

# 機械学習（2回目）

創域理工学部 情報計算科学科

桂田 浩一

1

9/6/2023

2

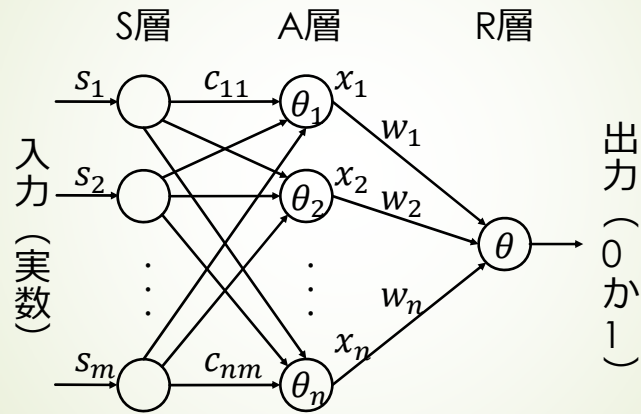
## 本日の内容

- 単純パーセプトロン
  - 単純パーセプトロンの構造
  - 単純パーセプトロンの学習
  - 単純パーセプトロンの学習可能性と収束定理

9/6/2023

3

## 単純パーセプトロンの構造

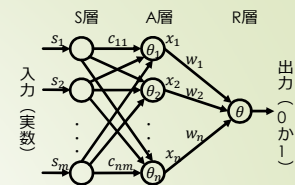


9/6/2023

4

## 単純パーセプトロンの構造

- A層への入力:  $\sum_{i=1}^m c_{ji} s_i$  ( $j = 1, \dots, n$ )  
 ※  $c_{ji}$  ( $i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n$ )は固定
- A層の出力:  $x_j = \begin{cases} 1 & (\sum_{i=1}^m c_{ji} s_i - \theta_j \geq 0) \\ 0 & (\sum_{i=1}^m c_{ji} s_i - \theta_j < 0) \end{cases}$   
 ※  $\theta_j$  ( $j = 1, \dots, n$ )は固定
- R層への入力:  $\sum_{j=1}^n w_j x_j$  ※  $w_j$  ( $j = 1, \dots, n$ )は可変
- R層の出力:  $Out = \begin{cases} 1 & (\sum_{j=1}^n w_j x_j - \theta \geq 0) \\ 0 & (\sum_{j=1}^n w_j x_j - \theta < 0) \end{cases}$   
 ※  $\theta$  ( $j = 1, \dots, n$ )は可変



9/6/2023

5

## 記号の簡単化

- 記号の簡単化のため次のように表記する（以下、全てのネットワークでこのように表記する）

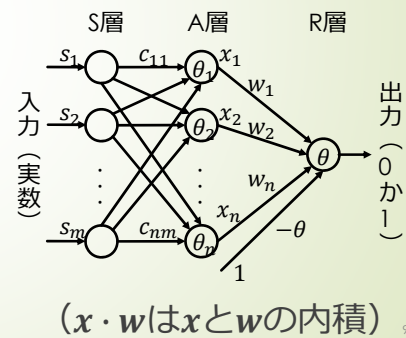
$$x_{n+1} = 1, w_{n+1} = -\theta \text{ とすると. . .}$$

$$\sum_{j=1}^n w_j x_j - \theta = \sum_{j=1}^{n+1} w_j x_j$$

$$\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n, 1)$$

$$\mathbf{w} = (w_1, \dots, w_n, -\theta) \text{ と表すと}$$

$$Out = \begin{cases} 1 & (\mathbf{x} \cdot \mathbf{w} \geq 0) \\ 0 & (\mathbf{x} \cdot \mathbf{w} < 0) \end{cases} \text{ と書ける}$$

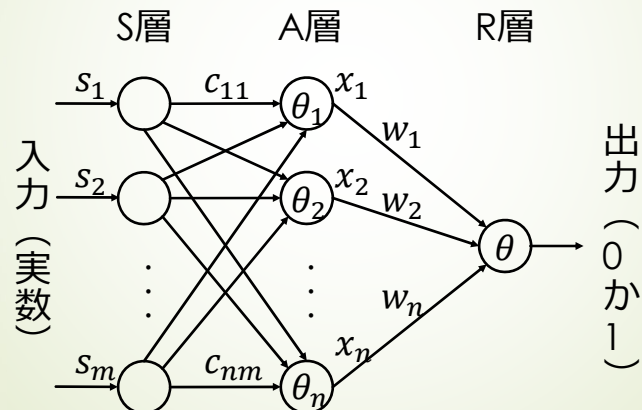


9/6/2023

6

## 単純パーセプトロンの学習

- S-A層間は学習する要素がない  
⇒ A-R層間のみを学習

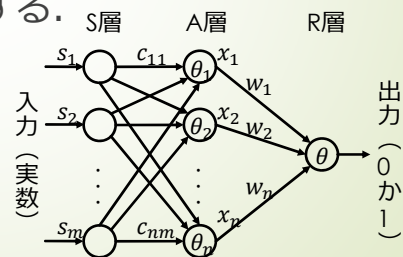


9/6/2023

7

## 単純パーセプトロンの学習

- 学習用データ：A層の出力  $x = (x_1, \dots, x_n, 1)$  と R層の出力  $t$  のペアが多数  
 $x_1, \dots, x_n, t$  は二値
- 学習の方針：  $x$  と現在の  $w = (w_1, \dots, w_n, -\theta)$  から  $Out$  を求める。  $Out$  と  $t$  が異なれば  $w$  を更新する。



9/6/2023

8

## 単純パーセプトロンの学習アルゴリズム (1)

1. 入力パターンベクトル  $s_p = (s_{p1}, \dots, s_{pm})$  と教師信号  $t_p$  ( $p = 1, \dots, P$ ) の組を用意する。 ( $P$  は学習用データ数)
2. 結合荷重  $w = (w_1, \dots, w_n, w_{n+1})$  の初期値をランダムに小さな値に設定する。さらに学習率  $\eta$  ( $0 < \eta \leq 1$ ) を設定する。

9/6/2023

9

## 単純パーセプトロンの学習アルゴリズム（2）

3. 学習用データから一つの入力ベクトル  $s_p = (s_{p1}, \dots, s_{pm})$  を選び,  $s_p$  に対するA層の各ノードの出力  $x_{pj}$  を次の式で計算する.

$$x_{pj} = \begin{cases} 1 & (\sum_{i=1}^m c_{ji}s_{pi} - \theta_j \geq 0) \\ 0 & (\sum_{i=1}^m c_{ji}s_{pi} - \theta_j < 0) \end{cases}$$

$x_p = (x_{p1}, \dots, x_{pn}, 1)$  とする

4.  $x_p$  からR層の出力  $out_p$  を次の式で計算する.

$$out_p = \begin{cases} 1 & (w \cdot x_p \geq 0) \\ 0 & (w \cdot x_p < 0) \end{cases}$$

9/6/2023

10

## 単純パーセプトロンの学習アルゴリズム（3）

5.  $out_p$  と  $t_p$  を用いて次の式で  $w$  を更新する.

$$w \leftarrow w + \eta(t_p - out_p)x_p$$

(注) $x_{n+1} = 1$ なので $x_p \neq 0$

6. 全ての  $s_p$  に対して  $w$  が変化しなければ終了. そうでなければ 3.~ 5. を繰り返す.

9/6/2023

11

## w の更新式の直観的意味

$$\mathbf{w} \leftarrow \mathbf{w} + \eta(t_p - \text{Out}_p)\mathbf{x}_p$$

↳ 学習率：1 以下の小さな正定数

↳ 出力が教師信号より小さければ  
出力を大きくするよう  $\mathbf{w}$  を更新

$$t_p - \text{Out}_p = \begin{cases} 1 & (t_p = 1, \text{Out}_p = 0 \text{ のとき}) \\ -1 & (t_p = 0, \text{Out}_p = 1 \text{ のとき}) \\ 0 & (t_p = \text{Out}_p \text{ のとき}) \end{cases}$$

↳ 出力が正しければ  $\mathbf{w}$  は更新しない

9/6/2023

12

## 出題予定の演習課題

- パーセプトロンの出力，重みの更新

9/6/2023