

表示: $Ax = b$. 解 $x = (c_1, c_2, c_3, \dots)^T$

概念: ① $[A:b] = A$ 增广矩阵.

② 所有解的集合: 解集.

③ 所有解的表达式: 通解.

④ 两个解相同: 同解 / 等价.

消元法: 先写出 A , 把 A 化为行最简形
解 - 一眼就能看出来

(若化到最后有效解数 < 未知数个数)

例如 $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 & -4 \\ 1 & -2 & 1 & -5 \end{bmatrix}$ 则 x_1, x_2, x_3 用 x_4 表示

x_4 为自由未知量, x_3 为约束未知量).

有解判定. $r(A) = r(\bar{A})$

成4元方程组的解.

① $r(A) = n$ (列满秩)
有唯一解.

② $r(A) < n$ (列降秩).

待定的. 有无穷解
若系数(列数), 一定 $r(A) < n \oplus$.

③ $r(A) = r([A; D]) = r(\bar{A})$

$Ax = b$ - 唯一解

对称方法:
 $Ax = b$

② $r(A) < n$ 有无穷解.

③ $r(A) = n$ 且有唯一解.

极域 = 对称阵的特征向量.

n维向量 (-非零解的线性).

$\alpha = (a_1 \ a_2 \ \dots \ a_n)$ 线性.

$\beta = [\beta_1 \ \beta_2 \ \dots \ \beta_n]^T$ 线性.

共轭复数 - 拼.

向量组可以用向量表式.

$$\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \dots + \alpha_n x_n = \beta$$

$$k_1 \alpha_1 + k_2 \alpha_2 + \dots + k_n \alpha_n$$

称为 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ 的线性组合.

线性表示式.

若 β 可由 $\alpha_1, \dots, \alpha_n$

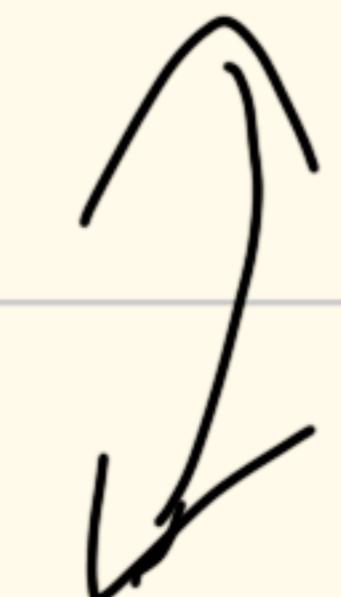
$$k_1 \alpha_1 + k_2 \alpha_2 + \dots + k_n \alpha_n = \beta.$$

且 β 可由 $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ 表示.

简称线表.

方程
组 $Ax = \beta$

β 由 $\alpha_1, \dots, \alpha_n$
线表.



$$r(\beta) = r(\bar{\beta})$$

$$r[\alpha_1 \dots \alpha_n] : r[\alpha_1 \dots \alpha_{n-1} \bar{\alpha}_n]$$

向量组成数.

等价向量组

I: $\alpha_1 \dots \alpha_n$

II: $\beta_1 \dots \beta_m$

若 I 中每一个向量都可

被 II 表示, 则 I 被 II 表示

且

向量组等价

若有

$$[\beta_1 \dots \beta_m] : [\alpha_1 \dots \alpha_n]$$

有

若两个向量组互相

成表, 则两个向量组等价

$$r[\beta_1 \beta_2 \dots \beta_m] = r[\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n]$$

$$= r[\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n : \beta_1 \beta_2 \dots \beta_m]$$

立 \times : 若 \exists 不全为 0 的 $k_1 \dots k_n$

β 相关

$$\text{s.t. } k_1 \alpha_1 + \dots + k_n \alpha_n = 0$$

则 $\alpha_1 \dots \alpha_n$ 成线性相关
若 $\forall i$ 线性无关

线性相关 $\rightarrow r(\beta) < n$
 β 线性无关

齐次 方程组
 $\sum x_i = 0$

1. $\alpha_1 \dots \alpha_n$ 成线性相关

$\exists \alpha_i$ 与其它 α_j 线性无关

有非零解

$\rightarrow 2. \alpha_1 \dots \alpha_n$ 成线性无关, $\alpha_1 \dots \alpha_n \beta$ 成线性相关

立理

β 由 $d_1 \dots d_n$ 表示

极大无界集
任何部分集
均不改变其
性质

定义: U 中一个向量由 $d_1 \dots d_r$

① $d_1 \dots d_r$ 成 特 元 素

② U 中任意向量由
 $d_1 \dots d_r$ 表示

U 有 唯 一 一 致 的

向量的表示:

$r(U)$

否则, U 极大无界
中向量个数 $\neq U_{\text{no}}$
很.

向量的
组合律

(列) 向量的相加
及性质

将向量构成矩阵 A

$$|v_1| = r(\theta)$$

$|v_1| = \text{向量的模}$

(A列向量的和)

= 向量的和
(A列向量的和)

定理① 向量组 $[d_1 d_2 \dots d_s]$ 可由 I

$\beta_1 \dots \beta_r$ 表示.

= "多" 可由 "
表示, 则 "

$S > r$, 则 I 线性相关

(线性命題)

$|I| \leq r$ 且 $|I| \cdot S \leq r$

相关

\Rightarrow 若两个元组在第 i 列的
值相等，则 $r(U_i) = r(V_i)$

若 $f(U_i) = r$, 则 U_i 和 V_i
(或 i 之元素) 表示 U_i 中的 U_i
极大元组.

定理②: 若 $I \sqsubseteq J$, 可由 I 得 J , 则 $r(I) \leq r(J)$

\Rightarrow 若 $I \sqsubseteq J$, 则 $r(I) = r(J)$

定理③: 对于矩阵 A, B

$$\left\{ \begin{array}{l} f(A+B) \subseteq HA + HB, \\ H(A+B) \leq \min(HA, HB) \end{array} \right.$$

首先考慮
 $\Delta t = 0$
 (大元素)
 $\{\epsilon_n\}_{n=1}^{\infty}$

基於 $\{e_1, e_2, \dots, e_t\}$ 為基底。
 (1) $\forall x \in V$ 有唯一
 c_1, c_2, \dots, c_t 使得
 $x = c_1e_1 + c_2e_2 + \dots + c_te_t$.

(向量空間的极大子空間).

結構定理: $c_1e_1 + c_2e_2 + \dots + c_te_t$.

(向量)
 基底的數量有 $n - r$ 個

代数方程组的解法

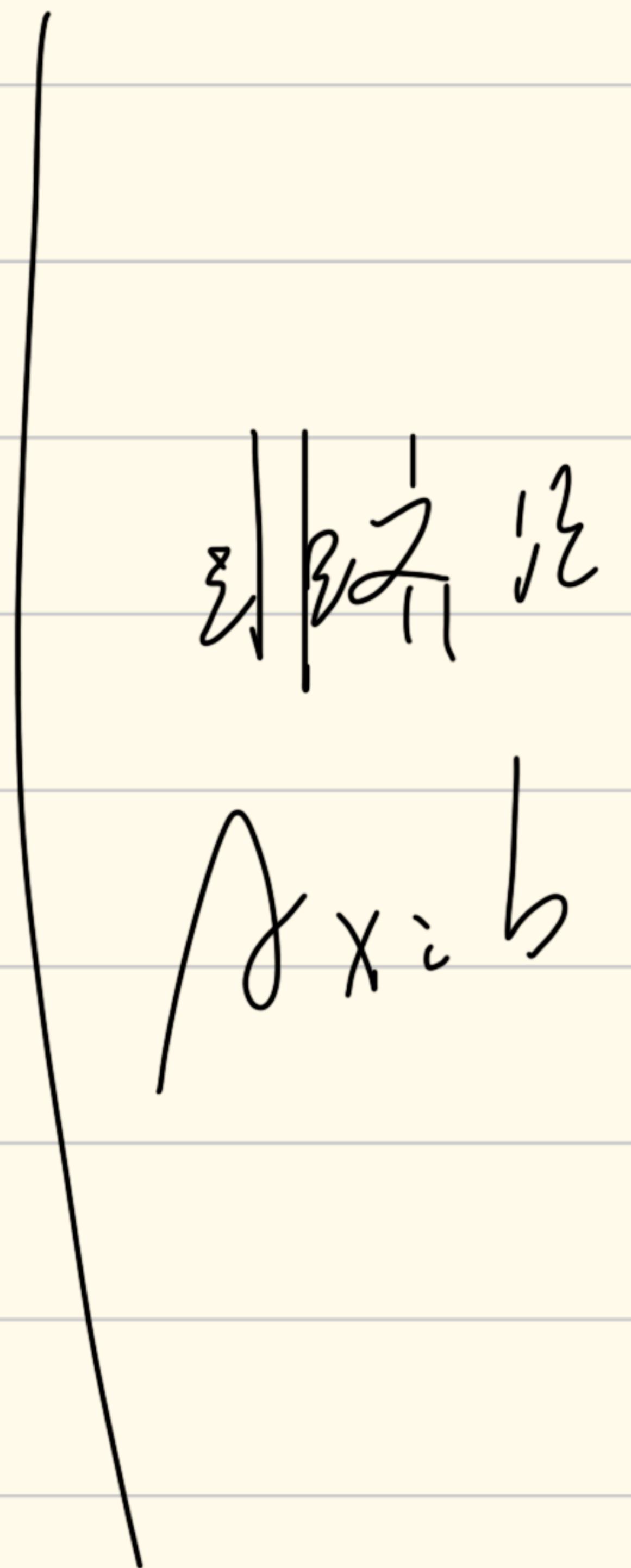
个成多元
系的解法
其解的子
如何求其解法

① 退出向量表示的解法

② 全n-r 个向量表示

$$\text{设 } Q_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \end{pmatrix}, e_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \end{pmatrix}$$

... e_{n-r} . 退出 n-r 个
向量表示的解法.



线性组合：

线性组

$$X = \text{基函数} + \sum c_i h_i$$

基函数

