Nahe liegende Disziplinen/Themen

- Informatik
- Kognitionswissenschaft (-psychologie)
- Neurowissenschaften (-biologie, -psychologie, -informatik)
- Regelungstechnik
- Kybernetik (historisch!)
- Spieltheorie/Entscheidungstheorie (Mathe, Wirtschaftsw.)
- …

Neuro-, Kognitionswiss., Entsch.-Theorie und KI modellieren allesamt Verhalten („clever“, rational, …), aber auf unterschiedlichen Ebenen und mit unterschiedlichen Erkenntnisinteressen

Ertels „KI-Apotheke“ (Abb. 1.2)

☺ visualisiert nett einige KI-Verfahren (die im Buch vorkommen)

☹ suggeriert, KI ist „Best of“ von Algorithmen, die in der Informatik vorkommen

- **Denken & Tun & Wahrnehmen gibts nur als Leistungen kompletter, eingebetteter Systeme!**
- **Algorithmen/Methoden sind nur „KI-tauglich“, wenn sie im Kontext solcher Systeme funktionieren**
- **Gesucht sind Methoden, die sowohl breit anwendbar als auch effizient implementierbar sind (Widerspruch!)**

↪ Daher arbeiten viele KI-ler an „KI-Systemen“ & Robotern

Wie weit ist die KI?

Kann ein Computer/Roboter ...

... ordentlich Tischtennis* spielen? Fußball*, Handball spielen?

... ordentlich Dame, Schach*, Go, Bridge spielen?

... Lebensmittel auf dem Wochenmarkt, im Web kaufen?

... auf der *Place de l'Étoile* Auto* fahren?

... neue Mathe-Theoreme entdecken und beweisen?*

... Rat in juristischem, medizinischem Spezialgebiet geben?

... eine medizinische/chirurgische Operation ausführen?

... Spontansprache von Deutsch nach Japanisch übersetzen*?

... eine absichtlich witzige Geschichte schreiben?

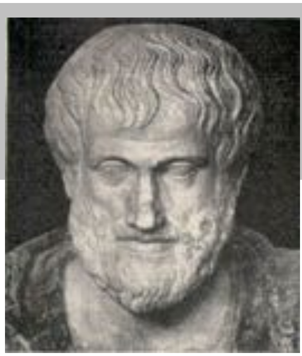
*** ➥ Ü-Blatt 1**

2. Logik und Inferenz

2.1 Aussagenlogik
2.2 Resolution in der Aussagenlogik
2.3 Prädikatenlogik 1. Stufe
2.4 Resolution in der Prädikatenlogik
2.5 Grenzen der Logik

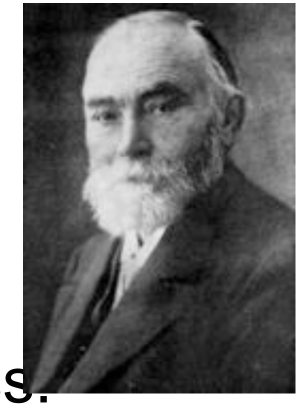
1. Was ist KI?
2. **Logik und Inferenz**
3. Suche als Problemlösev
4. Schließen unter Unsicherheit
5. Maschinelles Lernen
6. Ausblick: „Rationale“ Roboter

2.1 Aussagenlogik


Aristoteles
-384 – -322

Literatur: U. Schöning: Logik für Informatiker. Spektrum, ^{5}2000, OPAC
engl. Ausgabe (*Logic for Computer Scientists*) online über OPAC

- Logik in der Antike (Philosophie, Rhetorik): Analyse der Korrektheit sprachlicher Schlüsse
- Mathematische (theoretische, symbolische) Logik: Nutze Formalisierung für diese Analyse


Gottlob Frege
1848–1925

Ein Ziel

Finde Menge von Regeln („**Kalkül**") zur syntaktischen (inhaltsunabhängigen) Manipulation von Sätzen, sodass:

Ein Satz ist genau dann inhaltlich gültig, wenn er im Kalkül formal ableitbar ist.

Richtung „wenn gültig, so ableitbar": **Vollständigkeit** d. Kalküls
Richtung „wenn ableitbar, dann gültig": **Korrektheit** d. Kalküls

Aussagen und Wahrheit

Atomare (als atomar angesehene) Sprachgebilde, denen man Wahrheitswerte „wahr“ oder „falsch“ (potenziell) zuordnen kann: **Aussagen**

- \+ Schnee ist weiß
- \+ Fritz hat einen Onkel, der Lehrer ist und in Kiel wohnt, und zwar am Blücherplatz neben der Kneipe im dritten Stock
- \+ Angela Merkel ist der Papst
- – Ober, zwei Bier!

Zweiwertigkeit

- Eine Aussage ist entweder wahr oder falsch (**ausgeschlossenes Drittes**)
- Eine Aussage ist nie gleichzeitig wahr und falsch (**ausgeschlossener Widerspruch**)

Achtung:
Auch die zweiwertige Logik kennt den „Informationsstand“ „Weiß nicht“!

Ableitungsregeln

… erzeugen aus einer Menge von Aussagen
neue (atomare oder zusammengesetzte) Aussagen

$$\frac{\textbf{wenn } P \textbf{ dann } Q \quad | \quad P}{Q}$$

$$\frac{\textbf{wenn} \text{ es regnet, } \textbf{dann} \text{ ist die Straße nass} \quad | \quad \text{es regnet}}{\text{die Straße ist nass}}$$

Modus ponens (seit Aristoteles): **korrekt**

$$\frac{\textbf{wenn } P \textbf{ dann nicht } Q}{\textbf{wenn } Q \textbf{ dann nicht } P}$$

$$\frac{\textbf{wenn} \text{ es grün ist } \textbf{dann} \text{ ist es } \textbf{nicht} \text{ rot}}{\textbf{wenn} \text{ es rot ist } \textbf{dann} \text{ ist es } \textbf{nicht} \text{ grün}}$$

Kontraposition: **korrekt**

$$\frac{P \textbf{ oder } Q \quad | \quad P}{\textbf{nicht } Q}$$

$$\frac{\text{Udo ist reich } \textbf{oder} \text{ Udo ist glücklich} \quad | \quad \text{Udo ist reich}}{\text{Udo ist } \textbf{nicht} \text{ glücklich}}$$

„Bildzeitungsargumentation“: **nicht korrekt!!** (für „inklusives Oder“)

Syntax der Aussagenlogik

Definition 2.2 *Sei* $Op = \{\neg, \wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow, (,)\}$ *die Menge der logischen Operatoren und* Σ *eine Menge von Symbolen mit* $Op \cap \Sigma \cap \{w, f\} = \emptyset$. Σ *heißt* ***Signatur*** *und seine Elemente sind die* ***Aussagevariablen***. *Die Menge der Aussagenlogischen Formeln wird nun rekursiv definiert:*

- *w und f sind (atomare) Formeln.*
- *Alle Aussagevariablen, das heißt alle Elemente von Σ sind (atomare) Formeln.*
- *Sind A und B Formeln, so sind auch $\neg A$, (A), $A \wedge B$, $A \vee B$, $A \Rightarrow B$, $A \Leftrightarrow B$ Formeln.*

Bemerkung: *Op*, Σ, $\{w,f\}$ <u>paarweise disjunkt</u>!

Junktoren:

Negation, Konjunktion, Disjunktion, Implikation, Ko-Implikation.

Implikation und Ko-Implik. dienen eigentlich nur als Abkürzung:

- $A \Rightarrow B$ ist Abkürzung für $(\neg A \vee B)$
- $A \Leftrightarrow B$ ist Abkürzung für $((A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A))$

Semantik der Aussagenlogik (Kurzform)

Eine **Interpretation** ist eine Abbildung der Aussagevariablen je in $\{true, false\}$ (entspr. „Wahrheit" und „Falschheit", Abk.: $1, 0$)

Interpretation zusammengesetzter Formeln **definiere** induktiv über die Interpretationen ihrer Teilformeln.
Hier abgekürzt mit **Wahrheitstafeln** für Teilformeln A,B:

A	B	¬A	A ∧ B	A ∨ B	A⇒B	A⇔B
0	0	1	0	0	1	1
0	1		0	1	1	0
1	0	0	0	1	0	0
1	1		1	1	1	1

(**Grüne** Zellen: der jeweilige Wert wird hier <u>definiert</u>! Sonst verwenden wir Wahrheitstafeln, um Interpretationen von Formeln <u>auszurechnen</u>!)

Modelle und Folgerung

Ein **Modell** einer Formel (bzw. einer Formelmenge) ist eine Interpretation, welche die Formel (bzw. alle Formeln der Menge) auf *true* (Abk.: 1) abbildet.

Beispiele: Formel: $(P \wedge Q)$ $I_1 = \{P \mapsto 1, Q \mapsto 1\}$ Modell

$I_2 = \{P \mapsto 1, Q \mapsto 0\}$ kein Modell

Eine Formel B **folgt** aus einer Formel A (bzw. einer Formelmenge $\mathcal{A}$), gdw. alle Modelle von A (bzw. alle Modelle aller Formeln von $\mathcal{A}$) auch Modelle von B sind.

(A *entails* B, Notation $\mathrm{A} \models \mathrm{B}$)

Beispiele: $(P \wedge Q) \models P$ $\{(P \Rightarrow Q), P\} \models Q$ $(P \vee Q) \not\models P$

Ein Entscheidungsverfahren für Folgerbarkeit

Frage: Gilt die behauptete Folgerung $\{(P \Rightarrow Q), P\} \vDash Q$?

Entscheidungsverfahren: Prüfen in der Wahrheitstafel

Alle Modelle von $(P \Rightarrow Q)$ …

… und von P …

… sind auch Modelle von Q!

P	Q	$P \Rightarrow Q$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Aussagelogische Folgerbarkeit entscheidbar in $O(2^{|\text{Variable}|})$ Zeit

Model Checking in allen Interpretationen

function TT-ENTAILS?(KB, α) **returns** *true* or *false*

  symbols ← a list of the proposition symbols in KB and α
  return TT-CHECK-ALL(KB, α, *symbols*, [ ])

---

function TT-CHECK-ALL(KB, α, *symbols*, *model*) **returns** *true* or *false*
  if EMPTY?(*symbols*) **then**
    if PL-TRUE?(KB, *model*) **then return** PL-TRUE?(α, *model*)
    else return *true*
  else do
    P ← FIRST(*symbols*); *rest* ← REST(*symbols*)
    return TT-CHECK-ALL(KB, α, *rest*, EXTEND(P, *true*, *model*)) **and**
        TT-CHECK-ALL(KB, α, *rest*, EXTEND(P, *false*, *model*))

TT: *Truth Table*
KB (*Knowledge Base*)
ist e. Formelmenge

Effizientere Implementierungen folgen später

Erfüllbarkeit, Allgg.keit, Inkonsistenz

Eine Formel/menge, die <u>mindestens 1</u> Modell hat, ist **erfüllbar**

Beispiele: P $(P \wedge Q)$ $\{P, Q\}$ $(P \vee \neg P)$

Satz (Theo.Inf.): Entscheidung d. Erf'barkeit ist NP-vollständig

Eine Formel/menge, für die <u>jede</u> Interpretation Modell ist, ist **allgemeingültig** (wahr, tautologisch)

Beispiele: w $(P \vee \neg P)$

Eine Formel/menge, die <u>kein</u> Modell hat, ist **inkonsistent** (unerfüllbar, widersprüchlich)

Beispiele: f $(P \wedge \neg P)$ $\{P, \neg P\}$