Géométrie affine

Notes extraites du cours de Mr Georges Tomanov
Contributeur(s)
Mr Payet Thibault Benjamin

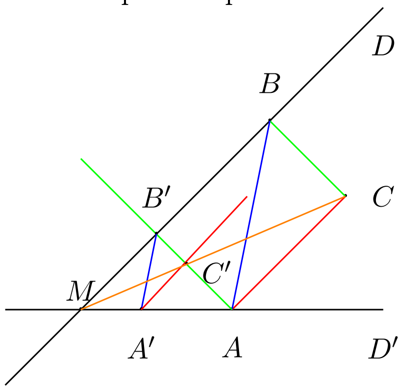
Sommaire

1

Espace affine

1.1 Définitions et propriétés

Problème : Deux droites D et D' sécantes en un point M, et un point C. On demande de construire la droite passant par M et C sans utiliser M.



La droite (CC') passe par M donc le problème est résolu.

Définition Soient X un ensemble et V un espace vectoriel sur un corp $\mathbb{K}$ (abélien).
On dit que X est un espace affine de direction V s'il existe une application de $X \times V \to X, (x, \vec{v}) \mapsto x + \vec{v}$ telle que :

(i) $x + \vec{0} = x, \forall x \in X$

(ii) $(x + \vec{u}) + \vec{v} = x + (\vec{u} + \vec{v}), \forall x \in X, \forall \vec{u}, \vec{v} \in V$

(iii) $\forall x \in X, \forall y \in X, \exists! \vec{v} \in V, y = x + \vec{v}$

$\dim_{\mathbb{K}} X := \dim_{\mathbb{K}} V$. En plus $\emptyset$ est un espace affine pour lequel dim n'est pas défini.

Remarque (i) et (ii) nous montre que V agit sur X, (iii) nous montre que l'action est simplement transitive

Définition (Alternative)
X est un espace affine dirigé par V s'il existe une action simplement transitive de V sur X

$\boxed{\text{Notation :}}$ Si $\vec{v} \in V$, on définit $\tau_{\vec{v}} : X \to X, x \mapsto x + \vec{v}$

Table des matières