



## វិទ្យាស្ថានជាតិអប់រំ

### ប្រឡងបញ្ចប់ឆ្នាំសិក្សា

បរិញ្ញាបត្រ+២ ជំនាន់ទី ២ ផ្នែកគណិតវិទ្យា

មុខវិជ្ជា ឯកទេស ១ (ក្រុមទី ៣)

រយៈពេល ៣ ម៉ោង

### ផ្នែកទី ១៖ សំណួរ

ចូរឆ្លើយសំណួរមួយក្នុងចំណោមសំណួរខាងក្រោម៖

**សំនួរទី ១៖** ពិនិត្យនិយមន័យលីមីតខាងក្រោម៖

$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$  កាលណា ចំពោះគ្រប់ចំនួនវិជ្ជមាន  $M$  មានចំនួនវិជ្ជមាន  $\delta$  ដែលចំពោះគ្រប់តម្លៃ  $x$  ដែល  $1 < x < 1 + \delta$  យើងបាន  $f(x) < -M$

ចូរពន្យល់និយមន័យនេះ រួចអោយនិយមន័យមួយផ្សេងទៀតសម្រាប់លីមីតខាងលើ។

**សំនួរទី ២៖** ចូរអោយឧទាហរណ៍នៃអនុគមន៍ជាប់លើ  $\mathbb{R}$  មួយដែលមានបរិមាណប្រុងចំណុច  $x_0$  មួយនៃ  $\mathbb{R}$  តែគ្មានឌីផេរ៉ង់ស្យែលត្រង់  $x_0$ ។

**សំនួរទី ៣៖** ក្រលាផ្ទៃ  $A$  ខ័ណ្ឌដោយខ្សែកោងតាងអនុគមន៍  $f(x) = \frac{1}{2}e^x - x^2$  លើចន្លោះ  $[0, 2]$  គឺ

$$\begin{aligned} A &= \int_0^2 \left| \frac{1}{2}e^x - x^2 \right| dx = \int_0^2 \left( \frac{1}{2}e^x - x^2 \right) dx \\ &= \left[ \frac{1}{2}e^x - \frac{1}{3}x^3 \right]_0^2 = \frac{e^2}{2} - \frac{8}{3} - \frac{1}{2} = \frac{e^2}{2} - \frac{19}{6} = \frac{3e^2 - 19}{6} \text{ ឯកតាផ្ទៃ} \end{aligned}$$

តើលទ្ធផលខាងលើត្រឹមត្រូវ ឬទេ? ចូរពន្យល់។

### ផ្នែកទី ២៖ លីមីត តារាងជាប់ ដេរីវេ និង អាំងតេក្រាល

ចូរដោះស្រាយបីលំហាត់ក្នុងចំណោមលំហាត់ខាងក្រោម។

#### លំហាត់ទី 1

ដោយប្រើនិយមន័យបង្ហាញថា

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2024x} + \sqrt{2025x}}{\sqrt{2024x} + 1} = 1$$

#### លំហាត់ទី 2

គណនា  $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)(\ln x)$  ដោយប្រើលីមីតអម។ កំណត់តម្លៃ  $a$  ដើម្បីអោយអនុគមន៍

$$f(x) = \begin{cases} (1 + \sin x)^{\ln x} & \text{បើ } x > 0 \\ \frac{a^x - 1}{x} & \text{បើ } x < 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

ជាប់ត្រង់  $x = 0$ ។ តើ  $f$  មានឌីផេរ៉ង់ស្យែលត្រង់  $x = 0$  ឬទេ?

**លំហាត់ទី 3**

គេអោយអនុគមន៍  $f(x) = 2x^3 - x^2 + 3x + 4$  បង្ហាញថា មាន  $x_1 < 0 < x_2$  ដែលបន្ទាត់ប៉ះក្រាបតាងអនុគមន៍  $f$  ត្រង់  $x_1$  និង ត្រង់  $x_2$  ជាបន្ទាត់ស្របគ្នា។

**លំហាត់ទី 4**

តម្លៃប្រហែលនៃ  $\sqrt{2 + \sqrt{3}}$  គឺ 1.9319។ ដោយប្រើឌីផេរ៉ង់ស្យែល ចូរគណនាតម្លៃប្រហែលនៃ  $\sqrt{2 + \sqrt{3}}$  ដែលមានកម្រិតលម្អៀងតូចជាង 0.01 ធៀបនឹងតម្លៃប្រហែលខាងលើ។

**លំហាត់ទី 5**

ដោយប្រើអាំងតេក្រាល បង្ហាញថា មាននៃប៉ារ៉ាម៉ែត្រដែលមានកាំបាត  $r$  និងកំពស់  $h$  កំណត់ដោយ

$$V = \frac{1}{2}\pi r^2 h$$

**លំហាត់ទី 6**

កំណត់អនុគមន៍  $y = f(x)$  ដែលកាត់តាមចំណុច  $(0, 1)$  ហើយផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ

$$e^{\frac{x}{2}}(x+1)^2 dx - \sqrt{x^2+1} dy = 0$$

**ផ្នែកទី ៣៖ ប្រឡាយ**

ចូរដោះស្រាយលំហាត់ទាំងអស់ខាងក្រោម៖

1. គុណសិទ្ធិ 6 នាក់ចូលរួមកម្មវិធីមង្គលការមួយ និងចង់ថតរូបជាមួយកូនកំលោះ និង កូនក្រមុំ។ ជាងថតរូបនឹងរៀបចំដោយចៃដន្យដើម្បីអោយគុណសិទ្ធិឈរចតជាជួរដោយអោយកូនកំលោះ កូនក្រមុំឈរនៅកណ្តាល។ គុណសិទ្ធិម្នាក់ លូចស្រលាញ់គុណសិទ្ធិពីរនាក់ទៀត ហើយចង់ឈរចតជាប់ពួកគាត់ទាំងពីរ។ រកប្រូបាបដែលគុណសិទ្ធិនោះសម្រេចបំណងរបស់គាត់។

2. ក្នុងវិញ្ញាសាប្រលងឆមាសមុខវិជ្ជាឯកទេស១ មានបីផ្នែក។

- ផ្នែកទីមួយ ជាសំណួរពន្យល់ មាន 3 សំណួរដែលត្រូវជ្រើសរើសដោះស្រាយ 1 សំណួរ។
- ផ្នែកទីពីរ ជាលំហាត់លើមេរៀនលីមីត ភាពជាប់ ដេរីវេ និង អាំងតេក្រាល មាន 6 លំហាត់ដែលត្រូវជ្រើសរើសដោះស្រាយ 3 លំហាត់។
- ផ្នែកទីបី ជាលំហាត់លើមេរៀនប្រឡាយ ដែលមាន 3 លំហាត់ ហើយត្រូវដោះស្រាយទាំង 3 លំហាត់។

សំណួរ និង លំហាត់នីមួយៗ មានពិន្ទុស្មើគ្នា ហើយគុណសិទ្ធិត្រូវការពិន្ទុយ៉ាងតិច 60% ដើម្បីជាប់។ ដោយដឹងថា 40%, 30% និង 50% នៃ សំណួរ ឬ លំហាត់ក្នុងផ្នែកទីមួយ ទីពីរ និង ទីបី រៀងគ្នា ជាសំណួរ ឬ លំហាត់ដែលគុណសិទ្ធិម្នាក់ចេះ និង អាចធ្វើបានពិន្ទុពេញ។ តើគុណសិទ្ធិម្នាក់នេះប្រលងជាប់ឬទេ?

3. ដើម្បីស្វែងយល់អោយច្បាស់ពីទ្រឹស្តីប្រូបាប គុណសិទ្ធិម្នាក់ចំនាយប្រាក់ 2 ពាន់រៀលក្នុងមួយលើកដើម្បីលេងល្បែងបោះគ្រាប់ឡកឡាក់។ នៅពេលដែលគាត់បោះគ្រាប់ឡកឡាក់បានលេខ 1 ឬ លេខ 6 នោះគាត់នឹងទទួលបានប្រាក់ 1 ពាន់រៀល រួចបោះបន្តទៀត។ បើគាត់បោះបានលេខ 1 ឬ លេខ 6 ម្តងទៀត គាត់នឹងទទួលបានប្រាក់ 1 ពាន់រៀល បើជាលេខដែលខុសពីលេខបោះបានពីមុន ឬ ទទួលបានប្រាក់ 2 ពាន់រៀល បើជាលេខដូចគ្នានឹងលេខដែលបោះបានពីមុន។ គាត់បន្តបោះបែបនេះ ហើយឈប់បោះនៅពេលដែលគាត់បោះបានលេខដែលខុសពីលេខ 1 និង លេខ 6។

a. រកប្រូបាបដែលគាត់បោះគ្រាប់ឡកឡាក់បាន 6 ដង។

c. រកប្រូបាបដែលគាត់រួចដើម ឬ ចំណេញ។

c. ឧបមាថា គាត់មានសំណាងបោះគ្រាប់ឡកឡាក់បាន 6 ដង ហើយឱកាសដែលបោះបានលេខដូចគ្នានឹងលេខបោះបានលើកមុនគឺ 40%។ រកចំនួនទឹកប្រាក់រំពឹងទុកដែលគាត់ទទួលបាន។

“ក្នុងថ្នាក់នេះ យើងមិនរៀនអ្វីដែលងាយស្រួលទេ យើងធ្វើអោយអ្វីដែលយើងរៀនងាយស្រួល ដោយការខិតខំប្រឹងប្រែងរៀនសូត្រ”

— @weareteachers