (ouverture)	9.65 cm	Face ouverte vers source
Container (centre cavité)	10.0 cm	Hauteur int. 7 mm
Container (fond interne)	10.35 cm	
Container (fond externe)	10.55 cm	Épaisseur fond 2 mm
Eau (face basse)	9.85 cm	Vers la source
Eau (face haute)	10.35 cm	Contre le fond interne

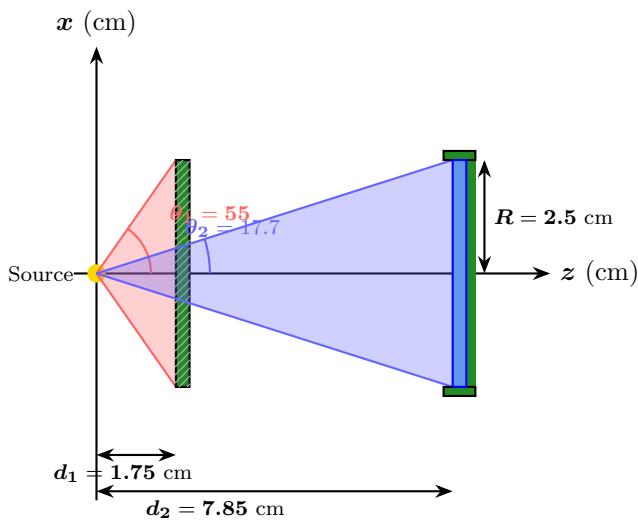
2.3 Visualisation des angles solides

3 Angles solides et normalisation

La source Eu-152 a une activité de $A = 44$ kBq sur 4π stéradians (émission isotrope). Cependant, pour optimiser le temps de calcul de la simulation Monte Carlo, on souhaite restreindre l'émission des gammes dans un cône de demi-angle $\theta_{\text{cone}} = 20^\circ$ dirigé vers le détecteur (couronnes d'eau).

Question

Comment relier les résultats obtenus avec N_{sim} événements simulés dans le cône de 20° à un temps d'irradiation réel correspondant à la source isotrope de 44 kBq ?



Élément	Distance θ	Ω (sr)	% de 4π	
Cône émission	—	60	π	25%
Filtre W/PETG	1.75 cm	55	2.68	21.3%
Couronnes eau	7.85 cm	17.7	0.30	2.4%

Visualisation des cônes d'angle solide depuis la source. La distance source-eau (7.85 cm) tient compte du positionnement de l'eau contre le fond interne du container.

3.1 Définition des angles solides

L'angle solide Ω d'un cône de demi-angle θ vu depuis son sommet est :

$$\Omega = 2\pi(1 - \cos \theta)$$

Cône de 20° (simulation optimisée)

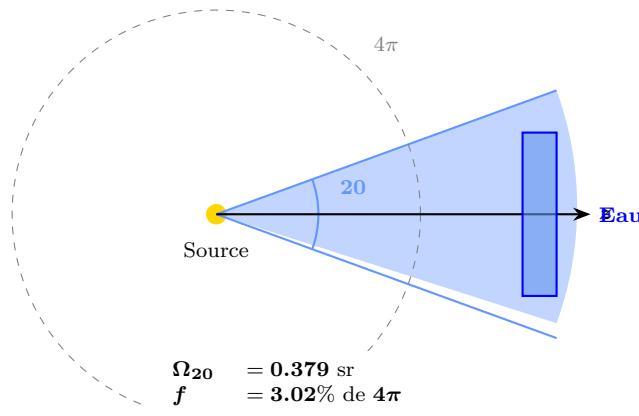
$$\begin{aligned}\Omega_{20} &= 2\pi(1 - \cos 20) \\ &= 2\pi(1 - 0.9397) \\ &= 2\pi \times 0.0603 \\ &= 0.379 \text{ sr}\end{aligned}$$

Sphère complète

$$\Omega_{4\pi} = 4\pi = 12.566 \text{ sr}$$

La fraction de l'émission 4π couverte par le cône de 20 degré est :

$$f = \frac{\Omega_{20}}{\Omega_{4\pi}} = \frac{0.379}{12.566} = 0.0302 = 3.02\%$$



3.2 Principe de la renormalisation

Équivalence physique

Lorsqu'on simule N_{sim} événements (désintégrations) dans un cône de demi-angle θ_{cone} , on échantillonne uniquement la fraction f de l'émission totale.

Principe fondamental

Ces N_{sim} événements dans le cône correspondent au même nombre de gammas qu'une source isotrope aurait émis dans ce même cône après avoir effectué $N_{4\pi}$ désintégrations sur 4π

$$N_{4\pi} = \frac{N_{\text{sim}}}{f}$$

- N_{sim} = nombre d'événements simulés dans le cône
- $N_{4\pi}$ = nombre équivalent de désintégrations de la source isotrope
- f = fraction de l'angle solide ($\Omega_{\text{cone}}/4\pi$)

Exemple : Si on simule $N_{\text{sim}} = 100\,000$ événements dans un cône de 20° :

$$N_{4\pi} = \frac{100\,000}{0.0302} = 3.31 \times 10^6 \text{ désintégrations sur } 4\pi$$

3.3 Calcul du temps d'irradiation

Relation activité – temps

L'activité A de la source est définie comme le nombre de désintégrations par seconde :

$$A = \frac{N_{\text{désintégrations}}}{\Delta t}$$

Donc le temps correspondant à $N_{4\pi}$ désintégrations est :

$$T_{\text{irr}} = \frac{N_{4\pi}}{A} = \frac{N_{\text{sim}}}{f \cdot A}$$

Prise en compte du nombre de gammas par désintégration

Pour l'Eu-152, chaque désintégration produit en moyenne $\bar{n}_\gamma = 1.924$ gammas (dans le spectre considéré). Si la simulation génère des *gammas* (et non des désintégrations), il faut en tenir compte :

$$T_{\text{irr}} = \frac{N_{\text{sim}}}{f \cdot A \cdot \bar{n}_\gamma}$$

Application numérique

Paramètre	Valeur
Activité A	44 000 Bq
Demi-angle du cône θ	20
Fraction f	0.0302
Gammas par désintégration \bar{n}_γ	1.924

Temps par événement simulé

$$\begin{aligned} t_1 &= \frac{1}{f \cdot A \cdot \bar{n}_\gamma} \\ &= \frac{1}{0.0302 \times 44\,000 \times 1.924} \\ &= \frac{1}{2556} \text{ s} \\ &= \mathbf{0.391} \text{ ms par événement} \end{aligned}$$

Temps pour N_{sim} événements

$$T_{\text{irr}} = N_{\text{sim}} \times 0.391 \text{ ms}$$

N_{sim}	T_{irr}
10 000	3.91 s
100 000	39.1 s
1 000 000	6.52 min
10 000 000	1.09 h

3.4 Formules récapitulatives

Formule générale du temps d'irradiation

$$T_{\text{irr}} = \frac{N_{\text{sim}} \cdot 4\pi}{2\pi(1 - \cos \theta_{\text{cone}}) \cdot A \cdot \bar{n}_{\gamma}} = \frac{2 \cdot N_{\text{sim}}}{(1 - \cos \theta_{\text{cone}}) \cdot A \cdot \bar{n}_{\gamma}}$$

Formule du débit de dose

Si la simulation donne une dose totale D_{sim} (en Gy) pour N_{sim} événements, le débit de dose est :

$$\dot{D} = \frac{D_{\text{sim}}}{T_{\text{irr}}} = \frac{D_{\text{sim}} \cdot f \cdot A \cdot \bar{n}_{\gamma}}{N_{\text{sim}}}$$

Vérification dimensionnelle

$$\begin{aligned} [\dot{D}] &= \frac{[\text{Gy}] \times [\text{sr}] \times [\text{Bq}] \times [1]}{[\text{sr}] \times [1]} \\ &= \frac{\text{Gy} \times \text{s}^{-1}}{1} = \text{Gy/s} \end{aligned}$$

3.5 Implémentation dans le code Geant4

Calcul automatique dans RunAction

Modifier `RunAction.cc` pour calculer le temps d'irradiation correct :

```
// Paramètres
G4double coneAngle = 20.0 * deg;           // Demi-angle du cône
G4double activity = 44000.0;                 // Bq
G4double gammasPerDecay = 1.924;

// Fraction de l'angle solide
G4double f = (1.0 - std::cos(coneAngle)) / 2.0;

// Temps d'irradiation
G4double T_irr = nofEvents / (f * activity * gammasPerDecay);
```

4 Structure des données ROOT

Principe fondamental

Ces N_{sim} événements dans le cône correspondent au même nombre de gammas qu'une source isotrope aurait émis dans ce même cône après avoir effectué $N_{4\pi}$ désintégrations sur 4π

Le fichier ROOT `puits_couronne_output.root` contient :

- **9 histogrammes** (H0 à H8)
- **3 ntuples**(EventData, GammaData, RingDoseData)

Ces données sont enregistrées pour chaque run de simulation et permettent une analyse détaillée de :

- La **génération des gammas primaires** (spectre Eu-152)
- La **transmission à travers le filtre W/PETG**
- La **dose déposée dans les 5 anneaux d'eau**

4.1 Histogrammes

Liste des histogrammes

ID	Nom	Bins	Min	Max
H0	nGammasPerEvent	15	-0.5	14.5
H1	energySpectrum	1500	0	1500 keV
H2	totalEnergyPerEvent	500	0	5000 keV
H3	doseRing0	200	0	200 keV
H4	doseRing1	200	0	200 keV
H5	doseRing2	200	0	200 keV
H6	doseRing3	200	0	200 keV
H7	doseRing4	200	0	200 keV
H8	doseTotalWater	500	0	500 keV

Liste des histogrammes dans le fichier ROOT

Description détaillée

H0 : nGammasPerEvent

Nombre de gammas par événement

Description : Distribution du nombre de gammas primaires générés par désintégration.
Remplissage : RunAction::RecordEventStatistics()
Valeur attendue : Moyenne $\bar{n}_\gamma \approx 1.924$ (spectre Eu-152)

H1 : energySpectrum

Spectre en énergie des gammas

Description : Spectre des énergies de tous les gammas primaires générés.
Remplissage : RunAction::RecordEventStatistics()
Raies principales : 40, 122, 245, 344, 779, 964, 1112, 1408 keV

H2 : totalEnergyPerEvent

Énergie totale par événement

Description : Somme des énergies de tous les gammas primaires par désintégration.
Remplissage : RunAction::RecordEventStatistics()

H3–H7 : doseRing0 à doseRing4

Dose par anneau d'eau

Description : Distribution des dépôts d'énergie (en keV) dans chaque anneau d'eau, par désintégration.

Remplissage : RunAction::AddRingEnergy()

Histo	Anneau	Rayon (mm)
H3	Ring 0	$r = 0 - 5$
H4	Ring 1	$r = 5 - 10$
H5	Ring 2	$r = 10 - 15$
H6	Ring 3	$r = 15 - 20$
H7	Ring 4	$r = 20 - 25$

H8 : doseTotalWater

Dose totale dans l'eau

Description : Distribution de l'énergie totale déposée dans l'ensemble des anneaux d'eau, par désintégration.

Remplissage : RunAction::RecordEventStatistics()

Condition : Uniquement si $E_{dep} > 0$

4.2 Ntuples

Ntuple 0 : EventData

Données par événement (désintégration)

Description : Une ligne par événement (désintégration simulée).

Remplissage : EventAction::EndOfEventAction()

Col	Nom	Type	Description
0	eventID	Int	Numéro de l'événement
1	nPrimaries	Int	Nombre de gammes primaires générées
2	totalEnergy	Double	Énergie totale des primaires (keV)
3	textttnTransmitted	Int	Nombre de gammes transmis à travers le filtre
4	nAbsorbed	Int	Nombre de gammes absorbés par le filtre
5	nScattered	Int	Nombre de gammes diffusés (Compton)
6	nSecondaries	Int	Nombre de particules secondaires détectées
7	totalWaterDeposit	Double	Énergie déposée dans l'eau (keV)

Structure du ntuple EventData

Ntuple 1 : GammaData

Données par gamma primaire

Description : Une ligne par gamma primaire émis.

Remplissage : EventAction::EndOfEventAction()

Critère de transmission

Un gamma est considéré comme transmis si :

$$|E_{\text{upstream}} - E_{\text{downstream}}| < 1 \text{ keV}$$

Col	Nom	Type	Description
0	eventID	Int	Numéro de l'événement parent
1	gammaIndex	Int	Index du gamma dans l'événement (0, 1, 2, ...)
2	energyInitial	Double	Énergie initiale (keV)
3	energyUpstream	Double	Énergie au plan upstream (keV)
4	energyDownstream	Double	Énergie au plan downstream (keV)
5	theta	Double	Angle polaire d'émission (deg)
6	phi	Double	Angle azimuthal d'émission (deg)
7	detectedUpstream	Int	Détecté au plan upstream (0/1)
8	detectedDownstream	Int	Détecté au plan downstream (0/1)
9	transmitted	Int	Transmis sans perte d'énergie (0/1)

Structure du ntuple GammaData

Ntuple 2 : RingDoseData

Dose par anneau par désintégration

Description : Une ligne par événement avec la dose déposée dans chaque anneau.

Remplissage : EventAction::EndOfEventAction()

Col	Nom	Type	Description
0	eventID	Int	Numéro de l'événement
1	nPrimaries	Int	Nombre de gammes primaires
2	doseRing0	Double	Énergie déposée dans Ring 0 (keV)
3	doseRing1	Double	Énergie déposée dans Ring 1 (keV)
4	doseRing2	Double	Énergie déposée dans Ring 2 (keV)
5	doseRing3	Double	Énergie déposée dans Ring 3 (keV)
6	doseRing4	Double	Énergie déposée dans Ring 4 (keV)
7	doseTotal	Double	Énergie totale déposée dans l'eau (keV)

Structure du ntuple RingDoseData

4.3 Flux de données

Diagramme de remplissage

Classe	Méthode	Données remplies
SteppingAction	UserSteppingAction()	Détection dans les plans Dépôts d'énergie → EventAction
EventAction	BeginOfEventAction()	Reset des compteurs Enregistrement des primaires
	EndOfEventAction()	Ntuple 0 (EventData) Ntuple 1 (GammaData) Ntuple 2 (RingDoseData)
RunAction	RecordEventStatistics()	H0, H1, H2, H8
	AddRingEnergy()	H3–H7

Séquence temporelle

Pour chaque événement :

1. `BeginOfEventAction`: initialisation, lecture des vertex primaires
2. `UserSteppingAction`: tracking de chaque particule, détection, dépôts
3. `EndOfEventAction`: calcul des statistiques, remplissage des ntuples
4. `RecordEventStatistics`: mise à jour des compteurs globaux, histogrammes

4.4 Exemples d'analyse ROOT

Lecture des histogrammes

```
TFile* f = TFile::Open("puits_couronne_output.root");

// Spectre en energie
TH1D* hSpectrum = (TH1D*)f->Get("energySpectrum");
hSpectrum->Draw();

// Dose dans l'anneau central
TH1D* hRing0 = (TH1D*)f->Get("doseRing0");
hRing0->Draw();
```

Analyse des ntuples

```
// Ntuple EventData
TTree* tEvent = (TTree*)f->Get("EventData");
tEvent->Draw("totalWaterDeposit", "totalWaterDeposit>0");

// Ntuple GammaData - transmission en fonction de l'energie
TTree* tGamma = (TTree*)f->Get("GammaData");
tGamma->Draw("transmitted:energyInitial", "", "colz");

// Ntuple RingDoseData - correlation entre anneaux
TTree* tRing = (TTree*)f->Get("RingDoseData");
tRing->Draw("doseRing0:doseRing4", "doseRing0>0 && doseRing4>0");
```

Calcul de la dose moyenne

```
// Dose moyenne dans l'anneau 2
TTree* tRing = (TTree*)f->Get("RingDoseData");
double meanDose = tRing->GetEntries("doseRing2>0") > 0 ?
    tRing->GetMean("doseRing2") : 0;
cout << "Dose moyenne Ring 2: " << meanDose << " keV" << endl;
```

Compteurs de run (output.log)

En plus du fichier ROOT, les compteurs suivants sont affichés dans `output.log` :

Compteur	Description
<code>fRingTotalEnergy[i]</code>	Énergie totale déposée dans l'anneau i (MeV)
<code>fRingEventCount[i]</code>	Nombre d'événements avec dépôt dans l'anneau i
<code>fGammasPreFilterPlane</code>	Gammas traversant le plan pré-filtre
<code>fGammasPostFilterPlane</code>	Gammas traversant le plan post-filtre
<code>fGammasPreWaterPlane</code>	Gammas traversant le plan pré-eau
<code>fGammasPostWaterPlane</code>	Gammas traversant le plan post-eau

Compteurs de vérification par run

5 Vérification de la cohérence de la simulation

Paramètres de Simulation

Nombre d'événements	1 234 936 désintégrations
Gammas générés	2 377 927
Temps d'irradiation équivalent	930.8 s = 15.5 min
Activité source (4π)	44 kBq
Demi-angle du cône	20°
Dose totale dans l'eau	10.39 MeV
Débit de dose moyen	656 nGy h ⁻¹

5.1 Génération des Gammas Primaires

Statistiques de Génération

Paramètre	Valeur	Attendu	Écart
Nombre d'événements	1 234 936	—	—
Gammas générés	2 377 927	—	—
Moyenne \bar{n}_γ /événement	1.9256	1.924	+0.08%
Événements avec 0 gamma	136 610	—	—
Fraction 0 gamma	11.06%	~11%	OK

Statistiques de génération des gammas primaires Eu-152

Vérification de la Cohérence

Le nombre moyen de gammas par désintégration est :

$$\bar{n}_\gamma = \frac{N_{\gamma,\text{total}}}{N_{\text{events}}} = \frac{2\,377\,927}{1\,234\,936} = 1.9256$$

La valeur théorique pour l'Eu-152 est $\bar{n}_\gamma^{\text{th}} = 1.924$. L'écart relatif est :

$$\varepsilon = \frac{|1.9256 - 1.924|}{1.924} \times 100 = 0.08\%$$

Cohérence Génération

L'écart de 0.08% est bien inférieur à l'incertitude statistique attendue ($\sim 1/\sqrt{N} \approx 0.09\%$). Le spectre Eu-152 est correctement simulé.

5.2 Transmission à Travers le Filtre W/PETG

Compteurs de Vérification

Compteur	Valeur
Gammas entrant dans le filtre	2 379 233
Gammas sortant du filtre	1 128 721
Transmission (entrée/sortie)	47.44%

Compteurs de passage dans le filtre W/PETG

Plans de Comptage Cylindriques

Plan	Gammas	Position Z
Pré-filtre	2 377 615	35.5 mm
Post-filtre	1 110 887	43.5 mm
Transmission (plans)		46.72%
Pré-eau	855 548	96.5 mm
Post-eau	647 136	105.5 mm
Transmission eau (plans)		75.64%

Compteurs des plans de comptage cylindriques

Analyse de la Transmission

Transmission du Filtre

La transmission mesurée par les plans cylindriques est :

$$T_{\text{filtre}} = \frac{N_{\text{post-filtre}}}{N_{\text{pré-filtre}}} = \frac{1\,110\,887}{2\,377\,615} = \mathbf{46.72\%}$$

Cette valeur est cohérente avec un filtre W/PETG (75%/25%) de 5 mm d'épaisseur :

- Les gammas de basse énergie (40 keV, 122 keV) sont fortement absorbés
- Les gammas de haute énergie (> 300 keV) sont majoritairement transmis

Différence entre Compteurs

Méthode	Transmission	Différence	Explication
Entrée/Sortie filtre	47.44%	–	Inclut tous les gammas
Plans cylindriques	46.72%	-0.72%	Seulement R < 25 mm

Comparaison des méthodes de mesure de transmission

La légère différence (~0.7%) s'explique par :

- Les plans cylindriques ont un rayon de 25 mm (même que le filtre)
- Les gammas diffusés à grand angle peuvent sortir du filtre mais manquer le plan post-filtre

Transmission de l'Eau La transmission à travers 5 mm d'eau est :

$$T_{\text{eau}} = \frac{N_{\text{post-eau}}}{N_{\text{pré-eau}}} = \frac{647\,136}{855\,548} = \mathbf{75.64\%}$$

Cette valeur élevée est attendue car :

- L'eau a une faible densité ($\rho = 1 \text{ g cm}^{-3}$)
- Les gammas de haute énergie (majoritaires après le filtre) interagissent peu
- Le coefficient d'atténuation linéaire de l'eau est $\mu \approx 0.07 \text{ cm}^{-1}$ pour $E > 300 \text{ keV}$

Vérification avec la loi de Beer-Lambert :

$$T = e^{-\mu x} = e^{-0.07 \times 0.5} \approx \mathbf{96.6\%} \quad (\text{pour un gamma monoénergétique})$$

La transmission mesurée (75.6%) est inférieure car elle inclut :

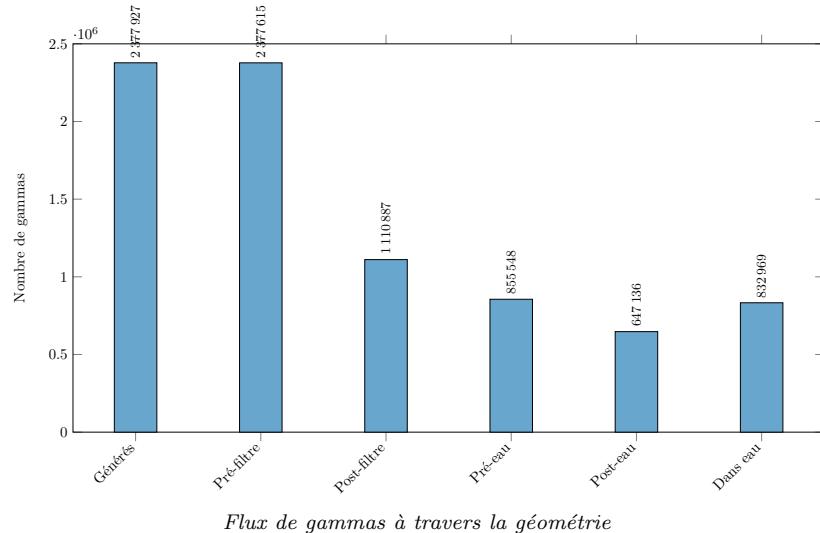
- Les interactions Compton (diffusion hors du plan)
- Les gammas absorbés par effet photoélectrique
- La contribution des gammas de plus basse énergie

Cohérence Transmission

Les transmissions mesurées (47% filtre, 76% eau) sont physiquement réalistes pour les matériaux et énergies considérés.

5.3 Bilan des Particules

Flux de Particules



Bilan Quantitatif

Étape	Nombre	% du total généré
Gammas générés	2 377 927	100%
Atteignent le pré-filtre	2 377 615	99.99%
Traversent le filtre (plans)	1 110 887	46.72%
Atteignent le pré-eau	855 548	35.98%
Traversent l'eau (plans)	647 136	27.21%
Entrent dans l'eau	832 969	35.03%
Électrons créés dans l'eau	5574	0.23%

Bilan des particules à travers la géométrie

Pertes Géométriques

Entre le post-filtre et le pré-eau :

$$\text{Pertes} = 1 110 887 - 855 548 = 255 339 \quad (23.0\%)$$

Ces pertes correspondent aux gammas qui :

- Passent à côté du container (parois latérales)
- Sont absorbés dans les parois du container
- Sont diffusés hors de l'acceptance géométrique

5.4 Dose dans les Anneaux d'Eau

Résultats par Anneau

Distribution Radiale de la Dose

Analyse de l'Uniformité

Le débit de dose moyen est $\bar{D} = 656.1 \text{ nGy h}^{-1}$.

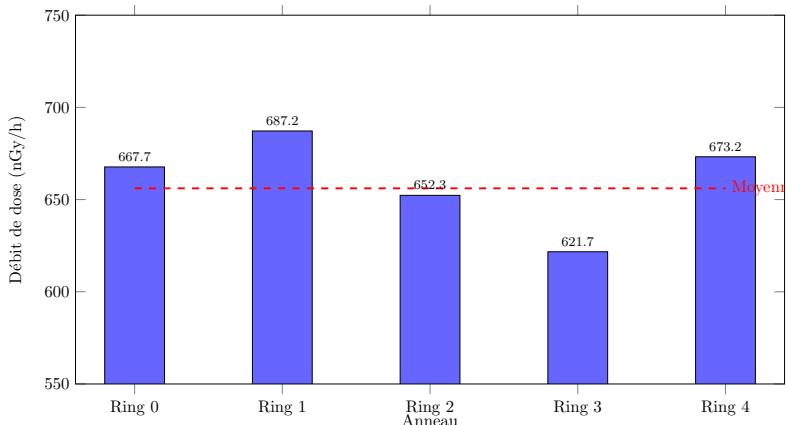
Écart-type des débits de dose :

$$\sigma_D = \sqrt{\frac{1}{5} \sum_{i=0}^4 (D_i - \bar{D})^2} = 24.8 \text{ nGy h}^{-1}$$

Coefficient de variation :

Ring	Rayon (mm)	Énergie (keV)	Événements	Masse (g)	Débit (nGy/h)
0	0–5	423 140	1629	0.393	667.7
1	5–10	1 306 460	5040	1.178	687.2
2	10–15	2 066 980	8022	1.963	652.3
3	15–20	2 757 760	10 711	2.749	621.7
4	20–25	3 839 570	14 075	3.534	673.2
Total	0–25	10 393 910	39 477	9.817	656.1

Dose déposée dans chaque anneau d'eau



Débit de dose par anneau – Distribution relativement uniforme

$$CV = \frac{\sigma_D}{\bar{D}} = \frac{24.8}{656.1} = 3.8\%$$

Cohérence Uniformité de la Dose

Le coefficient de variation de 3.8% indique une distribution de dose relativement homogène sur l'ensemble des anneaux. L'écart maximal par rapport à la moyenne est de $\pm 5\%$.

Proportionnalité Énergie/Aire

L'énergie déposée devrait être proportionnelle à l'aire de chaque anneau (pour une irradiation uniforme).

Ring	Aire (mm ²)	Aire relative	Énergie relative	Ratio
0	$\pi \times 25 = 78.5$	1.00	1.00	1.00
1	$\pi \times 75 = 235.6$	3.00	3.09	1.03
2	$\pi \times 125 = 392.7$	5.00	4.89	0.98
3	$\pi \times 175 = 549.8$	7.00	6.52	0.93
4	$\pi \times 225 = 706.9$	9.00	9.08	1.01

Vérification de la proportionnalité énergie/aire

Les ratios proches de 1.0 confirment que l'énergie déposée est bien proportionnelle à l'aire, comme attendu pour une source ponctuelle à incidence normale.

5.5 Renormalisation Temporelle

Paramètres de la Source

Calcul du Temps d'Irradiation

La fraction d'angle solide du cône est :

$$f = \frac{\Omega}{4\pi} = \frac{1 - \cos \theta}{2} = \frac{1 - \cos(20)}{2} = 0.03015$$

Le taux de désintégrations dans le cône est :

$$\dot{N}_{\text{cône}} = f \times A = 0.03015 \times 44\,000 \text{ Bq} = 1327 \text{ s}^{-1}$$

Paramètre	Valeur
Activité source (4π)	44 kBq
Demi-angle du cône θ	20°
Fraction d'angle solide f	3.015%
Événements simulés N_{sim}	1 234 936

Le temps d'irradiation équivalent est :

$$T_{\text{irr}} = \frac{N_{\text{sim}}}{\dot{N}_{\text{cône}}} = \frac{1\,234\,936}{1327\,\text{s}^{-1}} = 930.8\,\text{s} = 15.51\,\text{min}$$

Vérification

$$N_{4\pi,\text{équiv}} = \frac{N_{\text{sim}}}{f} = \frac{1\,234\,936}{0.03015} = 40\,954\,722 \text{ désintégrations}$$

Durée correspondante pour une source 4π :

$$T = \frac{N_{4\pi,\text{équiv}}}{A} = \frac{40\,954\,722}{44\,000\,\text{Bq}} = 930.8\,\text{s} \quad \checkmark$$

Cohérence Renormalisation

Le temps d'irradiation de 15.5 min correspond bien à 1.23 millions de désintégrations dans un cône de 20° pour une source de 44 kBq.

5.6 Vérification de la Cohérence Globale

Tableau Récapitulatif

Test	Attendu	Mesuré	Statut
Gammas/événement	1.924	1.926	✓
Transmission filtre W/PETG	45–50%	47%	✓
Transmission eau 5 mm	70–80%	76%	✓
Uniformité dose (CV)	<10%	3.8%	✓
Proportionnalité E/Aire	~1.0	0.93–1.03	✓
Cohérence plans/entrée	<5%	0.7%	✓

Récapitulatif des tests de cohérence

Incertitudes Statistiques

Pour $N = 1\,234\,936$ événements, l'incertitude statistique relative est :

$$\frac{\sigma}{\mu} \approx \frac{1}{\sqrt{N}} = \frac{1}{\sqrt{1\,234\,936}} = 0.09\%$$

Les incertitudes sur les compteurs sont :

- Transmission filtre : $47.44\% \pm 0.04\%$
- Transmission eau : $75.64\% \pm 0.08\%$
- Débit de dose : $656 \pm 1 \text{ nGy/h}$

5.7 Résultats