1

論理数学I（14回目）

創域理工学部　情報計算科学科
桂田　浩一

5/9/2023

2

前回の復習

- 組み合わせ禁止のある関数の最小積和標準形の求め方

5/9/2023

3

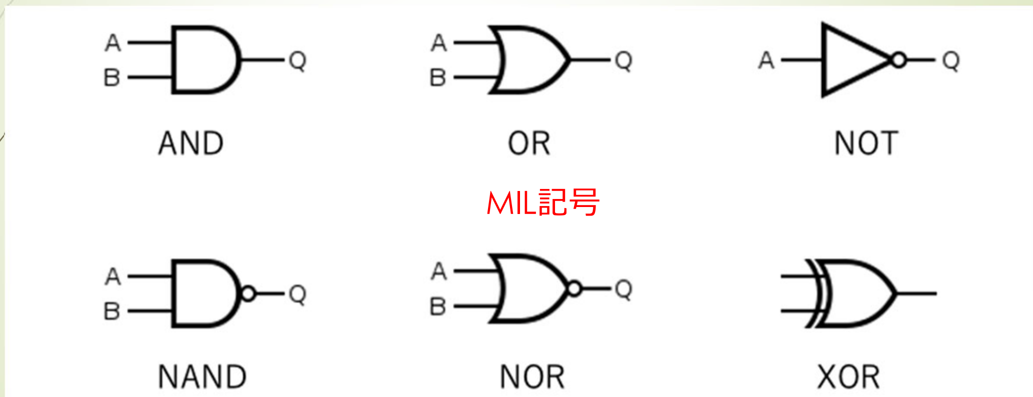
今日の内容

- 順序回路，状態遷移図

5/9/2023

論理回路と図としての表記

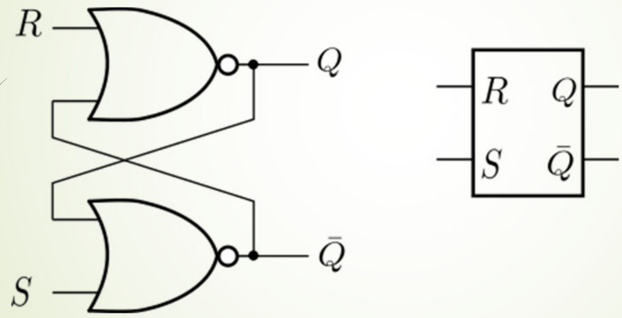
- 論理回路：論理演算を行う回路



https://webty.jp/staffblog/study/3663/

フリップフロップ（記憶素子）

- 論理回路で記憶を実現する



RSフリップフロップ

https://eng.kice.tokyo/logic/rsff/

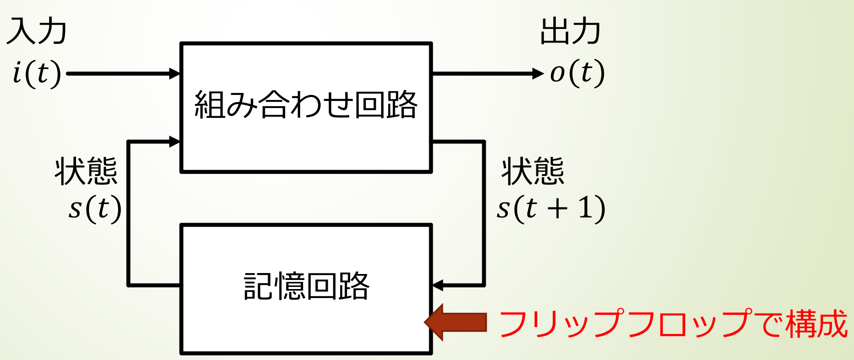
R	S	Q'	$\bar{Q}'$	
0	0	Q	$\bar{Q}$	記憶
0	1	1	0	
1	0	0	1	
1	1	禁止	禁止	

R=S=0にするタイミングで
Qの値が不定になるため

順序回路

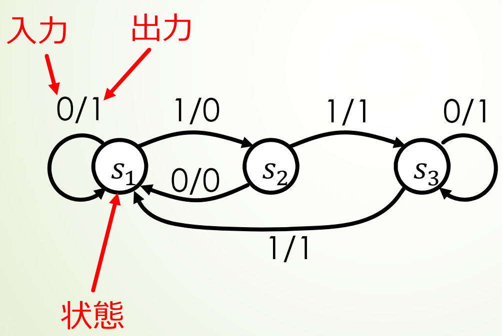
「状態」とみなせる

- 記憶回路に記憶された値と現在の入力によって出力が決まる回路



状態遷移図，状態遷移表

- ある状態である入力があった場合に，何を出力してどの状態に変化するかを表したもの

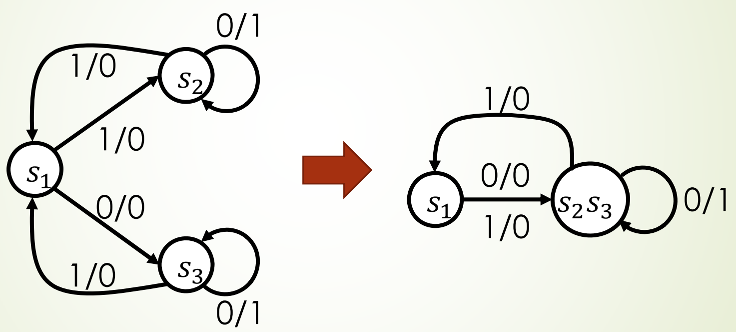


入力

s \ I	**0**	**1**
s_1	$s_1/1$	$s_2/0$
s_2	$s_1/0$	$s_3/1$
s_3	$s_3/1$	$s_1/1$

遷移先の状態　出力

順序回路（状態遷移表）の簡単化（１）



順序回路（状態遷移表）の簡単化（２）

1. 同じ入力に対して同じ状態に遷移し，同じ出力をするものを探して，一つにまとめる

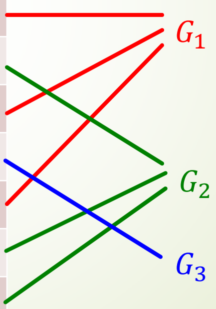
s ＼ I	0	1
a	c/1	b/0
b	c/0	f/0
c	e/1	b/0
d	g/1	a/1
e	f/1	h/0
f	c/1	b/0
g	d/0	c/0
h	e/0	c/0

s ＼ I	0	1
a=f	c/1	b/0
b	c/0	f/0
c	e/1	b/0
d	g/1	a/1
e	f/1	h/0
g	d/0	c/0
h	e/0	c/0

順序回路（状態遷移表）の簡単化（３）

2. 同じ入力に対して同じ出力をするものをグループ化する

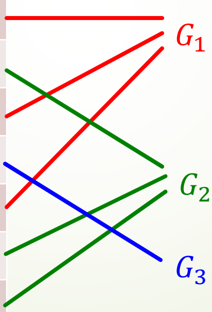
s ＼ I	0	1
a=f	c/1	b/0
b	c/0	f/0
c	e/1	b/0
d	g/1	a/1
e	f/1	h/0
g	d/0	c/0
h	e/0	c/0



順序回路（状態遷移表）の簡単化（４）

3. 遷移先をグループ名で表す

s \ I	0	1
a=f	c/1	b/0
b	c/0	f/0
c	e/1	b/0
d	g/1	a/1
e	f/1	h/0
g	d/0	c/0
h	e/0	c/0



	s \ I	0	1
G_1	a=f	c(G_1)	b(G_2)
	c	e(G_1)	b(G_2)
	e	f(G_1)	h(G_2)
G_2	b	c(G_1)	f(G_1)
	g	d(G_3)	c(G_1)
	h	e(G_1)	c(G_1)
G_3	d	g(G_2)	a(G_1)

順序回路（状態遷移表）の簡単化（５）

4. 異なるグループ名に遷移するものを分割する
（分割がなくなるまで繰り返す）

	s \ I	0	1
G_1	a=f	c(G_1)	b(G_2)
	c	e(G_1)	b(G_2)
	e	f(G_1)	h(G_2)
G_2	b	c(G_1)	f(G_1)
	g	d(G_3)	c(G_1)
	h	e(G_1)	c(G_1)
G_3	d	g(G_2)	a(G_1)

	s \ I	0	1
G_1	a=f	c(G_1)	b(G_2)
	c	e(G_1)	b(G_2)
	e	f(G_1)	h(G_2)
G_2	b	c(G_1)	f(G_1)
	h	e(G_1)	c(G_1)
G_3	d	g(G_4)	a(G_1)
G_4	g	d(G_3)	c(G_1)

順序回路（状態遷移表）の簡単化（6）

5. グループ名を状態名として状態遷移表を作る

	s \ I	0	1
G_1	a=f	c(G_1)	b(G_2)
	c	e(G_1)	b(G_2)
	e	f(G_1)	h(G_2)
G_2	b	c(G_1)	f(G_1)
	h	e(G_1)	c(G_1)
G_3	d	g(G_4)	a(G_1)
G_4	g	d(G_3)	c(G_1)

→

s \ I	0	1
s_1	$s_1/1$	$s_2/0$
s_2	$s_1/0$	$s_1/0$
s_3	$s_4/1$	$s_1/1$
s_4	$s_3/0$	$s_1/0$

状態遷移表から論理回路への変換（1）

- 状態を二進数で表す

s \ I	0	1
s_1	$s_1/1$	$s_2/0$
s_2	$s_1/0$	$s_1/0$
s_3	$s_4/1$	$s_1/1$
s_4	$s_3/0$	$s_1/0$

→

$q_1\ q_2$ \ I	0	1
0 0	0 0/1	0 1/0
0 1	0 0/0	0 0/0
1 1	1 0/1	0 0/1
1 0	1 1/0	0 0/0

注）状態を二進数で表す方法の簡略化については教科書を参照のこと

状態遷移表から論理回路への変換（2）

- ビットごとに分割する

$q_1\,q_2$ \ I	0	1
0 0	0 0/1	0 1/0
0 1	0 0/0	0 0/0
1 1	1 0/1	0 0/1
1 0	1 1/0	0 0/0

$q_1' = q_1\bar{I}$

$q_1\,q_2$ \ I	0	1
0 0	0	0
0 1	0	0
1 1	1	0
1 0	1	0

$q_2' = q_1\overline{q_2}\bar{I} \vee \overline{q_1}\,\overline{q_2}I$

$q_1\,q_2$ \ I	0	1
0 0	0	1
0 1	0	0
1 1	0	0
1 0	1	0

$Out = q_1q_2 \vee \overline{q_1}\,\overline{q_2}\bar{I}$

$q_1\,q_2$ \ I	0	1
0 0	1	0
0 1	0	0
1 1	1	1
1 0	0	0

RSフリップフロップの特性方程式

- フリップフロップの次状態q'をR，S，qの式で表す

$R\ S$	q'	$\bar{q}'$
0 0	q	$\bar{q}$
0 1	1	0
1 0	0	1
1 1	禁止	禁止

R=S=0にするタイミングで
Qの値が不定になるため

RS \ q	0	1
0 0	0	1
0 1	1	1
1 1	*	*
1 0	0	0

$$\begin{cases} q' = S \vee \bar{R}q \\ RS = 0 \end{cases}$$

状態遷移表から論理回路への変換（3）

- 論理代数方程式を解き，フリップフロップへの入力 R，Sを求める

$q_1' = q_1\bar{I}$

$q_1\ q_2 \backslash I$	0	1
0 0	0	0
0 1	0	0
1 1	1	0
1 0	1	0

特性方程式

$$\begin{cases} q_1' = S_1 \lor \overline{R_1} q_1 = q_1\bar{I} \\ R_1 S_1 = 0 \end{cases}$$

R_1	q_1
S_1	$\overline{q_1}$

これを S_1，R_1 について解くと $S_1 = 0$，$R_1 = q_1 I$ が解の一つとして求まる（途中，任意定数を0とした）

状態遷移表から論理回路への変換（4）

- 論理代数方程式を解き，フリップフロップへの入力 R，Sを求める

$q_2' = q_1\overline{q_2}\bar{I} \lor \overline{q_1}\,\overline{q_2} I$

$q_1\ q_2 \backslash I$	0	1
0 0	0	1
0 1	0	0
1 1	0	0
1 0	1	0

特性方程式

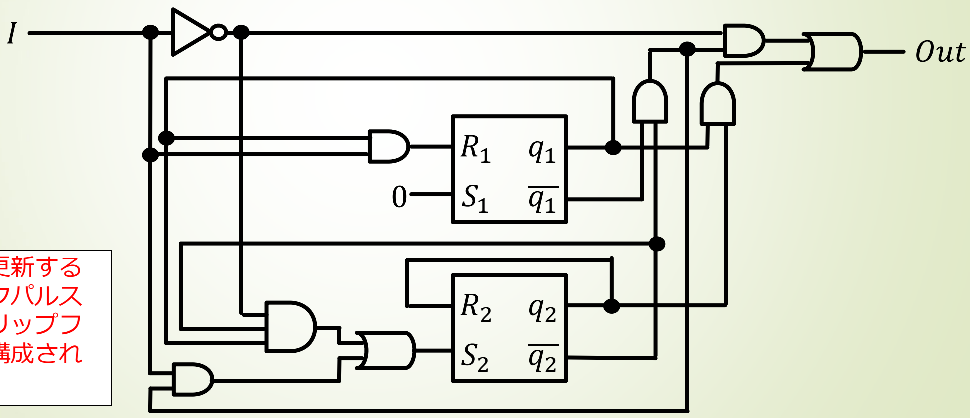
$$\begin{cases} q_2' = S_2 \lor \overline{R_2} q_2 = q_1\overline{q_2}\bar{I} \lor \overline{q_1}\,\overline{q_2} I \\ R_2 S_2 = 0 \end{cases}$$

R_2	q_2
S_2	$\overline{q_2}$

これを S_2，R_2 について解くと $S_2 = q_1\overline{q_2}\bar{I} \lor \overline{q_1}\,\overline{q_2} I$，$R_2 = q_2$ が解の一つとして求まる（途中，任意定数を0とした）

状態遷移表から論理回路への変換（５）

- 以上より，$S_1 = 0$，$R_1 = q_1 I$，$S_2 = q_1 \overline{q_2} \bar{I} \vee \overline{q_1}\,\overline{q_2} I$，$R_2 = q_2$，$Out = q_1 q_2 \vee \overline{q_1}\,\overline{q_2} \bar{I}$



注）実際には，値を更新するタイミング（クロックパルス等）を考慮できるフリップフロップで論理回路が構成される