1

論理数学I（13回目）

創域理工学部　情報計算科学科
桂田　浩一

5/9/2023

2

前回の復習

- タイソン法を用いた最小積和標準形の求め方

5/9/2023

3

今日の内容

- 組合せ禁止

4

組合せ禁止（don't care）

- 入力として生じない組合せ
- （ある入力に対して）出力が何でもよい

上のいずれかのとき，その入力を「組合せ禁止」という

組合せ禁止を含まない関数：　完全定義関数

組合せ禁止を含む関数：　不完全定義関数

組合せ禁止の表記

2変数関数で $(x_1, x_2) = (0, 1)$ が組合せ禁止のとき，$\overline{x_1} x_2 = 0$ と表す.

（$(x_1, x_2) = (1, 0)$も禁止なら$\overline{x_1} x_2 \vee x_1 \overline{x_2} = 0$ と表す）

5

不完全定義関数の簡単化（カルノー図を使った方法）

- $\varphi = x_1\overline{x_2}\,\overline{x_3} \vee x_2x_3x_4 \vee \overline{x_2}x_3x_4 \vee \overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_3}\,\overline{x_4}$ であり，組合せ禁止が $f = \overline{x_1}x_2\overline{x_3} \vee x_1x_2\overline{x_3}\,\overline{x_4} = 0$ とする．

φのカルノー図

x_1x_2 \ x_3x_4	0 0	0 1	1 1	1 0
0 0	1		1	
0 1	*	*	1	
1 1	*		1	
1 0	1	1	1	

組合せ禁止に該当するセルを＊で埋める

ループを見つける（1と＊を含むループを見つける）

1の欄の必須項を求めて，最小積和形を求める（＊は含まなくても良い）

$$\varphi = \overline{x_3}\,\overline{x_4} \vee x_3x_4 \vee \begin{Bmatrix} x_1\overline{x_2}\,\overline{x_3} \\ x_1\overline{x_2}x_4 \end{Bmatrix}$$

6

不完全定義関数の簡単化（クワイン・マクラスキー法を使った方法）

- $\varphi = x_1\overline{x_2}\,\overline{x_3} \vee x_2x_3x_4 \vee \overline{x_2}x_3x_4 \vee \overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_3}\,\overline{x_4}$ であり，組合せ禁止が $f = \overline{x_1}x_2\overline{x_3} \vee x_1x_2\overline{x_3}\,\overline{x_4} = 0$ とする．

1. 組合せ禁止の積項も含めて主積和標準形にする．

$$\varphi = x_1\overline{x_2}\,\overline{x_3}\,\overline{x_4} \vee x_1\overline{x_2}\,\overline{x_3}x_4 \vee x_1x_2x_3x_4 \vee \overline{x_1}x_2x_3x_4 \vee x_1\overline{x_2}x_3x_4 \vee \overline{x_1}\,\overline{x_2}x_3x_4 \vee \overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_3}\,\overline{x_4}$$

$$f = \overline{x_1}x_2\overline{x_3}x_4 \vee \overline{x_1}x_2\overline{x_3}\,\overline{x_4} \vee x_1x_2\overline{x_3}\,\overline{x_4}$$

5/9/2023

7

不完全定義関数の簡単化（クワイン・マクラスキー法を使った方法）

2. 全ての最小項に名前を付けて併合操作を行う.

$$\varphi = x_1\overline{x_2}\,\overline{x_3}\,\overline{x_4} \vee x_1\overline{x_2}\,\overline{x_3}x_4 \vee x_1x_2x_3x_4 \vee \overline{x_1}x_2x_3x_4 \vee x_1\overline{x_2}x_3x_4 \vee \overline{x_1}\,\overline{x_2}x_3x_4 \vee \overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_3}\,\overline{x_4}$$

$$f = \overline{x_1}x_2\overline{x_3}x_4 \vee \overline{x_1}x_2\overline{x_3}\,\overline{x_4} \vee x_1x_2\overline{x_3}\,\overline{x_4}$$

$x_1\overline{x_2}\,\overline{x_3}\,\overline{x_4}$:	1000	{⑧}	$\overline{x_1}\,\overline{x_2}x_3x_4$:	0011	{③}
$x_1\overline{x_2}\,\overline{x_3}x_4$:	1001	{⑨}	$\overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_3}\,\overline{x_4}$:	0000	{⓪}
$x_1x_2x_3x_4$:	1111	{⑮}	$\overline{x_1}x_2\overline{x_3}x_4$:	0101	{⑤}
$\overline{x_1}x_2x_3x_4$:	0111	{⑦}	$\overline{x_1}x_2\overline{x_3}\,\overline{x_4}$:	0100	{④}
$x_1\overline{x_2}x_3x_4$:	1011	{⑪}	$x_1x_2\overline{x_3}\,\overline{x_4}$:	1100	{⑫}

5/9/2023

8

不完全定義関数の簡単化（クワイン・マクラスキー法を使った方法）

2. 全ての最小項に名前を付けて併合操作を行う.

✓	$\overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_3}\,\overline{x_4}$:	0000	{⓪}		0-00	{⓪, ④}
✓	$\overline{x_1}x_2\overline{x_3}\,\overline{x_4}$:	0100	{④}		-000	{⓪, ⑧}
✓	$x_1\overline{x_2}\,\overline{x_3}\,\overline{x_4}$:	1000	{⑧}		010-	{④, ⑤}
✓	$\overline{x_1}\,\overline{x_2}x_3x_4$:	0011	{③}		-100	{④, ⑫}
✓	$\overline{x_1}x_2\overline{x_3}x_4$:	0101	{⑤}	⇒	100-	{⑧, ⑨}
✓	$x_1\overline{x_2}\,\overline{x_3}x_4$:	1001	{⑨}		1-00	{⑧, ⑫}
✓	$x_1x_2\overline{x_3}\,\overline{x_4}$:	1100	{⑫}		0-11	{③, ⑦}
✓	$\overline{x_1}x_2x_3x_4$:	0111	{⑦}		-011	{③, ⑪}
✓	$x_1\overline{x_2}x_3x_4$:	1011	{⑪}		01-1	{⑤, ⑦}
✓	$x_1x_2x_3x_4$:	1111	{⑮}		10-1	{⑨, ⑪}
					-111	{⑦, ⑮}
					1-11	{⑪, ⑮}

5/9/2023

9

不完全定義関数の簡単化（クワイン・マクラスキー法を使った方法）

2. 全ての最小項に名前を付けて併合操作を行う.

	✓	0-00	{⓪, ④}
	✓	-000	{⓪, ⑧}
$\overline{x_1}x_2\overline{x_3}$		010-	{④, ⑤}
	✓	-100	{④, ⑫}
$x_1\overline{x_2}\,\overline{x_3}$		100-	{⑧, ⑨}
	✓	1-00	{⑧, ⑫}
	✓	0-11	{③, ⑦}
	✓	-011	{③, ⑪}
$\overline{x_1}x_2x_4$		01-1	{⑤, ⑦}
$x_1\overline{x_2}x_4$		10-1	{⑨, ⑪}
	✓	-111	{⑦, ⑮}
	✓	1-11	{⑪, ⑮}

⇒

$\overline{x_3}\,\overline{x_4}$	--00	{⓪, ④, ⑧, ⑫}
x_3x_4	--11	{③, ⑦, ⑪, ⑮}

5/9/2023

10

不完全定義関数の簡単化（クワイン・マクラスキー法を使った方法）

3. 被覆表を作り，ペトリックの方程式を作り，最小積和形を求める.

被覆表 ⇐ 組合せ禁止の最小項は列に含めない

	⓪	③	⑦	⑧	⑨	⑪	⑮
$\overline{x_1}x_2\overline{x_3}$							
$x_1\overline{x_2}\,\overline{x_3}$				×	×		
$\overline{x_1}x_2x_4$			×				
$x_1\overline{x_2}x_4$					×	×	
$\overline{x_3}\,\overline{x_4}$	×			×			
x_3x_4		×	×			×	×

5/9/2023

11

不完全定義関数の簡単化（クワイン・マクラスキー法を使った方法）

3. 被覆表を作り，ペトリックの方程式を作り，最小積和形を求める．

被覆表

		⓪ (1)	③ (1)	⑦ (3)	⑧ (3)	⑨	⑪ (3)	⑮ (1)	
	$\overline{x_1}x_2x_3$								
	$x_1\overline{x_2}\,\overline{x_3}$				×	×			
	$\overline{x_1}x_2x_4$			×					
	$x_1\overline{x_2}x_4$					×	×		必須項
(2)	$\overline{x_3}\,\overline{x_4}$	×			×				$\overline{x_3}\,\overline{x_4}$
(2)	x_3x_4		×	×			×	×	x_3x_4

5/9/2023

12

不完全定義関数の簡単化（クワイン・マクラスキー法を使った方法）

3. 被覆表を作り，ペトリックの方程式を作り，最小積和形を求める．

被覆表

	⑨
$\overline{x_1}x_2x_3$	
$x_1\overline{x_2}\,\overline{x_3}$	×
$\overline{x_1}x_2x_4$	
$x_1\overline{x_2}x_4$	×

必須項 $\overline{x_3}\,\overline{x_4}$ x_3x_4

- 全てリテラル数は同じなので行は削除しない
- 列は一つしかない
- 追加の必須項は存在しない

ペトリックの方程式 $x_1\overline{x_2}\,\overline{x_3} \vee x_1\overline{x_2}x_4 = 1$

以上より$\varphi(x_1, x_2, x_3, x_4)$の最小積和標準形は

$$\varphi(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_3}\,\overline{x_4} \vee x_3x_4 \vee \begin{Bmatrix} x_1\overline{x_2}\,\overline{x_3} \\ x_1\overline{x_2}x_4 \end{Bmatrix}$$

5/9/2023

13

不完全定義関数の簡単化（タイソン法を使った方法）

1. 組合せ禁止の積項も含めて積項を求めて Π に含める．
2. 以下，タイソン法を実行する．

- 組合せ禁止も含めた主項（クワイン・マクラスキー法のキューブの併合操作で得られる積項）までは求まる．
- 主項間の包含関係が求まっても最小積和標準形が求まらない場合がある．

5/9/2023

14

出題予定の演習課題

- 不完全定義関数の最小積和標準形を求める．

5/9/2023