

# Kapitel 6: Kartierung

1. Zum Einstieg: Worum geht es?

2. Sensorik

3. Sensordatenverarbeitung

4. Fortbewegung

5. Lokalisierung in

6. **Kartierung**

7. Navigation

8. Umgebungsdatei

9. Roboterkontrollarchitekturen

Ausblick

**6.1 Überblick**

**6.2 Kartierung bei bekannten Posen**

**6.3 Inkrementelles SLAM**

**6.4 Vollständiges SLAM**

# 6.1 Überblick

## Definition *Lernen* (KI)

„... changes in the system that are adaptive in the sense that they enable the system to do the same task or tasks drawn from the same population more efficiently next time.“

*Herbert Simon*

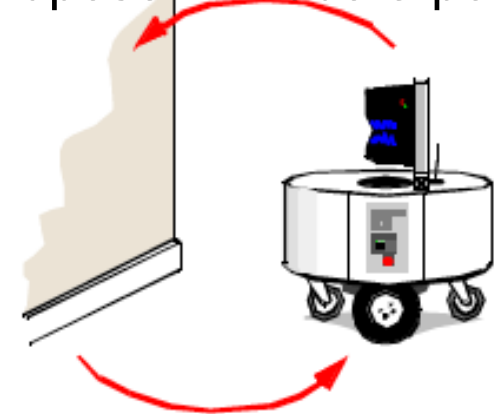
Ausgehend von gegebener Pose und evtl. vorliegender Karte:

- Beim Bewegen durch die Umgebung,
- nur mit Hilfe der Sensorik an Bord,
- erstell eine Karte vorgegebener Art (metrisch, topologisch,...)

**SLAM** (Simultaneous Localization & Mapping)  
**CML** (Concurrent Mapping & Localization)

**Roboterkartierung ist ein Henne-Ei-Problem!**

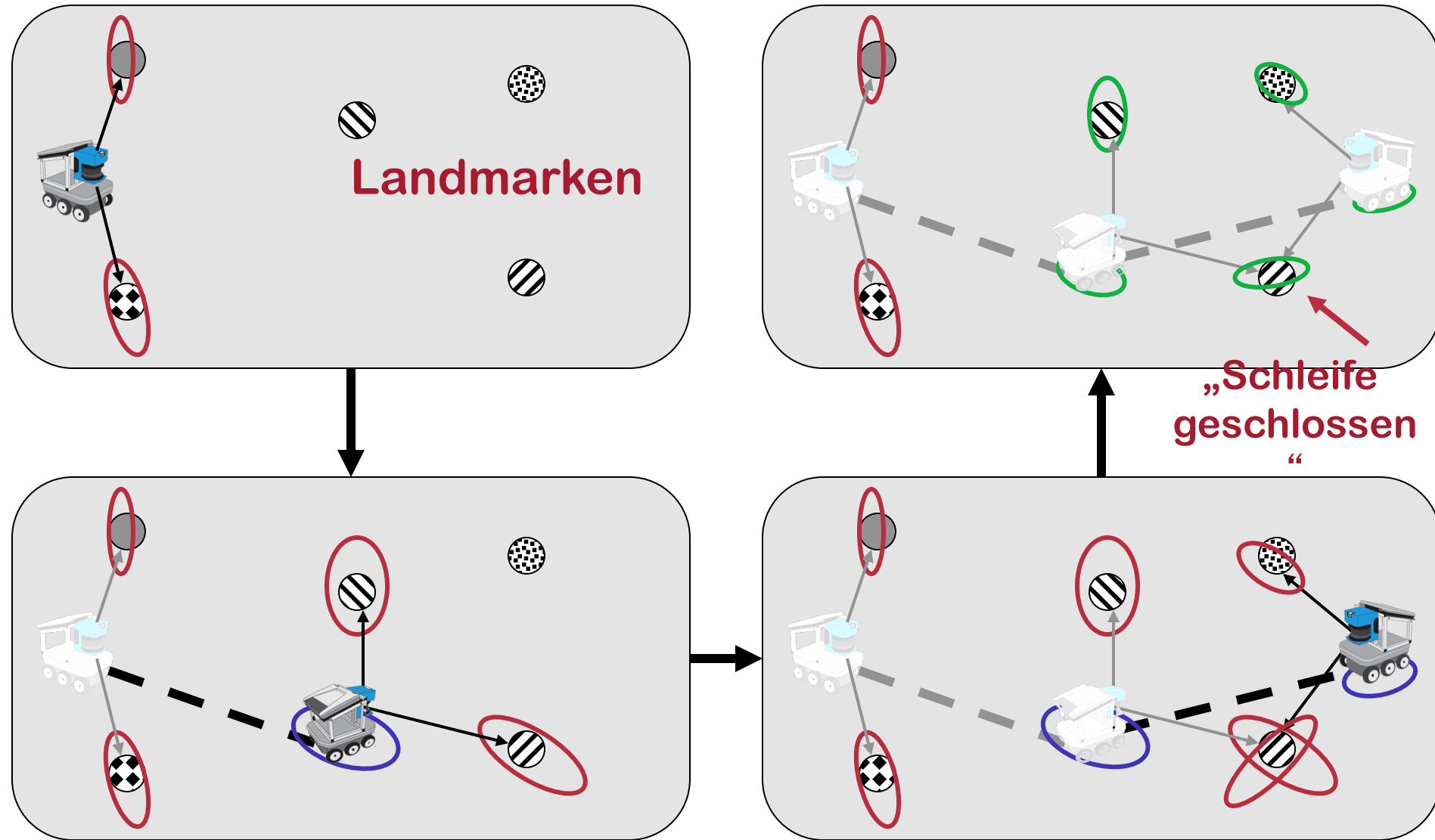
Wandpose → Roboterpose



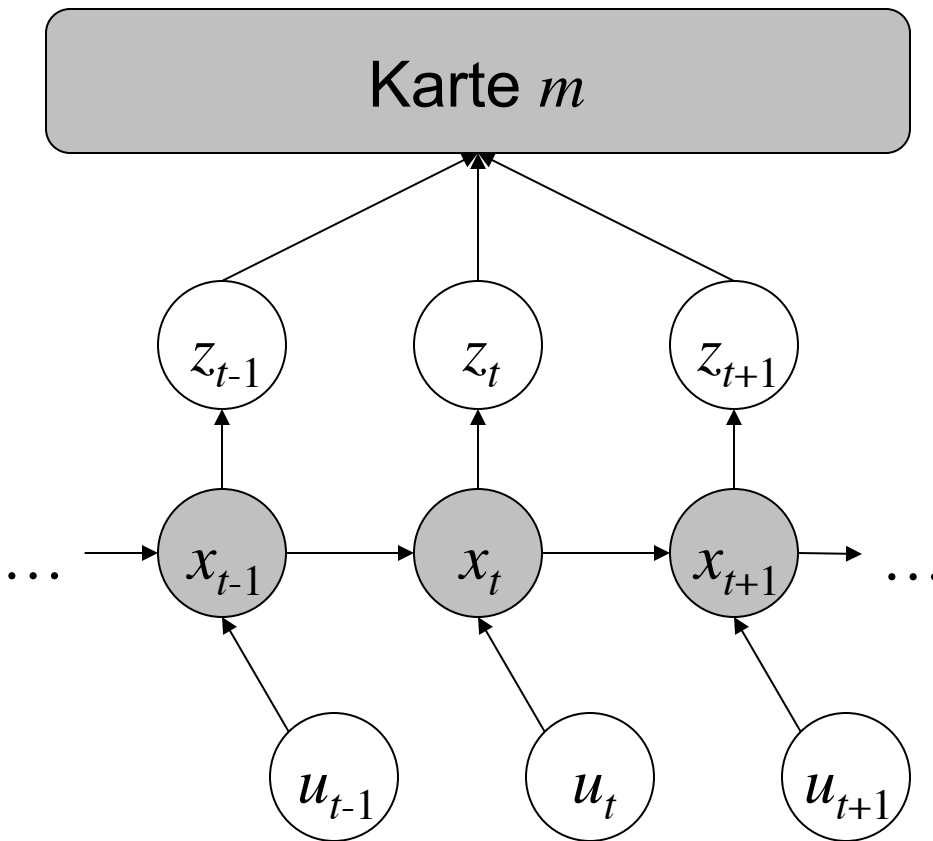
Roboterpose → Wandpose

Poseplanung/Explorationsstrategie („Wohin als nächstes?“) noch ausgelassen!

# Struktur Kartierungsproblem, intuitiv



# Struktur Kartierungsproblem, mathematisch



**Gegeben:** Folge von Evidenzen (Beobachtungen  $z_i$  von Landmarken, Bewegungen  $u_i$ ), i.a. mit Unsicherheit behaftet

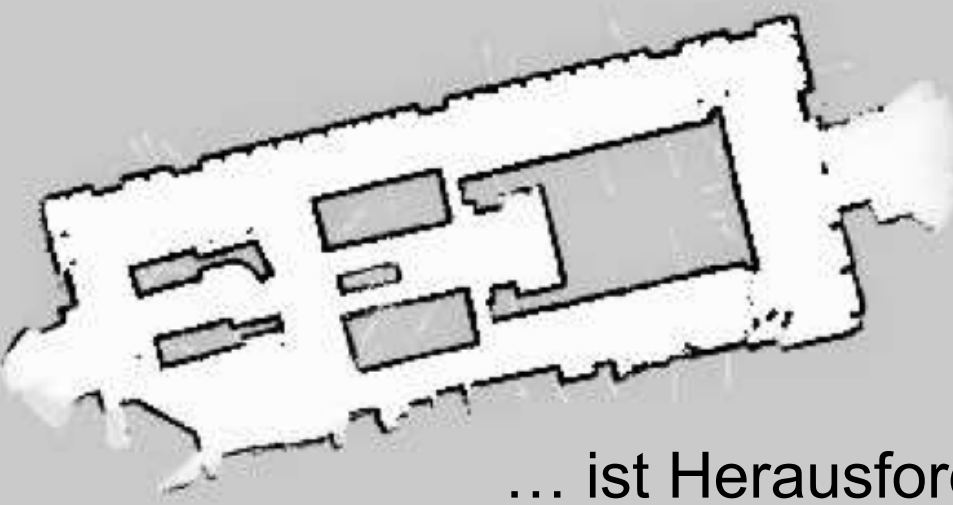
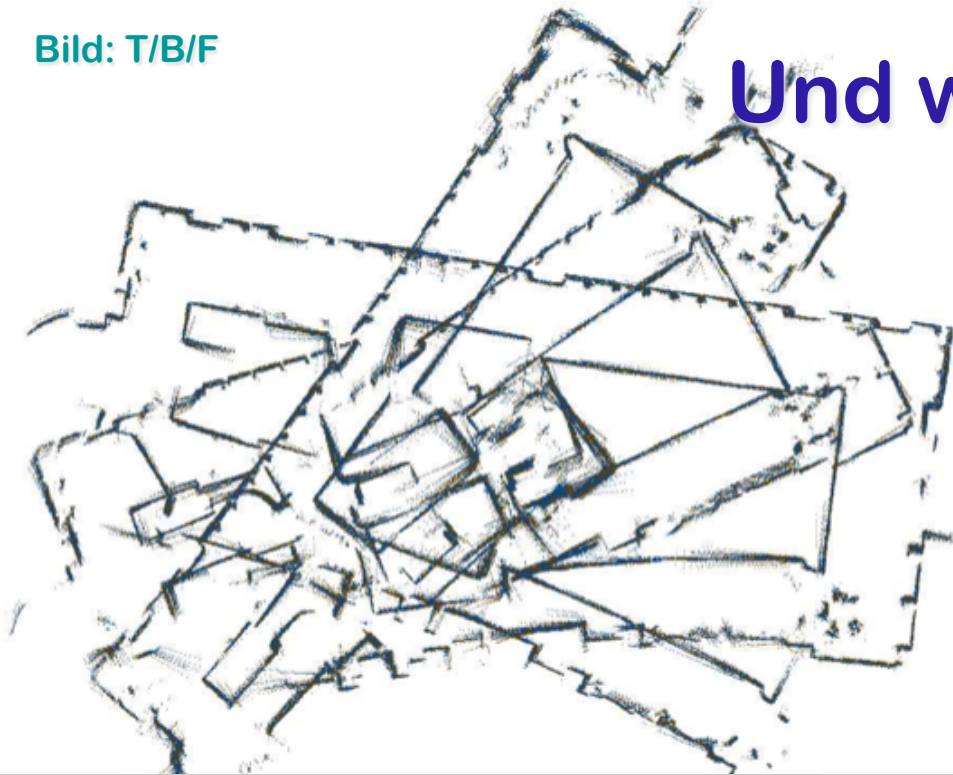
**Finde:** Posen  $x_i$  der Beobachtungen und Karte  $m$  mit Positionen der Landmarken, die  $u_i$  und  $z_i$  optimal integrieren

## Probabilistische Formulierung

Berechne Verteilung

$$\mathbf{P}(\mathbf{m}, \mathbf{x}_{1:t} | \mathbf{z}_{1:t}, \mathbf{u}_{1:t-1})$$

# Und warum ist das schwer?



- Messfehler sind z.T. unbeschränkt und statistisch nicht unabhängig (Odometrie!)
- Kartierung ist ein sehr hochdimensionales Problem (zB  $n$  Laserscans à 181 2D-Punkte)
- **Assoziation** von Sensordaten (mehrere Messdaten bezeichnen selben Punkt/selbes Umgebungsmerkmal) schwer zu ermitteln ohne Karte

„Schleifen schließen“

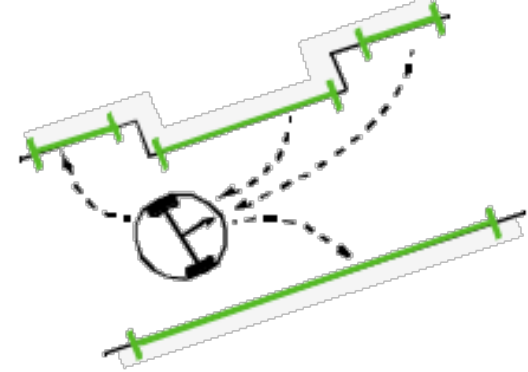
... ist Herausforderung und Hilfe beim Kartieren!

# Varianten des Kartierungsproblems

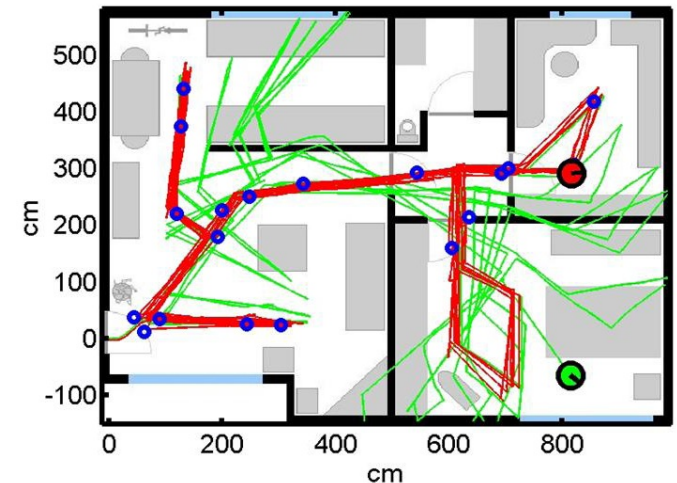
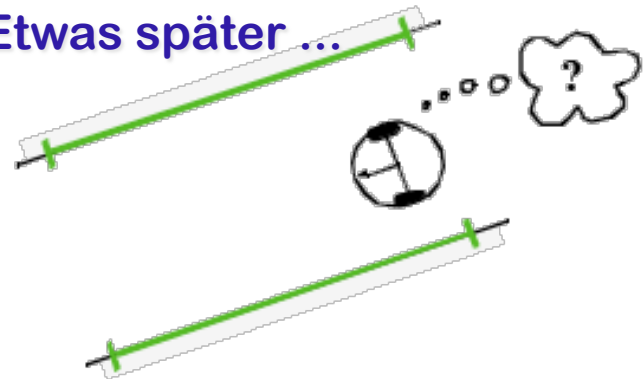
- **Kartierung bei bekannten Posen:**  
„Basisfall“ und fürs Problemverständnis
- **Inkrementelles SLAM:**  
SLAM unter Berücksichtigung nur der aktuellen Pose,  
d.h. Berechnung von  $\mathbf{P}(m, x_t | z_{1:t}, u_{1:t-1})$
- **Volles SLAM:**  
Berechnung von  $\mathbf{P}(m, x_{1:t} | z_{1:t}, u_{1:t-1})$

# Themen, die wir auslassen

- SLAM in dynamischen Umgebungen
  - z.B. Hähnel, Triebel, Burgard & Thrun:  
*Map building with mobile robots  
in dynamic environments*. ICRA2003
- Kartierung basierend auf visuellen Umgebungsmerkmalen,  
z.B. SIFT-Merkmale
  - z.B. visual SLAM,  
Evolution Robotics vSLAM™



Etwas später ...



## 6.2 Kartierung bei bekannten Posen

... kommt vor z.B. im Freiland mit GPS und Kompass

... ist einfach:  $m_{\max,t} = \arg \max_m \mathbf{P}(\mathbf{m} | z_{1:t}, x_{1:t})$

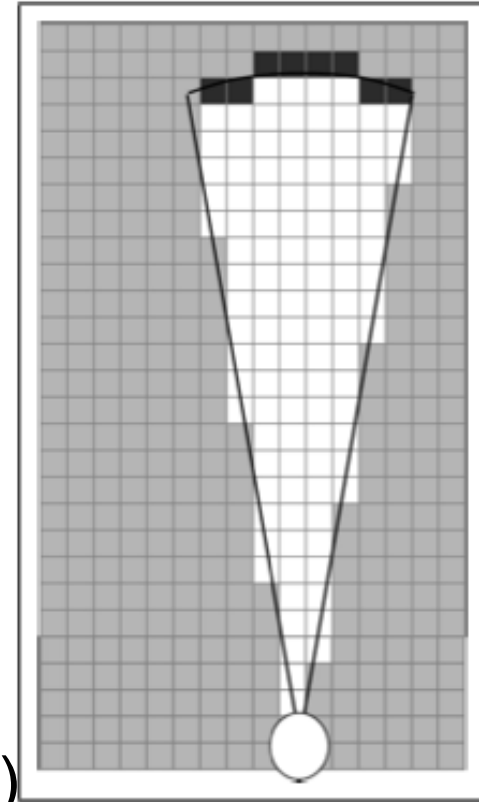
Zum Beispiel **Rasterkarten**:

- Initialisiere Felder mit a-priori-Belegtheitswahrscheinlichkeit,
- fahre durch die Umgebung,
- miss in der Gegend herum,
- nach jeder Messung aktualisiere Belegtheitswahrscheinlichkeit der angemessenen Rasterzellen!
- Aktualisierung geht folgendermaßen ...



# „Inverses Sensormodell“ in Rasterkarten

- Lokalisierung nutzt Sensorinformation, dass in gemessener Entfernung „etwas ist“
  - ↳ vgl. erwartete Messung n. Sensormodell!
- Kartierung nutzt zusätzlich Information, dass vor gemessenem Wert „nichts ist“
  - ↳ wie muss Welt aussehen, um Messung zu liefern?: **Inverses Sensormodell**



- Für alle Rasterfelder  $m_{x,z}$  im Messbereich:
  - Felder in gemessener Entfernung erhöhen **Belegtheitschance** ( $odds_{(occupancy)}$ )
  - alle anderen überstrichenen Felder reduzieren  $odds$

$$odds_{occ}(m_{x,z}, t) = \frac{hits(m_{x,z}, t)}{nonhits(m_{x,z}, t)} \hat{=} \frac{P(m_{x,z} | o_{1:t})}{1 - P(m_{x,z} | o_{1:t})} \in [0, \infty)$$

Belegtheit von  $m_{x,z}$  ist boolesche ZV!

# odds mit probabilistischem Sensormodell

- Bei probabilistischem inversem Sensormodell  $P(m_{x,z}|o, p)$  für Zustand (Pose)  $p$ , Messung  $o$ , Kartenzelle  $m_{x,z}$ :

$$odds_{occ}(m_{x,z}, t+1) = odds_{occ}(m_{x,z}, t) \cdot \frac{P(m_{x,z}|o_{t+1}, p_{t+1})}{1 - P(m_{x,z}|o_{t+1}, p_{t+1})}$$

**Gefahr von Multiplikationen  $0 \cdot \infty$ !**  
**Daher verwende meist log odds**

$$lodds(\dots) = lodds(\dots) + \log P(\dots) - \log(1 - P(\dots))$$

## 6.3 Inkrementelles SLAM

**Grundidee:**  $\mathbf{P}(m, x_t | z_{1:t}, u_{1:t-1})$

Tracke die Schätzung der aktuellen Pose (und nur die), wobei folgende Abhängigkeiten bestehen:

- neue Karteneinträge hängen von der aktuellen Poseschätzung ab („Wo ich eine gerade gesehene Landmarke in der Karte eintrage, hängt von der Pose ab“)
  - die Poseschätzung hängt (unter anderem) ab von Lokalisierung an aktuell wahrgenommenen Landmarken, die bereits in der Karte sind
- Wiederverwendung von Lokalisierungs-Methoden
- hier: EKF und Partikelfilter/MCL

# EKF-SLAM: Die Idee

- Geh vor wie bei EKF-Lokalisierung mit bekannter Karte, **aber:**
- Erweitere Zustandsraum von Pose ( $\mathbf{x}=(t_x, t_z, \theta)$ ) auf Pose plus Koordinaten (hier:  $x, z$ ) aller Landmarken
- Setze voraus, Landmarken sind objektiv eindeutig und unterscheidbar (kein „*aliasing*“)
- Falls Zahl der Landmarken unbekannt, arbeite also mit Zustandsraum variabler Größe (wächst mit Zahl der wahrgenommenen Landmarken)
- Wende EKF an wie gehabt, wobei alle zustandsabhängigen Matrizen „mitwachsen“ können
- Interessant dabei ist besonders die Kovarianzmatrix ...

# Kovarianzmatrix $\Sigma_t$ für EKF-SLAM

- Seien  $n$  Landmarken in Karte eingetragen (je mit  $x$ - und  $z$ -Wert)
- Zustandsraumgröße aktuell also  $3 + 2 \cdot n$

**Kovarianzen sind Teil der Karte!**

Unsicherheit der  
Roboterpose

$\sigma_x^2$	$\sigma_{x,z}$	$\sigma_{x,\theta}$	$\sigma_{x,l_1,x}$	$\sigma_{x,l_1,z}$	$\cdots$	$\sigma_{x,l_n,x}$	$\sigma_{x,l_n,z}$
$\sigma_{x,z}$	$\sigma_z^2$	$\sigma_{z,\theta}$	$\sigma_{z,l_1,x}$	$\sigma_{z,l_1,z}$	$\cdots$	$\sigma_{z,l_n,x}$	$\sigma_{z,l_n,z}$
$\sigma_{x,\theta}$	$\sigma_{x,\theta}$	$\sigma_\theta^2$	$\sigma_{\theta,l_1,x}$	$\sigma_{\theta,l_1,z}$	$\cdots$	$\sigma_{\theta,l_n,x}$	$\sigma_{\theta,l_n,z}$
$\sigma_{l_1,x,x}$	$\sigma_{l_1,x,z}$	$\sigma_{l_1,x,\theta}$	$\sigma_{l_1,x}^2$	$\sigma_{l_1,x,l_1,z}$	$\cdots$	$\sigma_{l_1,x,l_n,x}$	$\sigma_{l_1,x,l_n,z}$
$\sigma_{l_1,z,x}$	$\sigma_{l_1,z,z}$	$\sigma_{l_1,z,\theta}$	$\sigma_{l_1,z,l_1,x}$	$\sigma_{l_1,z}^2$	$\cdots$	$\sigma_{l_1,z,l_n,x}$	$\sigma_{l_1,z,l_n,z}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	$\vdots$
$\sigma_{l_n,x,x}$	$\sigma_{l_n,x,z}$	$\sigma_{l_n,x,\theta}$	$\sigma_{l_n,x,l_1,x}$	$\sigma_{l_n,x,l_1,z}$	$\cdots$	$\sigma_{l_n,x}^2$	$\sigma_{l_n,x,l_n,z}$
$\sigma_{l_n,z,x}$	$\sigma_{l_n,z,z}$	$\sigma_{l_n,z,\theta}$	$\sigma_{l_n,z,l_1,x}$	$\sigma_{l_n,z,l_1,z}$	$\cdots$	$\sigma_{l_n,z,l_n,x}$	$\sigma_{l_n,z}^2$

Korrelat. Roboterposen/  
Landmarkenpositionen

Unsicherheiten der Landmarkenpositionen

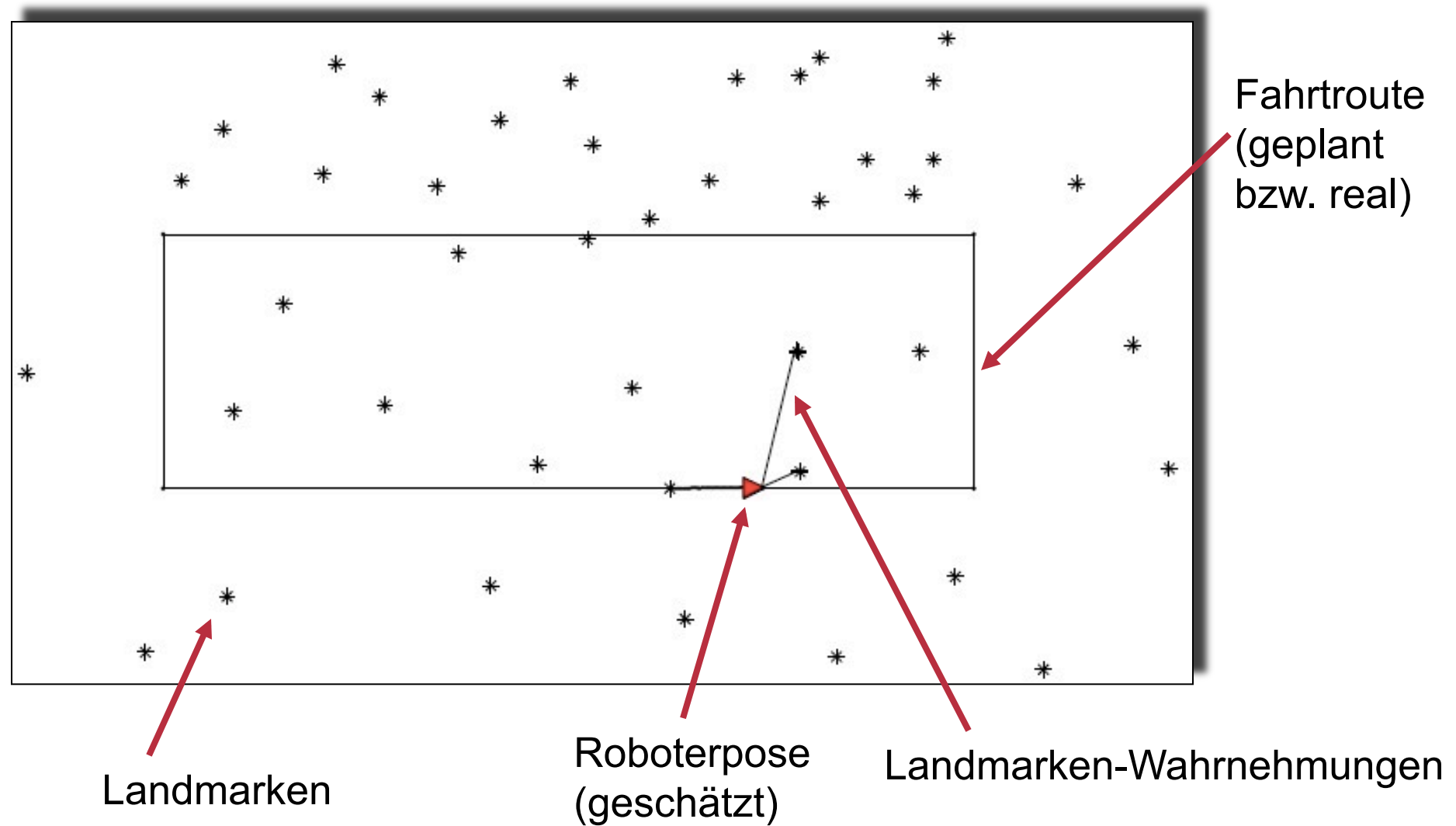
# Prinzip des EKF-SLAM-Algorithmus

- Berechne a-priori-Roboterpose-Wert und -Kovarianz aus Bewegungsmodell (Landmarken zunächst unverändert)  $\rightarrow \underline{\mu}_t, \underline{\Sigma}_t$
- Für erstmalig gesehene Landmarken füge Zustandsraumdimensionen hinzu; initialisiere ihre  $(x,z)$ -Werte über aktuelle Wahrnehmungen (umgerechnet in globale Koordinaten)
- Mittels aller sichtbarer Landmarken aktualisiere  $\underline{\mu}_t, \underline{\Sigma}_t$  (berechne Kalman-Gewinnmatrix etc. dafür wie üblich)
- Das Ergebnis am Ende ist  $\mu_t, \Sigma_t$  a posteriori: Neuer Wert + Kovarianzen für Roboterpose und Landmarkenpositionen

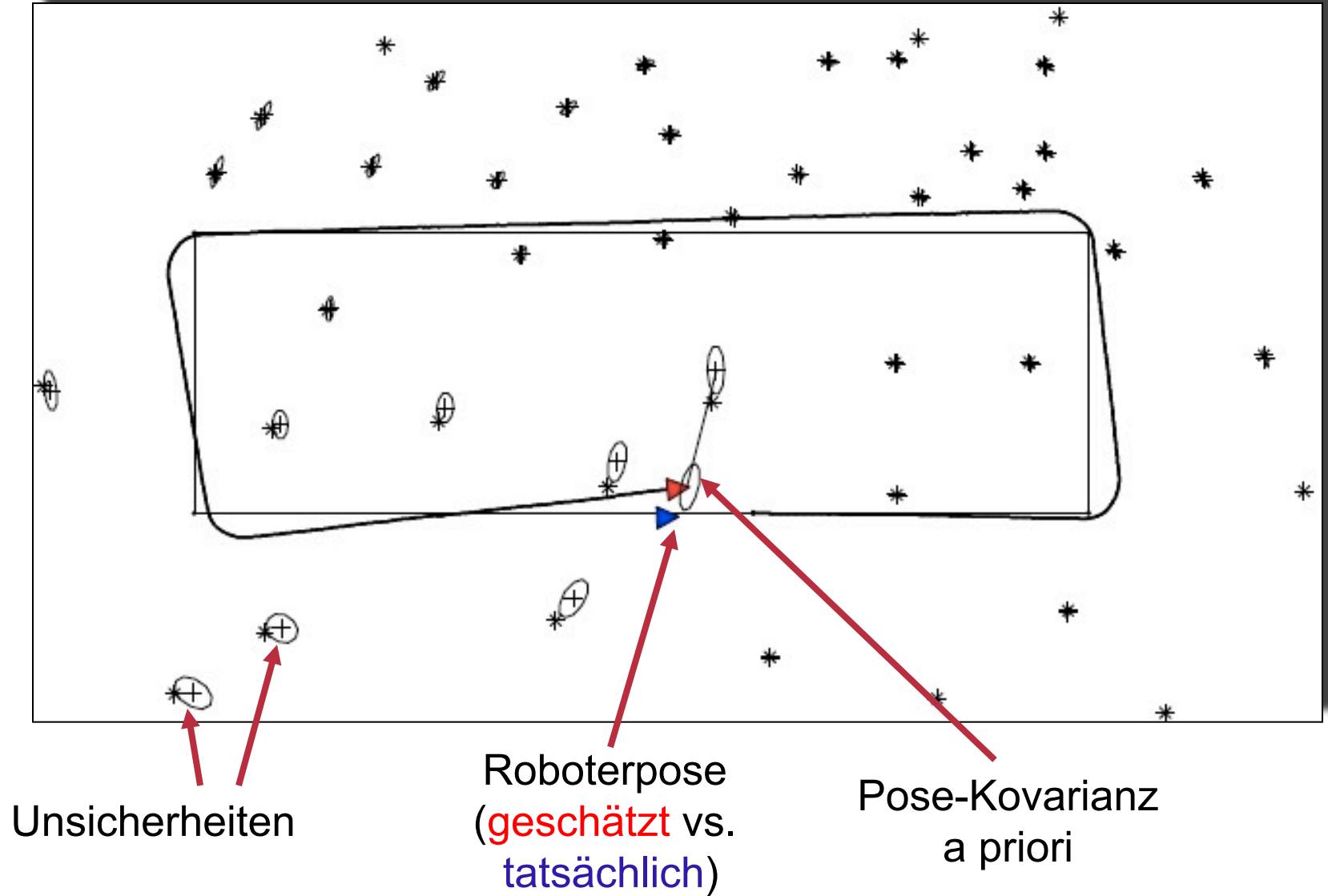
## Bemerkungen

- Vollständige Formulierung des Alg.: Thrun/Fox/Burgard Kap.10.2
- Dort mit fest vorgegebener (Maximal-)Zahl von Landmarken und mit iterativer Berechnung von  $\underline{\mu}_t, \underline{\Sigma}_t$  über die aktuell gesehenen Landmarken

# Synthetisches Beispiel, qualitativ (1)

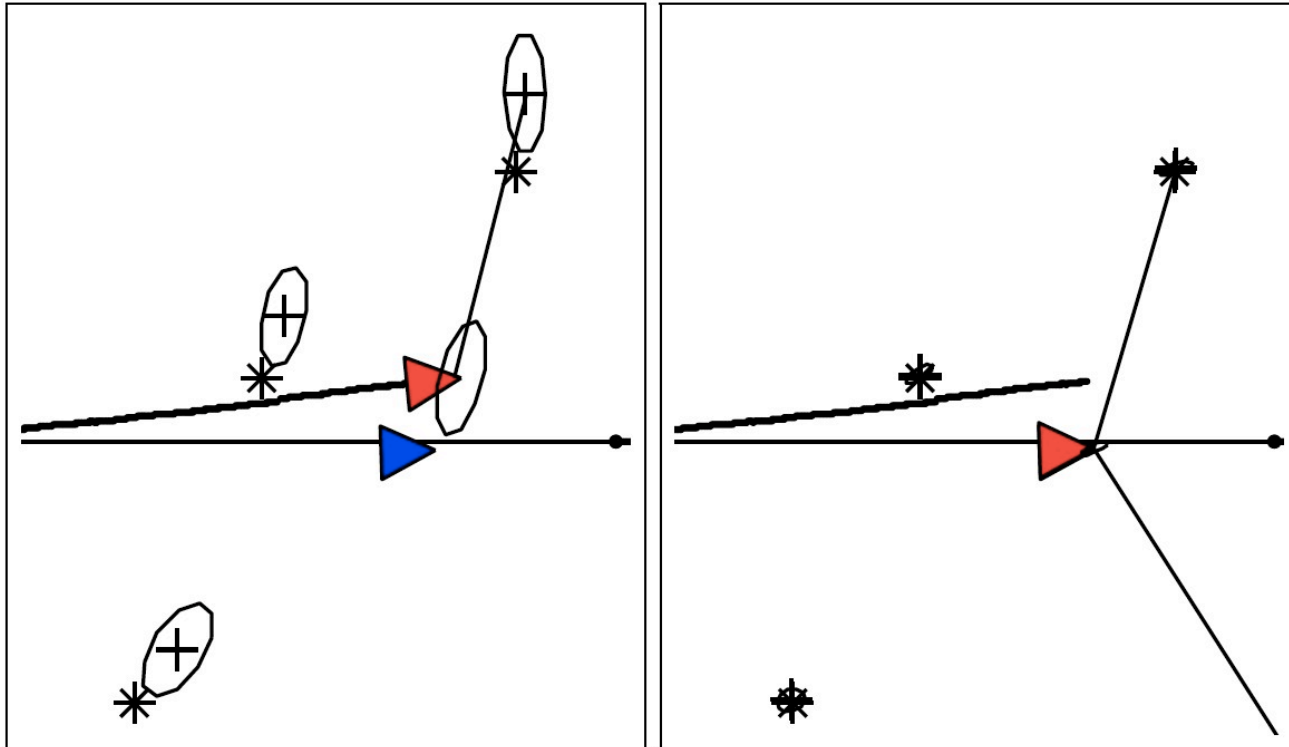


## Synthetisches Beispiel, qualitativ (2)



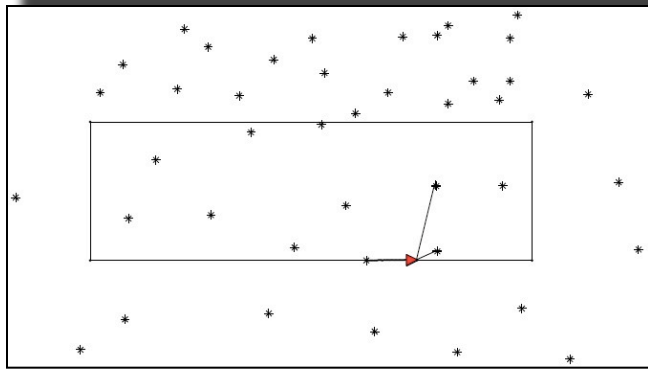


# Synthetisches Beispiel, qualitativ (3)

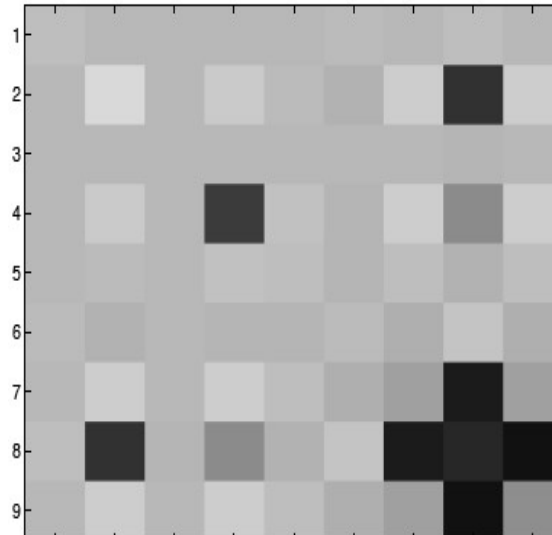


a-priori- vs. a posteriori-Poseschätzungen  
im Fall des Schleifenschlusses

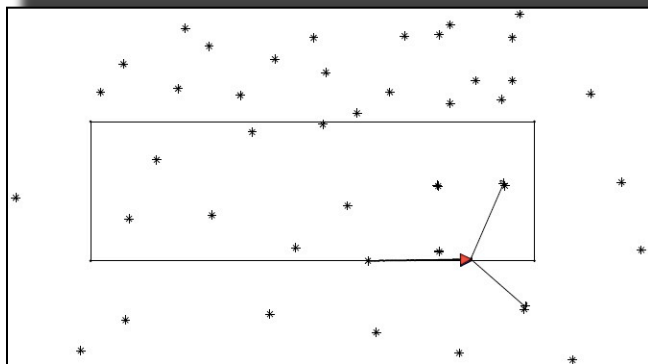
# Entwicklung von $\Sigma_t$ im Beispiel (1)



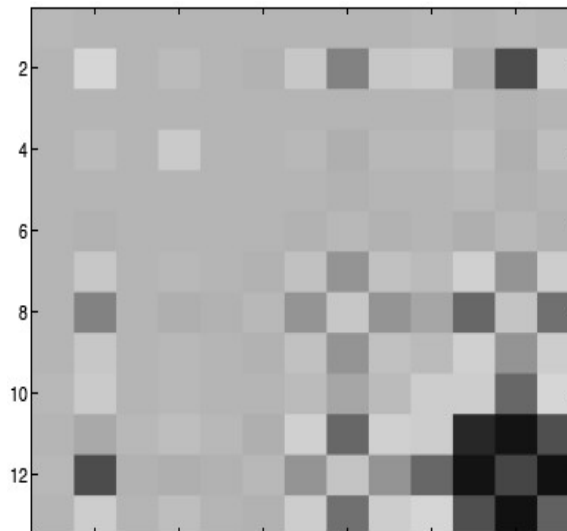
3 Landmarken gesehen



- 3x3 Zellen oben links sind Roboterpose
- heller Eintrag = niedriger Wert = kleine (Ko)Varianz

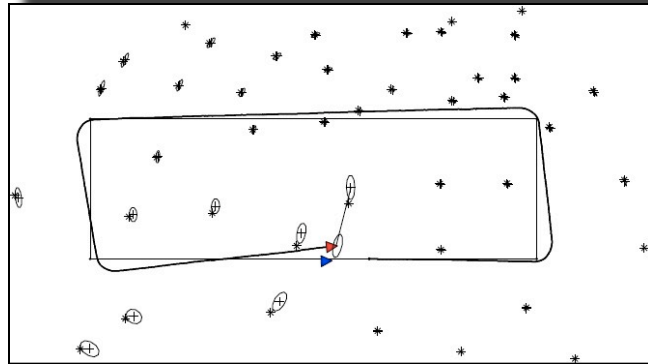


5 Landmarken gesehen

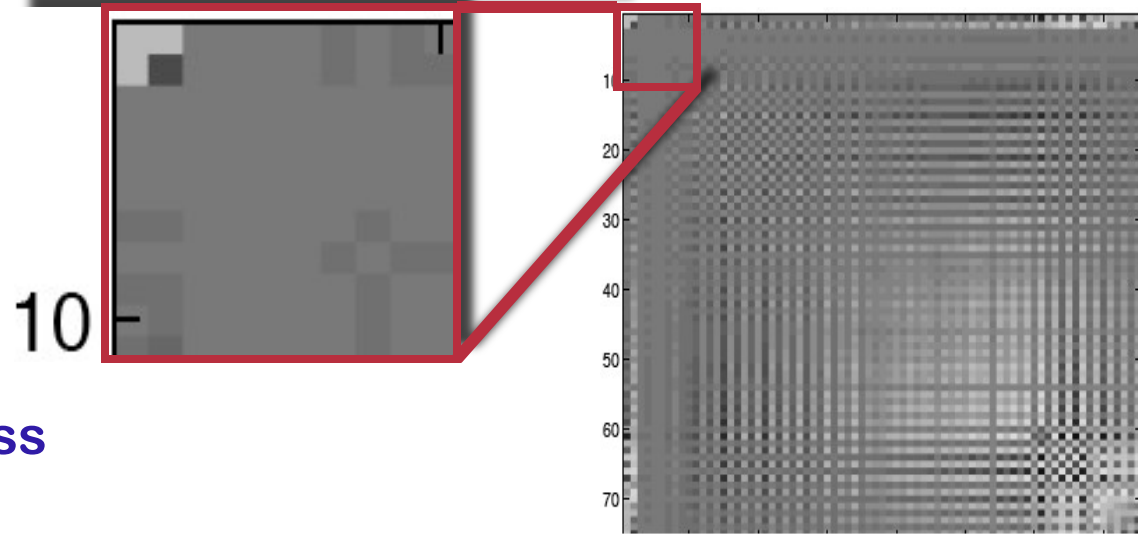


- Matrix wächst mit jeder neu gesichteten Landmarke

# Entwicklung von $\Sigma_t$ im Beispiel (2)

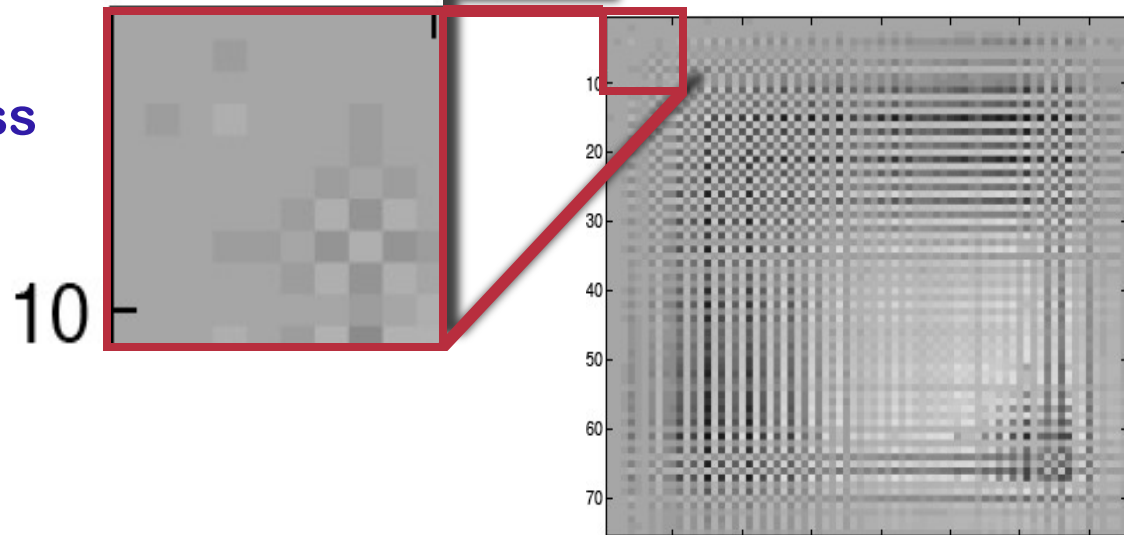
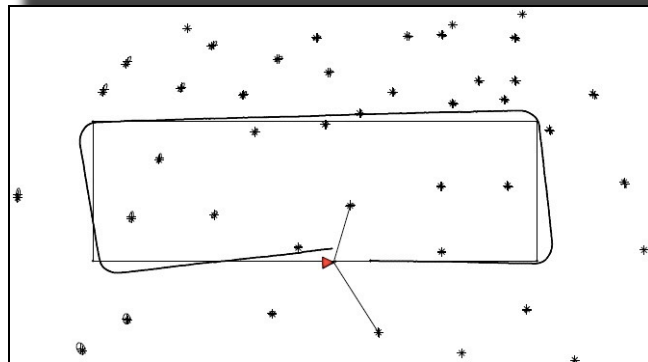


... vor Schleifenschluss



Alle Landmarken gesehen ...

... nach Schleifenschluss



# Konvergenz von EKF-SLAM

Dissanayake et al.

## Satz:

Im Limes der Roboterfahrtlänge konvergiert die Teilmatrix, welche die Kovarianz der Landmarkenpositionen repräsentiert, gegen eine Diagonalmatrix (d.h., ihre Position ist dann genau bekannt).

- Landmarkenpositionen unabhängig voneinander
- Roboterpose bleibt dabei potenziell mit Unsicherheit behaftet!

## Nachteil von EKF-SLAM:

Das Verfahren kann nicht die Information verarbeiten, dass an der aktuellen Pose nichts gesehen wird!