メディア情報処理 2023
第14回目
信号データの周波数解析

大村英史

出席登録

今日の予定

- 信号データの周波数解析
- 窓関数
- STFT

信号データの周波数解析

ついに，データ解析！

昨年まで「データ解析」という授業だった．．．

信号データの周波数解析

- いろいろな呼ばれ方
  - スペクトル解析
  - スペクトル分析
  - 周波数解析
  - 周波数分析

- スペクトル解析の流れ
  1. アナログデータ
  2. エイリアシング除去
  3. サンプリング
  4. 窓関数で切り出し
  5. 離散フーリエ変換

- データを離散フーリエ変換（DFT）すればよい？

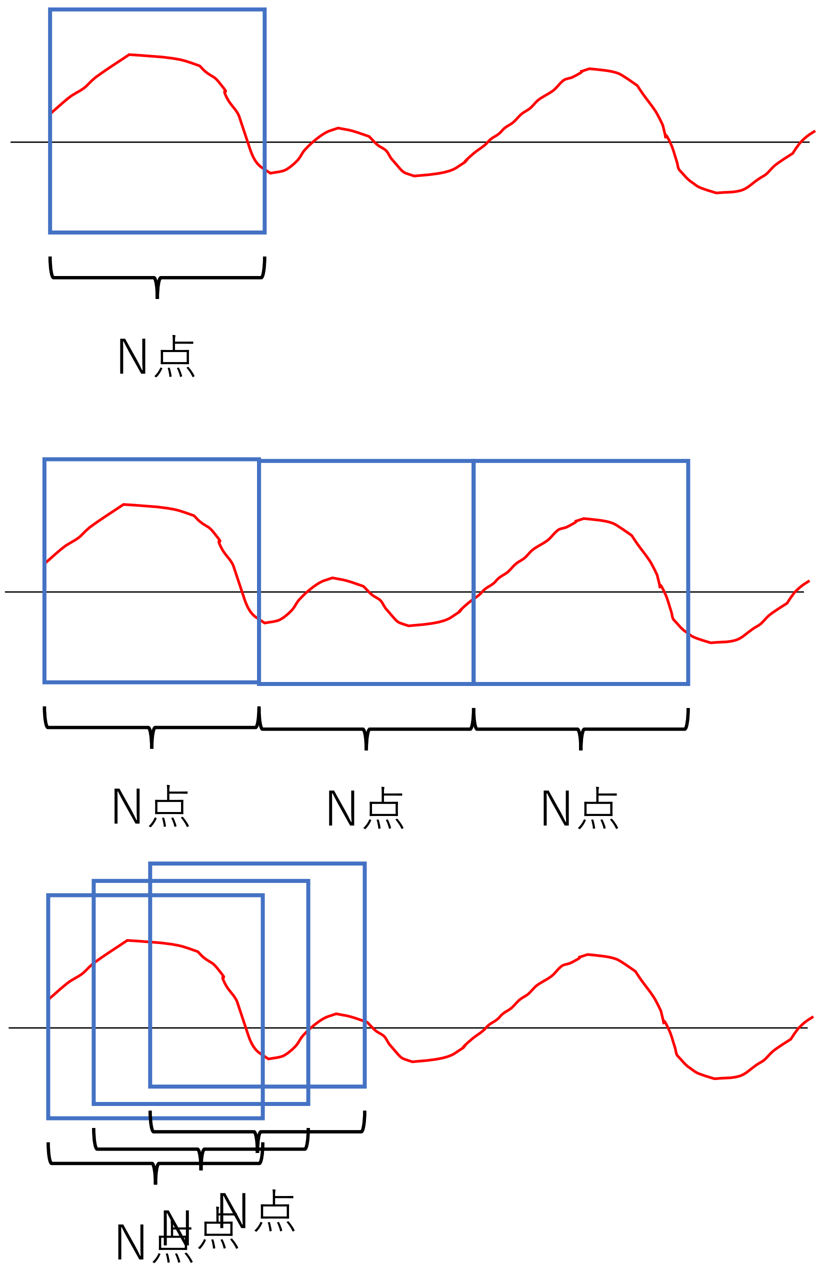
  => いくつか問題もあり

サンプリング

- 物理的な信号データは連続値
- 連続値から離散値へ（サンプリング）
- 解析対象のN点を抜き出す
- N点以外はどうやって解析する？

- 順次おこなう？
- 重なってもOK

- どれくらいのデータが必要か？
- 計算機のスペック依存



エイリアシング除去

- サンプリング定理の条件を満たす必要あり

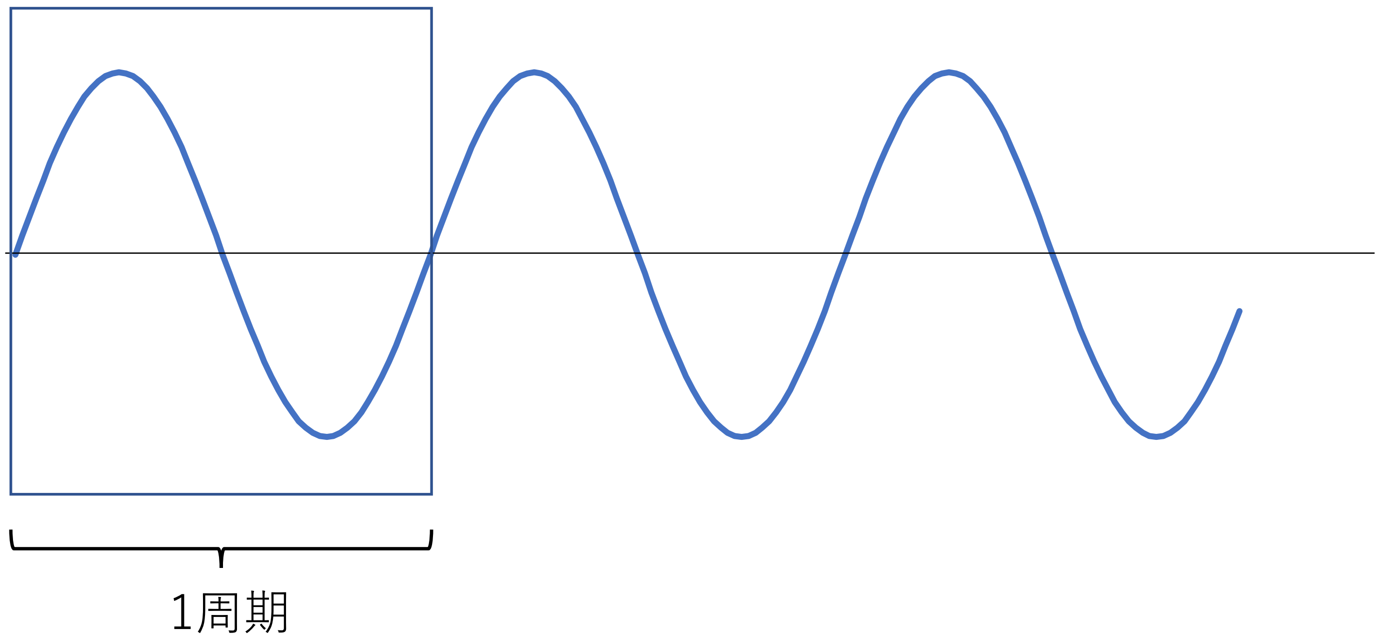
- エイリアシング = 折り返し雑音 の除去
- つまり，ナイキスト周波数以上の成分を除去
- ローパスフィルタをかける

- アナログのデータで実施（サンプリングの前）
  - サンプリングしたらエイリアシングが入ってきてしまう

切り出し

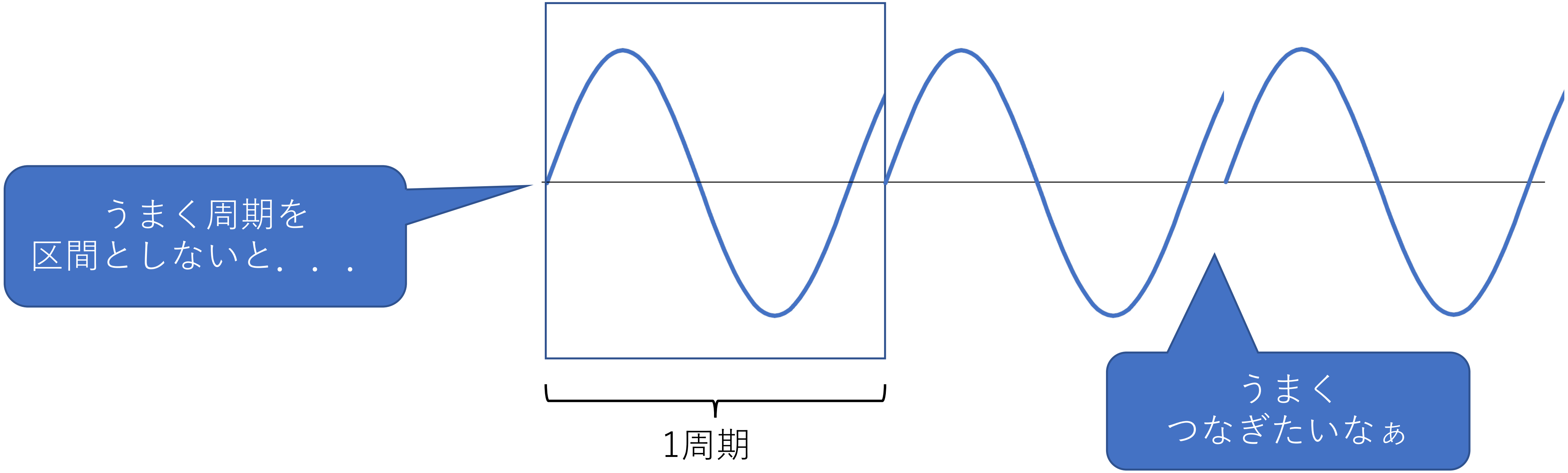
- 離散フーリエ変換は
- 時間データが周期的であることを前提としている

- 例えば，sin波
- 図の区間が理想的

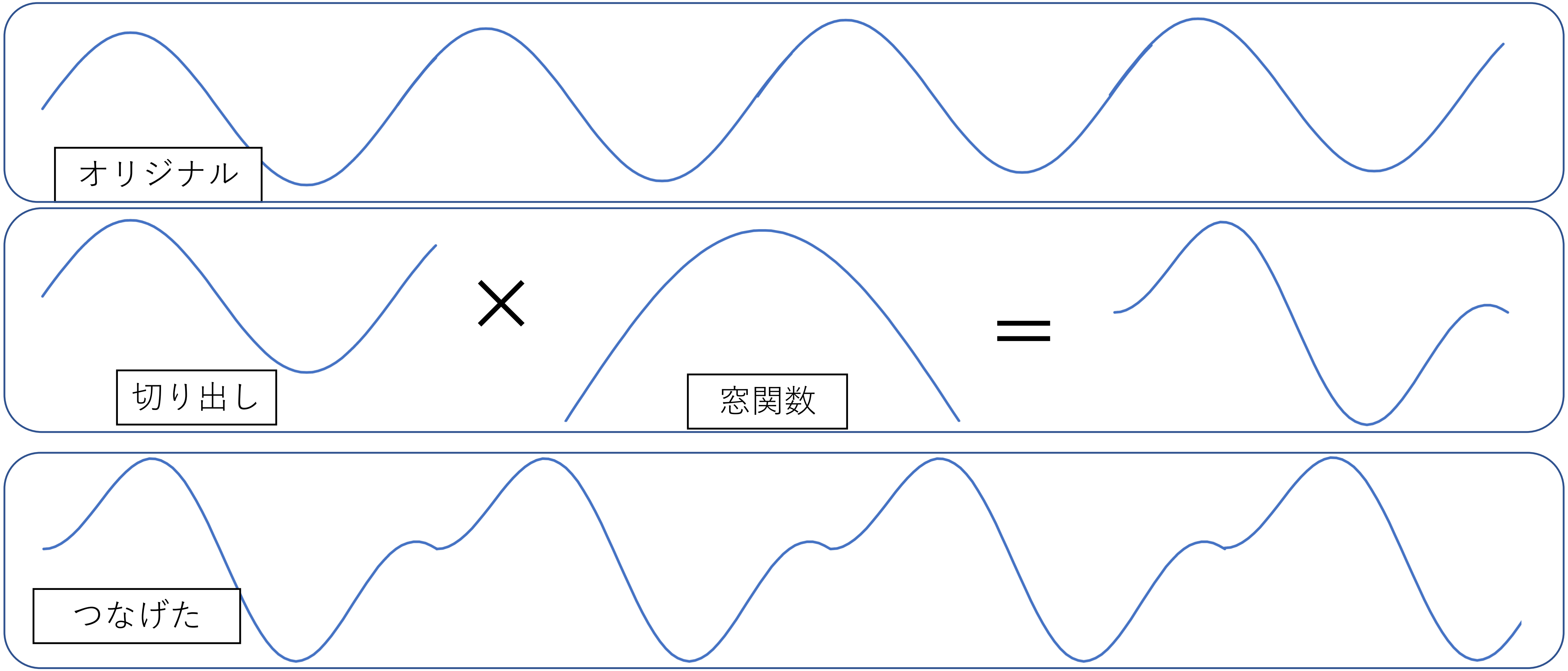


解析するデータの周期はわからない

- 解析しようとしているので，データの周期はわからない
- 変な区間を切り出すと，
- 切り出した部分が周期的になる



うまくつなげる（両端が0の関数をかける）



- こんな接続でよい？？ 切り出した不連続の接続よりはよい

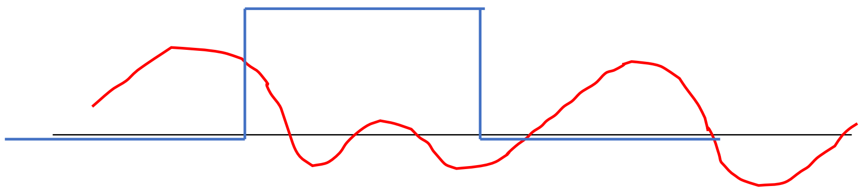
窓関数

- 窓関数（まどかんすう、英: window function）
  - ある有限区間以外で0となる関数である。
  - ある関数や信号（データ）に窓関数が掛け合わせられると、区間外は0になり、有限区間内だけが残るので、無限回の計算が不要になり数値解析が容易になる。

Wikipediaより

窓関数：矩形関数

- ただ切り出すだけ
- $w_{rect}[n] = \begin{cases} 1 & n = 0, 1, \dots, N-1 \\ 0 & otherwise \end{cases}$
- $x_w[n] = w_{rect}[n] x[n]$

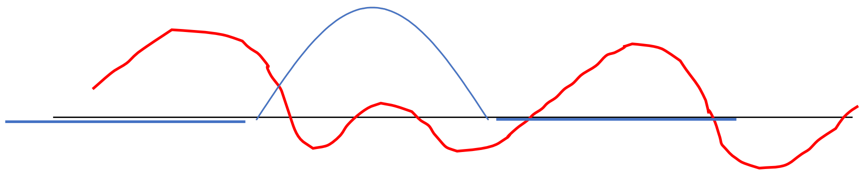


窓関数：ハミング窓

- なめらかに切り出す
- $w_{hamming}[n] = \begin{cases} 0.54 - 0.46\cos\frac{2\pi n}{N} & n = 0, 1, \dots, N-1 \\ 0 & otherwise \end{cases}$

MATLAB ハミング窓の実装
MyHamming.m

```
function [win] = MyHamming(N)
n = (0:N-1)';
win = 0.54 - 0.46 * cos(2*pi*n/N);
end
```



窓関数の性能

- 窓関数はオリジナルデータと掛け合わせる
- 積のフーリエ変換はフーリエ変換の畳み込み

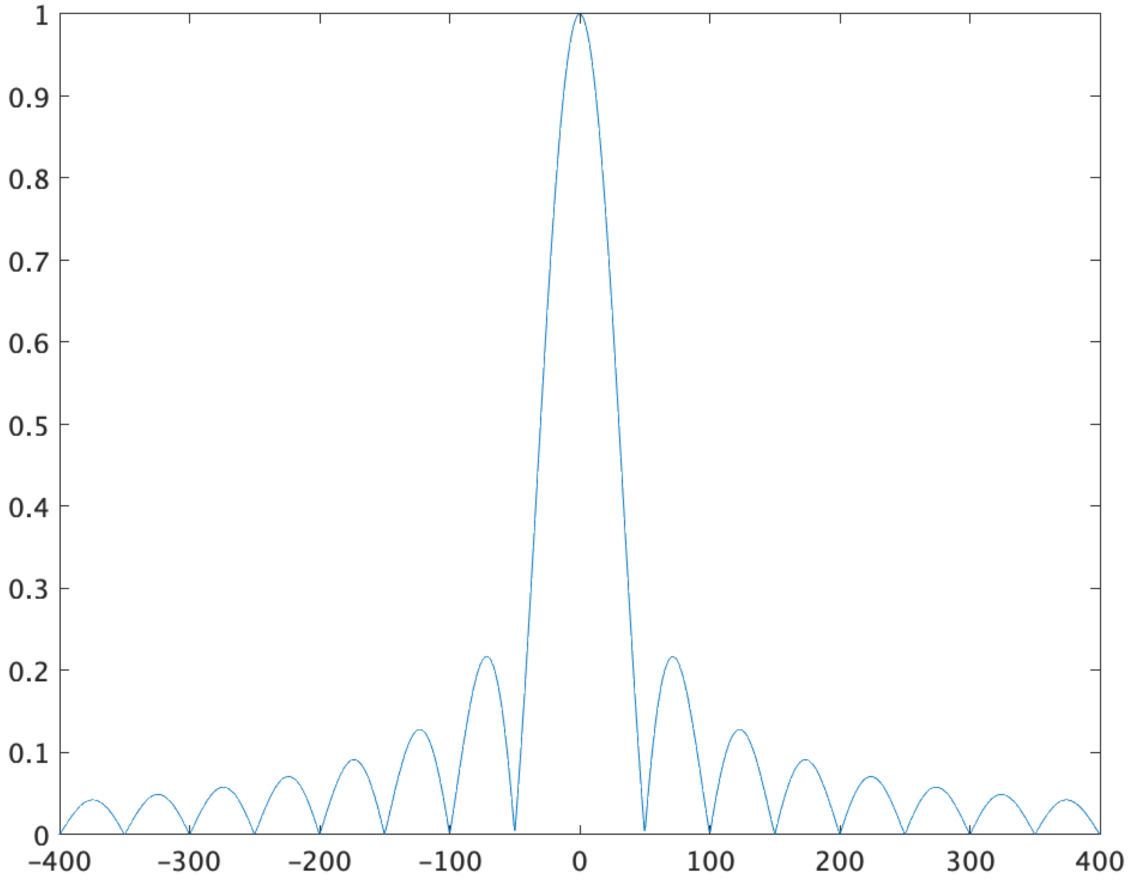
- 窓関数の離散フーリエ変換の形が特徴となる

矩形窓$w_{rec}[n]$の離散フーリエ変換$W_{rec}[n]$

```
fs = 44100;
N = round(fs * 0.02);
fft_size = 65536;
win_rect = ones(N, 1);
W_rec = fftshift(abs(fft(win_rect, fft_size)));
W_rec = W_rec/max(W_rec);

w=(0:fft_size-1)' * fs/fft_size - fs/2;
plot(w, W_rec);
xlim([-400 400])
```

DFTのN

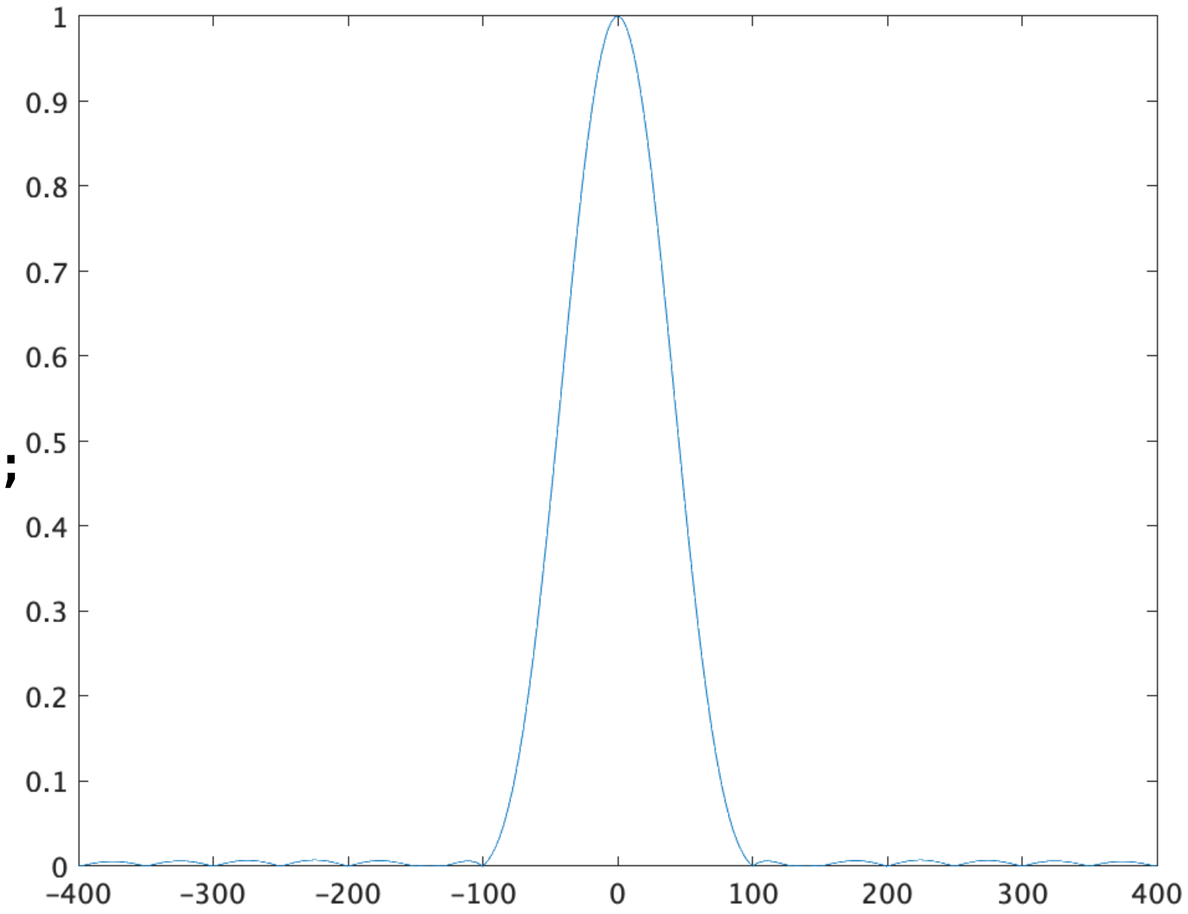


fftshift()
0を中央にシフト

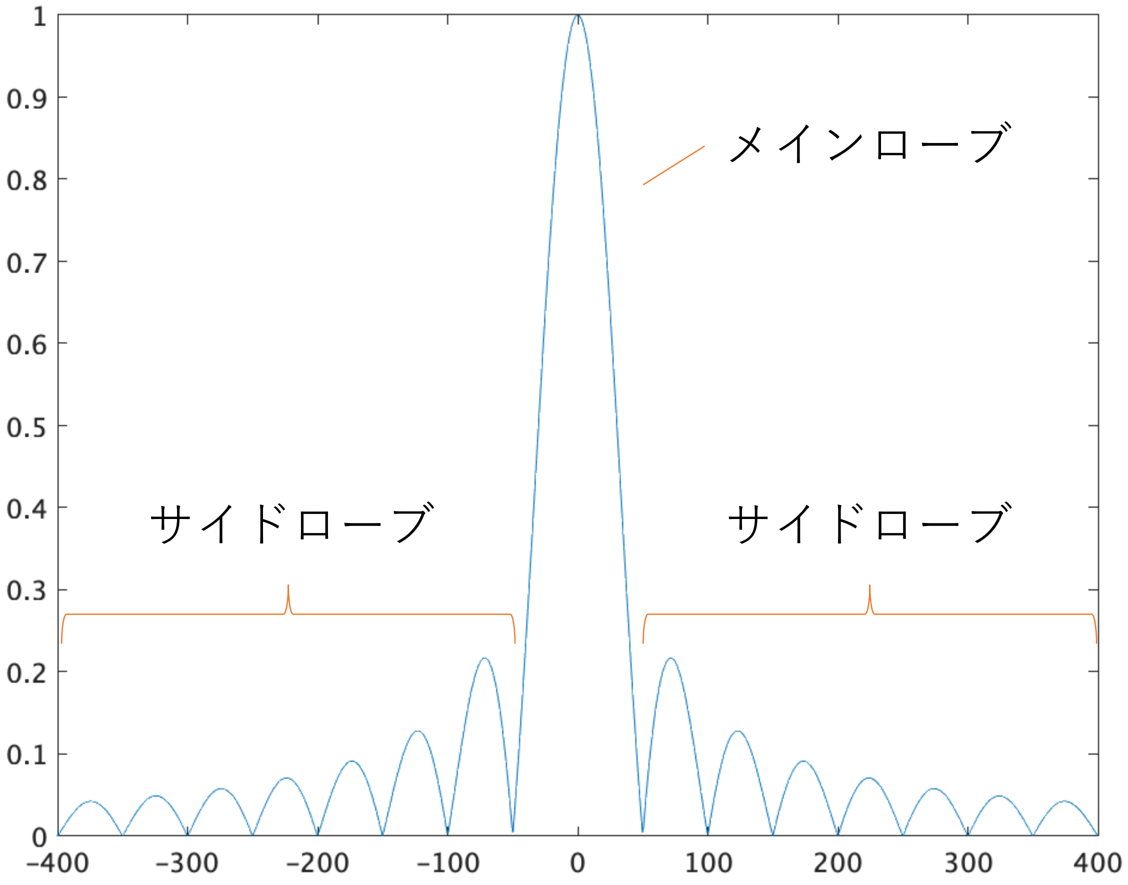
ハミング窓$w_{ham}[n]$のDFT $W_{ham}[n]$

```
win_han = MyHanning(N);
W_han = fftshift(abs(fft(win_han,
fft_size)));
W_han = W_han/max(W_han);

w=(0:fft_size-1)' * fs/fft_size - fs/2;
plot(w, W_han);
xlim([-400 400])
```

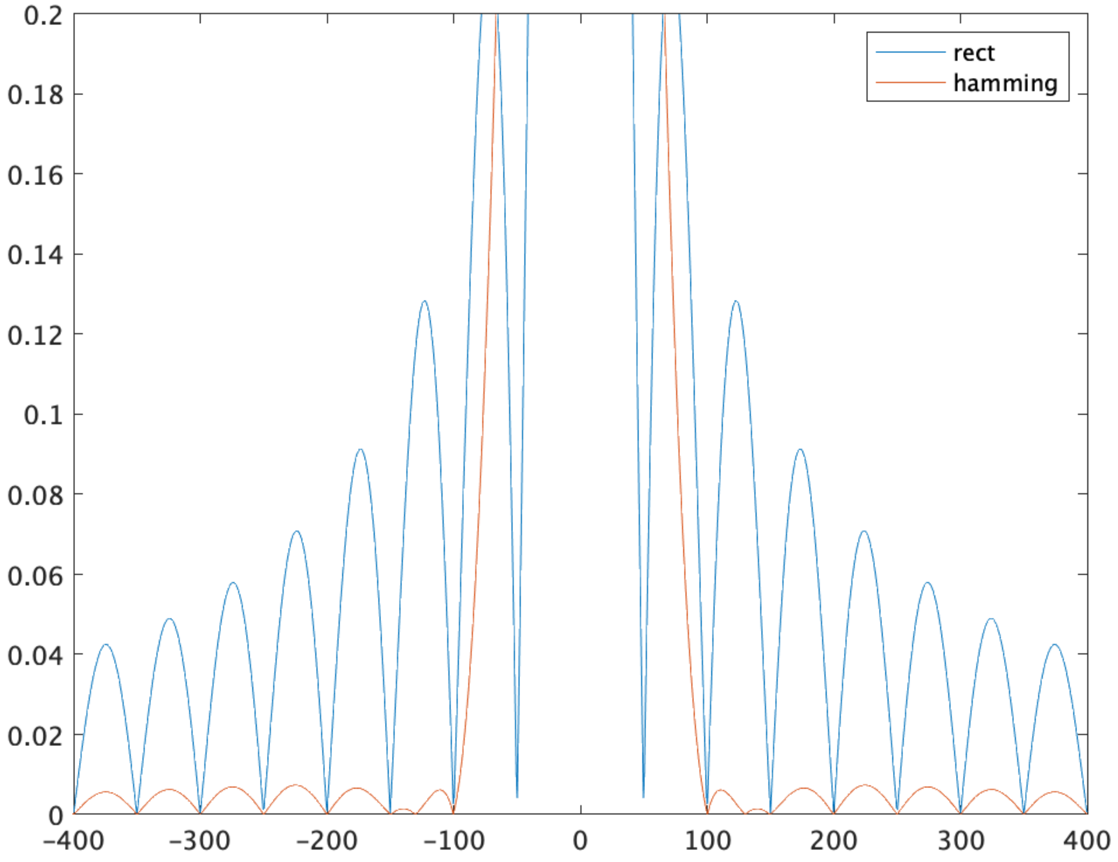


メインローブとサイドローブ



- メインローブ
  - なるべく細く
  - 近接したピークがあってもくっつかないように
- サイドローブ
  - なるべく低く，減衰も速く
  - 遠くまで影響を及ばさないように

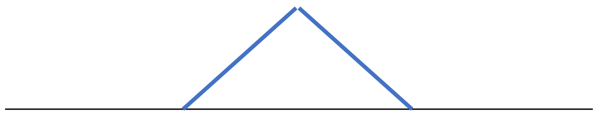
矩形窓とハミング窓の比較



- メインローブ
  - 矩形窓の方が細い
- サイドローブ
  - ハミング窓の方が低い

そのほかの窓

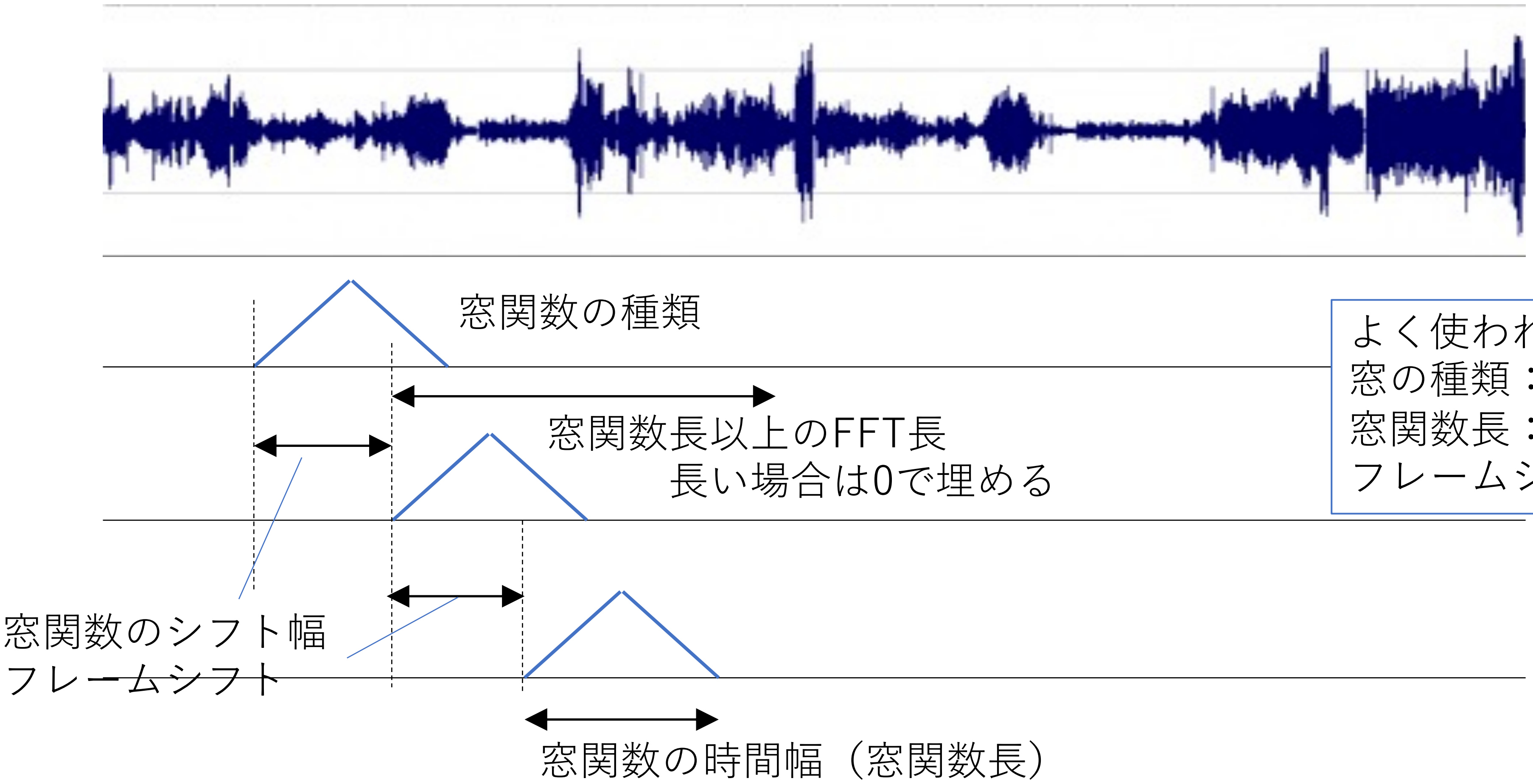
- 三角窓（Bartlett窓）



- ハニング窓 (hanning)
  - $w_{hanning}[n] = \begin{cases} 0.5 - 0.5\cos\frac{2\pi n}{N} & n = 0, 1, \ldots, N-1 \\ 0 & otherwise \end{cases}$
- ブラックマン
  - $w_{bla}[n] = \begin{cases} 0.423 - 0.498\cos\frac{2\pi n}{N} + 0.0792\cos\frac{2\pi \cdot 2n}{N} & n = 0, 1, \ldots, N-1 \\ 0 & otherwise \end{cases}$
- 他にもwikipediaにたくさん載っています

短時間フーリエ変換

- STFT (Short-time Fourier transform)



よく使われる設定（音声）
窓の種類：ハミングorハニング
窓関数長：20-30ms程度
フレームシフト：5-20ms

まとめ

- 信号データの周波数解析
- 窓関数
- STFT

宿題

1. そのほかの例としてあげている窓関数をDFTして，メインローブとサイドローブを比較しなさい

2. 鐘の音などのサンプルデータから任意の1秒程度をSTFTで解析しなさい
   - すでにサンプリングされているのでローパスフィルタは考えなくてよいです
   - おおよそ鳴り始めから1秒のデータがよいでしょう
   - パラメータは任意でかまいません（粗くてOK）
   - 各フレームのスペクトル（パワーor振幅のみでOK）を作成する
   - Signal processing toolは使わない

3. 余裕があったら，任意の音データをSTFTで解析しなさい

サンプルデータ（pass: DataAnalysis）
https://tus.box.com/s/vvm2pq3klmwuwwzpxuxib87ygx0cm2s0

宿題の提出

- 提出物
  - レポート形式 + mファイルやmlxファイル
  - など
- 提出方法と締切
  - LETUS
  - 1/15 23:59

最終レポート課題

- 授業に関連したテーマを各自作成し，取り組んでください
- 例えば
  - FFTのアルゴリズムを調べて，手計算をしてみるとか
  - 4つのフーリエ変換についてまとめなおすとか
  - MATLABでdftmtx関数を調べてみるとか（signal processing toolboxが必要）
    - 自分で作ってみる？
  - 一般化パーセバルの等式を導出するとか
  - フィルタについてしらべてみるとか
  - ・・・

※ サンプリング定理と，STFTをつかった解析は来週やるので演習のテーマとしては注意

最終レポートの提出

- 提出物
  - レポート形式（PDFでも手書きでも）
  - mファイルやmlxファイル
  - など，適宜ファイルを使う
- 提出方法と締切
  - LETUS
  - 1/15 23:59