



សាកលវិទ្យាល័យភូមិន្ទភ្នំពេញ  
មហាវិទ្យាល័យវិទ្យាសាស្ត្រ  
ដេប៉ាតឺម៉ង់ គណិតវិទ្យា

ប្រលងបញ្ចប់វគ្គមាសទី 1  
ពីរខែ កញ្ញា 2023 ដល់ ខែ មករា 2024  
ថ្នាក់ 3 មុខវិជ្ជា គូប៉ូឌីណូឌូរេន៍ 1  
រយៈពេល 3 ម៉ោង

**ផ្នែកទី 1: ចូរពន្យល់សំណួរនីមួយៗខាងក្រោម៖**

នៅក្នុងមេរៀនវិភាគចំនួនពិត និយមន័យស្វ័យភាពលើ  $\mathbb{R}$  ដោយដូចខាងក្រោម៖

ស្វ័ត  $(x_n)$  នៃ  $\mathbb{R}$  រួមទៅរក  $x \in \mathbb{R}$  កាលណា គ្រប់  $\epsilon > 0$  យើងអាចរកបានចំនួនគត់វិជ្ជមាន  $N$  (យ៉ាងតិចមួយ) ដែលចំពោះគ្រប់  $n \geq N$  យើងបាន  $|x_n - x| < \epsilon$ ។

ដោយឡែកនិយមន័យនៃស្វ័តភាពក្នុងលំហគូប៉ូ  $(X, \mathcal{T})$  ដោយដូចខាងក្រោម៖

ស្វ័ត  $(x_n)$  នៃ  $X$  រួមទៅរក  $x \in X$  កាលណា គ្រប់សំណុំបើក  $O \in \mathcal{T}$  ដែលផ្ទុក  $x$  យើងអាចរកបានចំនួនគត់វិជ្ជមាន  $N$  (យ៉ាងតិចមួយ) ដែលចំពោះគ្រប់  $n \geq N$  យើងបាន  $x_n \in O$ ។

1. ហេតុអ្វី គេមិនអោយនិយមន័យភាពរួមក្នុងលំហគូប៉ូ ដូចគ្នានឹងភាពរួមក្នុង  $\mathbb{R}$  ដែលយើងធ្លាប់បានសិក្សា?
2. តើនិយមន័យទាំងពីរនេះ មានទំនាក់ទំនងនឹងគ្នាដូចម្តេច?
3. ចូរលើកយកលក្ខណៈមួយដែលកើតមានចំពោះភាពរួមក្នុងលំហគូប៉ូទូទៅ តែមិនកើតឡើងនៅក្នុងភាពរួមលើចំនួនពិត (គូប៉ូឌីណូឌូរេន៍)។ តើគេអាចដោះស្រាយបញ្ហានេះ ដោយរបៀបណា?

**ផ្នែកទី 2: ដោះស្រាយលំហាត់ខាងក្រោម៖**

គេអោយសំណុំ  $X := \{1, 2, 3, 4, 5\}$  និង គ្រួសារ  $\mathcal{B} := \{\{2\}, \{3\}, \{3, 4\}, \{1, 2, 3\}, \{2, 3, 5\}\}$ ។

1. បង្ហាញថា  $\mathcal{B}$  ជាគោលនៃគូប៉ូឌីណូឌូរេន៍  $\mathcal{T}^{\mathcal{B}}$  មួយលើ  $X$  រួចកំណត់គូប៉ូឌីណូឌូរេន៍  $\mathcal{T}^{\mathcal{B}}$  នេះ។
2. ចូររកសំណុំបើកតូចជាងគេ និង សំណុំបិទតូចជាងគេដែលផ្ទុកធាតុនីមួយៗនៃ  $X$ ។
3. រកលីមីតនៃស្វ័ត  $2, 3, 2, 3, 2, 3, 2, 3, 2, 3, \dots$  ។
4. ចូរបង្កើតស្វ័តមិនថេរក្នុង  $X$  មួយ ដែលមានលីមីតតែមួយគត់។
5. ចូររកសំណុំរងមួយនៃ  $X$  ដែលមានធាតុតិចបំផុតហើយកកក្កញ់ក្នុង  $X$ ។
6. គេអោយអនុគមន៍  $f : (X, \mathcal{T}^{\mathcal{B}}) \rightarrow (X, \mathcal{T}^{\mathcal{B}})$  ដែល  $f(1) = 5, f(2) = 3, f(3) = f(4) = 2$  និង  $f(5) = 1$ ។ តើ  $f$  ជាអនុគមន៍ជាប់ឬទេ? បើកឬទេ? បិទឬទេ?
7. ចូររក  $\text{int}A, \overline{A}, b(A)$  និង  $A'$  បើ  $A := \{2, 4, 5\}$ ។ ចូរកំណត់គូប៉ូឌីណូឌូរេន៍  $\mathcal{T}_A$  នៃ  $A$ ។
8. គេអោយ  $Y := \{a, b, c, d, e\}$ ។ ចូរបង្កើតគូប៉ូឌីណូឌូរេន៍  $\mathcal{T}_Y$  មួយក្នុង  $Y$  ដែល  $\{a\}, \{e\} \in \mathcal{T}_Y$  ហើយ  $\mathcal{T}_Y \cong \mathcal{T}^{\mathcal{B}}$ ។
9. ចូរបង្កើតអនុគមន៍  $g : (Y, \mathcal{T}_Y) \rightarrow (A, \mathcal{T}_A)$  មួយដែលជាអនុគមន៍ពេញ និង បើក តែមិនជាប់។

"Just believe in yourself. Even if you don't,  
pretend that you do and, at some point, you will."  
— Venus Williams