

ASSEMBLAGE OPTIMAL
Loupe Compton — Cône Graphite

Source quasi-ponctuelle, cône d'émission $2\alpha_s = 60$, spectre 10–50 keV

Février 2026

1 Modèle de source et géométrie

1.1 Paramètres de la source

Paramètre	Valeur
Type	Source quasi-ponctuelle (Amptek MiniX)
Spectre	Continu, 10 à 50 keV
Cône d'émission	$2\alpha_s = 60$ (demi-angle $\alpha_s = 30$)
Distribution	Supposée uniforme dans le cône

1.2 Paramètres du cône concentrateur

Paramètre	Valeur
Rayon extérieur R_{ext}	25 mm (diamètre 50 mm)
Rayon intérieur entrée R_{in}	5 mm (diamètre 10 mm)
Rayon intérieur sortie R_{out}	1.5 mm (diamètre 3 mm)
Longueur L	40 mm
Demi-angle interne α_c	$\arctan\left(\frac{5-1,5}{40}\right) = 5,0$

2 Calcul de la distance optimale source–entrée

2.1 Géométrie du problème

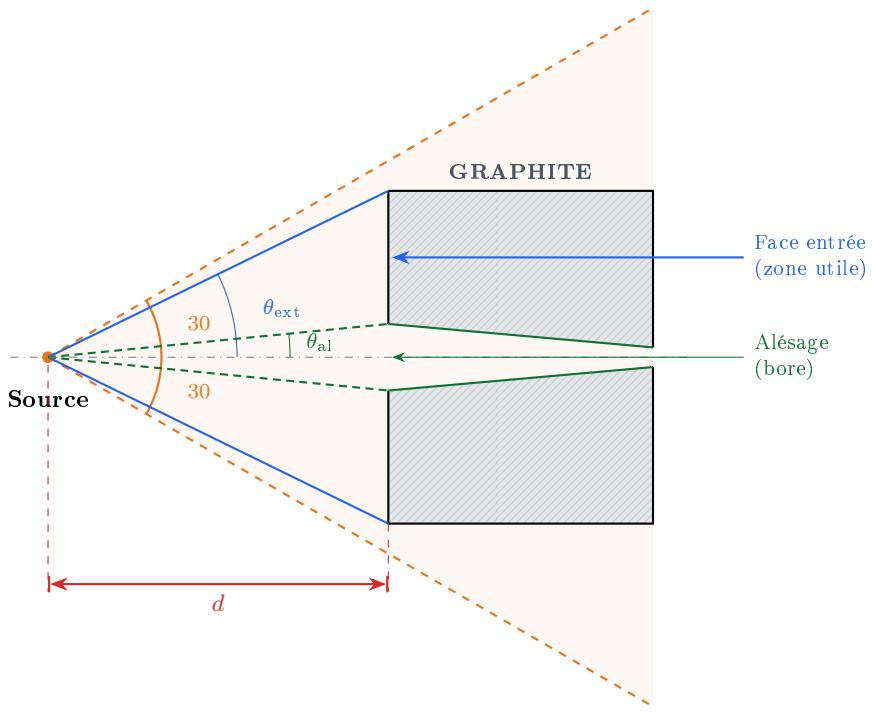


Figure 1: Géométrie source–cône. Le faisceau conique de demi-angle $\alpha_s = 30$ illumine l’entrée du cône à distance d . Les photons dans l’angle θ_{al} traversent l’alésage (bore) ; ceux entre θ_{al} et θ_{ext} frappent la face en graphite.

2.2 Angles subtendus

À distance d de la source, le cône subtend deux demi-angles :

$$\theta_{ext} = \arctan\left(\frac{R_{ext}}{d}\right) = \arctan\left(\frac{25}{d}\right) \quad (1)$$

$$\theta_{al} = \arctan\left(\frac{R_{in}}{d}\right) = \arctan\left(\frac{5}{d}\right) \quad (2)$$

2.3 Catégories de photons

Pour une source émettant uniformément dans un cône de demi-angle $\alpha_s = 30$, l’angle solide total est :

$$\Omega_s = 2\pi(1 - \cos \alpha_s) = 2\pi(1 - \cos 30) \approx 0,842 \text{ sr} \quad (3)$$

Les photons se répartissent en trois catégories :

1. **Photons frappant la face en graphite ($\theta_{al} < \theta < \min(\theta_{ext}, \alpha_s)$) :**

$$\eta_{face} = \frac{\cos \theta_{al} - \cos(\min(\theta_{ext}, 30))}{1 - \cos 30} \quad (4)$$

2. **Photons entrant dans l’alésage ($0 < \theta < \theta_{al}$) :**

$$\eta_{bore} = \frac{1 - \cos \theta_{al}}{1 - \cos 30} \quad (5)$$

3. **Photons perdus ($\theta > \theta_{ext}$ ou $\theta > 30$) :**

$$\eta_{perdu} = 1 - \eta_{face} - \eta_{bore} \quad (6)$$

2.4 Résultats numériques

Table 1: Efficacité géométrique en fonction de la distance d . La figure de mérite est $\text{FoM} = \eta_{\text{face}} \times P_C^{\text{fwd}}$ (avec $P_C^{\text{fwd}} = 20,6\%$).

d (mm)	θ_{ext} (deg)	θ_{al} (deg)	η_{face} (%)	η_{bore} (%)	η_{perdu} (%)	FoM (%)
20	51,3	14,0	77,6	22,4	0,0*	16,0
25	45,0	11,3	85,3	14,7	0,0*	17,6
30	39,8	9,5	89,8	10,2	0,0*	18,5
35	35,5	8,1	92,6	7,4	0,0*	19,1
40	32,0	7,1	93,8	5,7	0,5	19,3
43	30,2	6,6	95,1	4,9	0,0	19,6
45	29,1	6,3	93,4	4,5	2,1	19,2
50	26,6	5,7	89,3	3,7	7,0	18,4
60	22,6	4,8	80,7	2,6	16,7	16,6

* À $d < 43$ mm, le faisceau déborde du diamètre extérieur : $\eta_{\text{perdu}} = 0$ mais θ_{ext} est tronqué à 30.

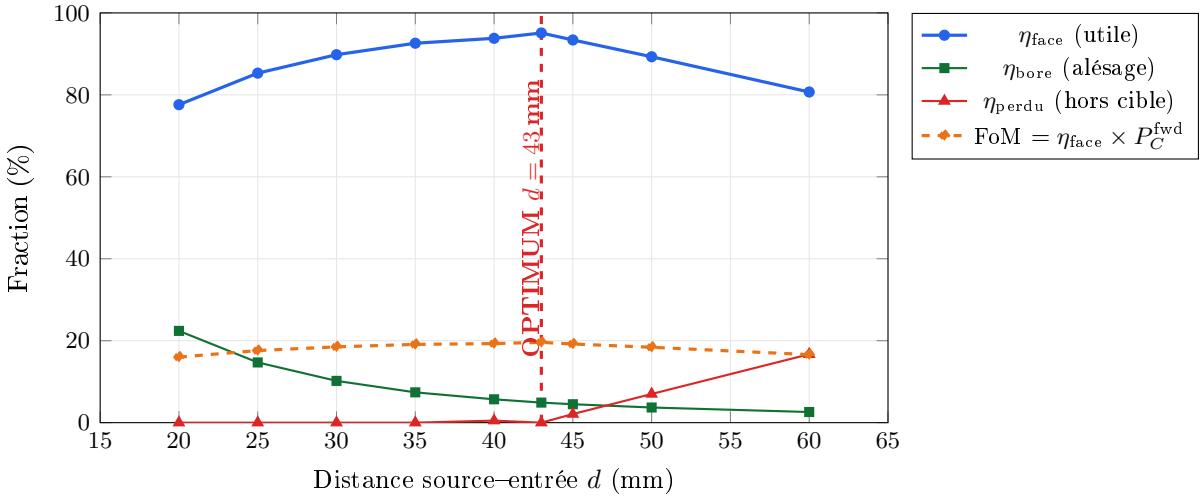


Figure 2: Efficacité géométrique en fonction de la distance d . L’optimum est à $d \approx 43$ mm où $\eta_{\text{face}} = 95,1\%$ et la FoM atteint son maximum.

2.5 Condition d’optimalité

L’optimum correspond à la distance où le bord extérieur du faisceau coïncide exactement avec le bord extérieur de la pièce :

$$d^* = \frac{R_{\text{ext}}}{\tan \alpha_s} = \frac{25}{\tan 30} = \frac{25}{0,577} \approx 43.3 \text{ mm} \quad (7)$$

À cette distance :

- 95,1 % des photons frappent la face en graphite (zone utile).
- 4,9 % traversent l’alésage (une partie frappe la paroi interne du cône).

- 0 % sont perdus hors cible.

3 Contribution des photons de l'alésage

Les 4,9 % de photons entrant dans l'alésage ne sont pas tous perdus. Un photon entrant à rayon $r < R_{\text{in}}$ avec un angle θ par rapport à l'axe frappe la paroi conique interne à la distance :

$$z_{\text{impact}} = \frac{R_{\text{in}} - r}{\tan \theta + \tan \alpha_c} \quad (8)$$

où $\alpha_c = 5$ est le demi-angle du cône interne. À $d = 43$ mm, les angles vont de 0 à $\theta_{\text{al}} = 6,6$. Le tableau suivant donne quelques exemples :

Table 2: Impact des photons de bore sur la paroi conique interne ($d = 43$ mm, $r = 0$ – axe).

θ (deg)	z_{impact} (mm)	Épaisseur traversée	Interaction ?
1	38,3	~ 22 mm (rasant)	Oui, Compton probable
3	33,0	~ 18 mm (rasant)	Oui, Compton probable
5	25,3	~ 12 mm	Compton possible
6,6	19,6	~ 8 mm	Compton faible

Environ la moitié des photons du bore (~ 2,5 % du total) subissent une interaction Compton dans la paroi interne. Cela ajoute ~ 0,5 % au rendement total. L'effet est modeste mais positif.

4 Placement du filtre Cu

Le filtre Cu 25 µm doit être placé le plus près possible de la source pour deux raisons :

1. **Minimiser la divergence à la traversée** : un filtre proche couvre un faisceau encore étroit, réduisant la taille de filtre nécessaire.
2. **Éliminer les basses énergies avant qu'elles n'interagissent** : les photons < 15 keV doivent être absorbés *avant* le graphite, sinon ils sont absorbés par effet photoélectrique dans le cône (inutile et source de fluorescence parasite).

Table 3: Position du filtre et diamètre utile requis.

d_{filtre} (mm)	utile (mm)	Remarque
2	$2 \times 2 \tan 30 = 2,3$	Très compact, idéal
3	3,5	Recommandé (marge pratique)
5	5,8	Acceptable
10	11,5	Filtre plus grand, coût légèrement supérieur

Recommandation : $d_{\text{filtre}} = 3$ mm de la source. Le filtre peut être un disque de Cu de 6 mm (marge) monté sur un anneau support en plastique.

5 Plan d'assemblage optimal

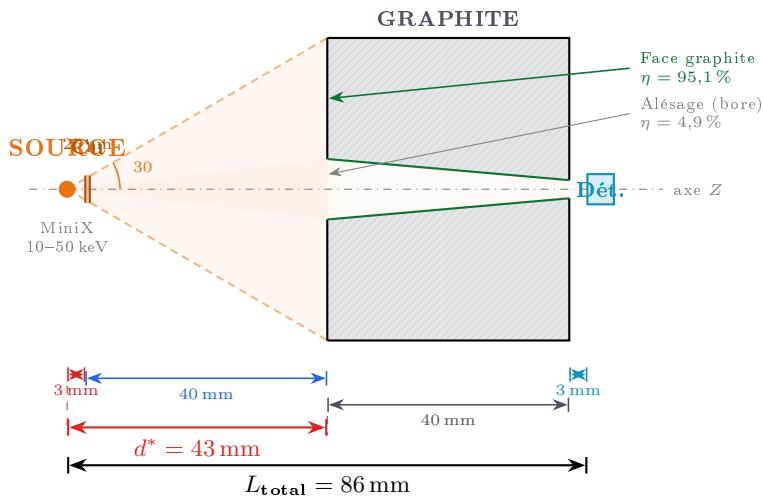


Figure 3: Assemblage optimal complet. Distance source–entrée $d^* = 43 \text{ mm}$, filtre Cu à 3 mm de la source, détecteur à 3 mm de la sortie. Longueur totale de l’assemblage : 86 mm.

6 Récapitulatif des distances

Table 4: Distances de l’assemblage optimal.

Intervalle	Distance	Justification
Source → Filtre Cu	3 mm	Le plus proche possible
Filtre Cu → Entrée cône	40 mm	Complément à $d^* = 43 \text{ mm}$
Source → Entrée cône	$d^* = 43 \text{ mm}$	$R_{\text{ext}} / \tan 30 = 25/0,577$
Cône (longueur interne)	40 mm	Dimension de la pièce
Sortie cône → Détecteur	3 mm	Le plus proche possible
Longueur totale	86 mm	Source à détecteur

7 Bilan de performance global

Table 5: Bilan complet : du photon émis au photon Compton détecté.

Étape	Fraction	Cumulé	Commentaire
Photons émis par la source	100 %	100 %	Spectre 10–50 keV
Après filtre Cu 25 µm	~ 40 %	40 %	Coupe $E < 15$ keV
Frappant la face graphite	95,1 %	38,0 %	η_{face} à $d^* = 43$ mm
Compton total dans 20 mm	41,2 %	15,7 %	P_C à 50 keV
Compton forward (~ 50 %)	50 %	7,8 %	Isotrope (Klein-Nishina)
Dirigés vers la sortie	~ 30 %	2,4 %	Fraction de 2π vers 3 mm
Rendement global estimé	~ 2–3 %		Photons Compton détectés / émis

Ce rendement de ~ 2–3 % est modeste mais représente un **gain d'un facteur ~5** par rapport à la configuration actuelle (cône graphite 2.1 mm à 10 keV), principalement grâce à :

- la suppression quasi-totale de l'absorption photoélectrique ($P_{\text{ph}} < 0,6$ % contre 32 %),
- l'optimisation géométrique ($\eta_{\text{face}} = 95$ %),
- la paroi épaisse (20 mm au lieu de 2.1 mm).

8 Sensibilité et tolérances de positionnement

Table 6: Sensibilité du rendement aux déviations de position.

Paramètre	Tolérance	Impact sur η_{face}
Distance d	43 ± 5 mm	< 2 % de perte (très plat autour de l'optimum)
Désalignement angulaire	±2	< 3 % de perte
Décentrage latéral	±2 mm	< 5 % de perte

L'optimum est **large et tolérant** : la courbe $\eta_{\text{face}}(d)$ est plate entre 35 et 50 mm (Figure 2). Un positionnement à ± 5 mm est amplement suffisant.