

統計学 3 中間レポート

2023/12/11 までに LETUS から PDF で提出（提出締め切り厳守）

- 1 11/6 の講義中に伝えた、フィッシャーの線形判別関数を導出する際の

$$\lambda = \frac{\{\mathbf{w}^T(\bar{\mathbf{x}}_1 - \bar{\mathbf{x}}_2)\}^2}{\mathbf{w}^T \mathbf{S} \mathbf{w}}$$

を最大にする \mathbf{w} が

$$\mathbf{w} = \mathbf{S}^{-1}(\bar{\mathbf{x}}_1 - \bar{\mathbf{x}}_2)$$

となることを示せ。記号の定義等は講義の板書の通りとする。

- 2 非線形回帰において、基底関数をガウス型基底関数

$$b_j(\mathbf{x}) = \exp\left(-\frac{\|\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}_j\|^2}{2S_j^2}\right) \quad (j = 1, 2, \dots, m)$$

としたときの \mathbf{w} と σ^2 の正則化最尤推定量を求めよ。（正則化対数尤度関数をそれぞれのパラメータで偏微分して求めること）

ここで、

$$\bar{\mathbf{x}}_j = \frac{1}{n_j} \sum_{i \in C_j} \mathbf{x}_i, \quad n_j = \#C_j;$$
$$S_j^2 = \frac{1}{n_j} \sum_{i \in C_j} \|\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}_j\|^2$$

である。

- 3 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$ が $m \times m$ 行列 \mathbf{A} の固有値のとき、次を示せ。

$$\mathbf{A} > \mathbf{O} \iff \lambda_i > 0 \text{ for all } i.$$

- 4 $m \times n$ 行列 \mathbf{A} について、 $\text{rank}(\mathbf{A}) = r$ とする。このとき、

(1) $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ は r 個の正の固有値をもつことを示せ。

(2) $r = n$ ならば $\mathbf{A}^T \mathbf{A} > \mathbf{O}$ を示せ。

以上。