TUGAS BESAR 1 IF2123 ALJABAR LINIER DAN GEOMETRI 2022/2023

Disusun Oleh :

Ilham Akbar	13521068
Louis Caesa Kesuma	13521069
Addin Munawwar Yusuf	13521085

TEKNIK INFORMATIKA

SEKOLAH TEKNIK ELEKTRO DAN INFORMATIKA

INSTITUT TEKNOLOGI BANDUNG

2022

BAB I DESKRIPSI MASALAH

Sistem persamaan linier (SPL) banyak ditemukan di dalam bidang sains dan rekayasa. Anda sudah mempelajari berbagai metode untuk menyelesaikan SPL, termasuk menghitung determinan matrix. Sembarang SPL dapat diselesaikan dengan beberapa metode, yaitu metode eliminasi Gauss, metode eliminasi Gauss-Jordan, metode matrix balikan ($x = A^{-1}b$), dan kaidah *Cramer* (khusus untuk SPL dengan n peubah dan n persamaan). Solusi sebuah SPL mungkin tidak ada, banyak (tidak berhingga), atau hanya satu (unik/tunggal).

Di dalam Tugas Besar 1 ini, anda diminta membuat satu atau lebih *library* aljabar linier dalam Bahasa Java. Library tersebut berisi fungsi-fungsi seperti eliminasi Gauss, eliminasi Gauss-Jordan, menentukan balikan matrix, menghitung determinan, kaidah Cramer (kaidah Cramer khusus untuk SPL dengan n peubah dan n persamaan). Selanjutnya, gunakan *library* tersebut di dalam program Java untuk menyelesaikan berbagai persoalan yang dimodelkan dalam bentuk SPL, menyelesaikan persoalan interpolasi, dan persoalan regresi. Penjelasan tentang interpolasi dan regresi adalah seperti di bawah ini.

I. Interpolasi Polinom

Persoalan interpolasi polinom adalah sebagai berikut: Diberikan n+1 buah titik berbeda, (x_0, y_0), (x_1, y_1), ..., (x_n, y_n). Tentukan polinom $p_n(x)$ yang menginterpolasi (melewati) semua titik-titik tersebut sedemikian rupa sehingga $y_i = p_n(x_i)$ untuk i = 0, 1, 2, …, n.

(i) Sistem persamaan linier (SPL) $Ax = b$ dengan n peubah (*variable*) dan m persamaan adalah berbentuk

$$
\begin{array}{l}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\
\qquad\quad \vdots \qquad\qquad\quad \vdots \\
a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m
\end{array}
$$

yang dalam hal ini *xi* adalah peubah, *aij* dan *bi* adalah koefisien Î R. Sembarang SPL dapat diselesaikan dengan beberapa metode, yaitu metode eliminasi Gauss, metode eliminasi Gauss-Jordan, metode matrix balikan (x = A-1b), dan kaidah *Cramer* (khusus untuk SPL dengan n pebuah dan n persamaan). Solusi sebuah SPL mungkin tidak ada, banyak, atau hanya satu (unik/tunggal).

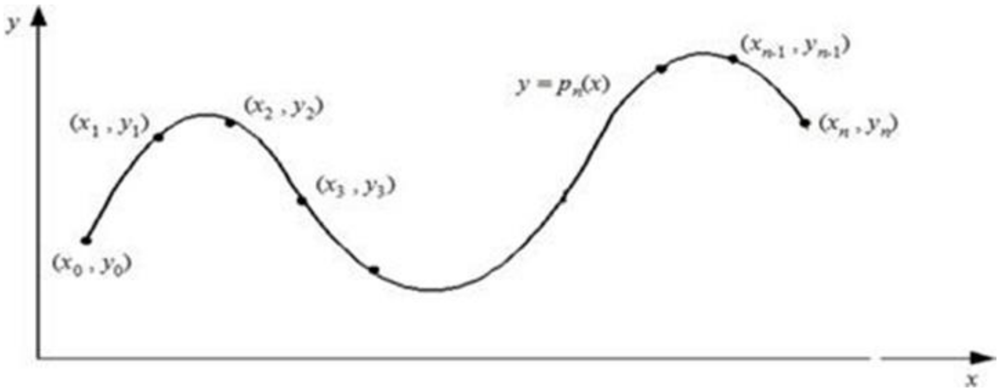
(ii) Sebuah matrix *M* berukuran *n* ´ *n*

$$M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & \cdots & m_{1n} \\ m_{21} & m_{22} & \cdots & m_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ m_{n1} & m_{n2} & \cdots & m_{nn} \end{bmatrix}$$

determinannya adalah

$$\det(M) = \begin{vmatrix} m_{11} & m_{12} & \cdots & m_{1n} \\ m_{21} & m_{22} & \cdots & m_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ m_{n1} & m_{n2} & \cdots & m_{nn} \end{vmatrix}$$

(iii) Balikan (*inverse*) matrix *M* berukuran *n* ´ *n* dapat dihitung dengan banyak cara: menggunakan metode eliminasi Gauss-Jordan dan menggunakan matrix adjoin.



Kembali ke sistem persamaan linier (SPL). SPL memiliki banyak aplikasi dalam bidang sains dan rekayasa, salah satunya adalah mengestimasi nilai fungsi dengan interpolasi polinom. Persoalan interpolasi polinom adalah sebagai berikut: Diberikan *n*+1 buah titik berbeda, (*x*0, *y*0), (*x*1, *y*1), ..., (*xn*, *yn*). Tentukan polinom *pn*(*x*) yang menginterpolasi (melewati) semua titik-titik tersebut sedemikian rupa sehingga *yi* = *pn*(*xi*) untuk *i* = 0, 1, 2, …, *n*.

Setelah polinom interpolasi *pn*(*x*) ditemukan, *pn*(*x*) dapat digunakan untuk menghitung perkiraan nilai *y* di sembarang titik di dalam selang [*x*0, *xn*].

Polinom interpolasi derajat *n* yang menginterplolasi titik-titik (*x*0, *y*0), (*x*1, *y*1), ..., (*xn*, *yn*). adalah berbentuk *pn*(*x*) = *a*0 + *a*1*x* + *a*2*x*^{2} + … + *anx*^{n}. Jika hanya ada dua titik, (*x*0, *y*0) dan (*x*1, *y*1), maka polinom yang menginterpolasi kedua titik tersebut adalah *p*1(*x*) = *a*0 + *a*1*x* yaitu berupa persamaan garis lurus. Jika tersedia tiga titik, (*x*0, *y*0), (*x*1, *y*1), dan (*x*2, *y*2), maka polinom yang menginterpolasi ketiga titik tersebut adalah *p*2(*x*) = *a*0 + *a*1*x* + *a*2*x*^{2} atau persaman kuadrat dan kurvanya berupa parabola. Jika tersedia empat titik, ($x0$, $y0$), ($x1$, $y1$), ($x2$, $y2$), dan ($x3$, $y3$), polinom yang menginterpolasi keempat titik tersebut adalah $p3(x) = a0 + a1x + a2x^2 + a3x^3$, demikian seterusnya. Dengan cara yang sama kita dapat membuat polinom interpolasi berderajat n untuk n yang lebih tinggi asalkan tersedia (n+1) buah titik data. Dengan menyulihkan (xi, yi) ke dalam persamaan polinom $pn(x) = a0 + a1x + a2x^2 + \ldots + anx^n$ untuk i = 0, 1, 2, …, n, akan diperoleh n buah sistem persamaan lanjar dalam $a0$, $a1$, $a2$, …, an,

$$
\begin{aligned}
&a_0 + a_1x_0 + a_2x_0^2 + \ldots + a_n x_0^n = y_0 \\
&a_0 + a_1x_1 + a_2x_1^2 + \ldots + a_n x_1^n = y_1 \\
&\ldots \qquad\qquad\quad \ldots \\
&a_0 + a_1x_n + a_2x_n^2 + \ldots + a_n x_n^n = y_n
\end{aligned}
$$

Solusi sistem persamaan lanjar ini, yaitu nilai $a0$, $a1$, …, an, diperoleh dengan menggunakan metode eliminasi Gauss yang sudah anda pelajari. Sebagai contoh, misalkan diberikan tiga buah titik yaitu (8.0, 2.0794), (9.0, 2.1972), dan (9.5, 2.2513). Tentukan polinom interpolasi kuadratik lalu estimasi nilai fungsi pada x = 9.2. Polinom kuadratik berbentuk $p2(x) = a0 + a1x + a2x^2$. Dengan menyulihkan ketiga buah titik data ke dalam polinom tersebut, diperoleh sistem persamaan lanjar yang terbentuk adalah

$$
\begin{aligned}
a_0 + 8.0a_1 + 64.00a_2 &= 2.0794 \\
a_0 + 9.0a_1 + 81.00a_2 &= 2.1972 \\
a_0 + 9.5a_1 + 90.25a_2 &= 2.2513
\end{aligned}
$$

Penyelesaian sistem persamaan dengan metode eliminasi Gauss menghasilkan $a0$ = 0.6762, $a1$ = 0.2266, dan $a2$ = -0.0064. Polinom interpolasi yang melalui ketiga buah titik tersebut adalah $p2(x) = 0.6762 + 0.2266x - 0.0064x^2$. Dengan menggunakan polinom ini, maka nilai fungsi pada x = 9.2 dapat ditaksir sebagai berikut: $p2(9.2) = 0.6762 + 0.2266(9.2) - 0.0064(9.2)2 = 2.2192$.

II. Bicubic Interpolation

Bicubic interpolation merupakan teknik interpolasi pada data 2D umumnya digunakan dalam pembesaran citra yang merupakan pengembangan dari interpolasi linear dan cubic yang telah dipelajari pada kuliah metode numerik di aljabar geometri.

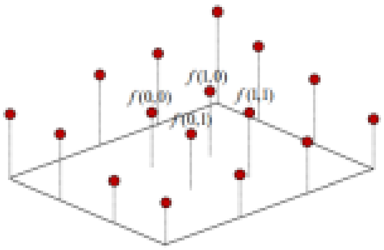
Diberikan sebuah matrix awal, misal M, kita akan mencari persamaan interpolasi *f(x,y)* dengan pemodelan sebagai berikut:

Normalization: $f(0,0), f(1,0)$
$f(0,1), f(1,1)$

Model: $f(x,y) = \sum_{j=0}^{3}\sum_{i=0}^{3} a_{ij} x^i y^j$

$x = -1, 0, 1, 2$

Solve: a_{ij}



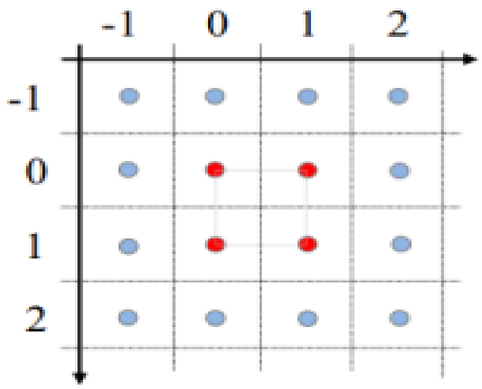
Melakukan substitusi nilai-nilai diketahui pada matrix 4 x 4 tersebut ke persamaan f(x,y) akan menghasilkan sebuah matrix persamaan:

$$y = Xa$$

$$\begin{bmatrix} f(-1,-1) \\ f(0,-1) \\ f(1,-1) \\ f(2,-1) \\ f(-1,0) \\ f(0,0) \\ f(1,0) \\ f(2,0) \\ f(-1,1) \\ f(0,1) \\ f(1,1) \\ f(2,1) \\ f(-1,2) \\ f(0,2) \\ f(1,2) \\ f(2,2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 4 & 8 & -1 & -2 & -4 & -8 & 1 & 2 & 4 & 8 & -1 & -2 & -4 & -8 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 4 & 8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 8 & 1 & 2 & 4 & 8 & 1 & 2 & 4 & 8 & 1 & 2 & 4 & 8 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 2 & -2 & 2 & -2 & 4 & -4 & 4 & -4 & 8 & -8 & 8 & -8 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 8 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 2 & 2 & 4 & 4 & 4 & 4 & 8 & 8 & 8 & 8 \\ 1 & 2 & 4 & 8 & 2 & 4 & 8 & 16 & 4 & 8 & 16 & 32 & 8 & 16 & 32 & 64 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{00} \\ a_{10} \\ a_{20} \\ a_{30} \\ a_{01} \\ a_{11} \\ a_{21} \\ a_{31} \\ a_{02} \\ a_{12} \\ a_{22} \\ a_{32} \\ a_{03} \\ a_{13} \\ a_{23} \\ a_{33} \end{bmatrix}$$

Elemen pada matrix X adalah koefisien a_{ij} yang diperoleh dari persamaan f(x,y) di atas. Sebagai contoh, elemen pada baris 4 kolom ke 10 adalah koefisien dari a_{12} dan diperoleh dari $2^1*(-1)^2 = 2$, sesuai persamaan $x^i * y^j$.

Vektor a dapat dicari dari persamaan tersebut (menggunakan inverse), lalu vektor a digunakan sebagai nilai variabel dalam *f(x,y)*. Sehingga terbentuk fungsi interpolasi bicubic sesuai model. Tugas Anda adalah menentukan persamaan *f(x,y)* lalu melakukan interpolasi berdasarkan *f(a,b)* dari masukan matrix 4 x 4. Nilai masukan *a* dan *b* dalam rentang [0,1] (Referensi gambar di bawah, nilai untuk diinterpolasi dalam kotak merah).



Untuk studi kasus ini, buatlah matrix X menggunakan rumus yang ada (tidak hardcode) serta carilah inverse matrix X dengan library kalian dalam penyelesaian masalah.

III. Regresi Linier Berganda

Regresi Linear (akan dipelajari lebih lanjut di Probabilitas dan Statistika) merupakan salah satu metode untuk memprediksi nilai selain menggunakan Interpolasi Polinom. Meskipun sudah ada rumus jadi untuk menghitung regresi linear sederhana, terdapat rumus umum dari regresi linear yang bisa digunakan untuk regresi linear berganda, yaitu.

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \cdots + \beta_k x_{ki} + \epsilon_i$$

Untuk mendapatkan nilai dari setiap β_i dapat digunakan *Normal Estimation Equation for Multiple Linear Regression* sebagai berikut:

$$\begin{array}{lllllll}
nb_0 + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{1i} & + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{2i} & + & \cdots & + b_k \sum_{i=1}^{n} x_{ki} & = \sum_{i=1}^{n} y_i \\
b_0 \sum_{i=1}^{n} x_{1i} + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{1i}^2 & + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{1i} x_{2i} & + & \cdots & + b_k \sum_{i=1}^{n} x_{1i} x_{ki} & = \sum_{i=1}^{n} x_{1i} y_i \\
\vdots \qquad \vdots & \vdots & & & \vdots & \vdots \\
b_0 \sum_{i=1}^{n} x_{ki} + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{ki} x_{1i} & + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{ki} x_{2i} & + & \cdots & + b_k \sum_{i=1}^{n} x_{ki}^2 & = \sum_{i=1}^{n} x_{ki} y_i
\end{array}$$

Sistem persamaan linier tersebut diselesaikan dengan menggunakan metode eliminasi Gauss.

BAB II TEORI DASAR

1. Eliminasi Gauss

Eliminasi Gauss merupakan operasi yang dilakukan pada sebuah matrix untuk mengubahnya menjadi sebuah matrix eselon. Matrix eselon adalah matrix yang memenuhi kriteria berikut: 1) Baris yang seluruhnya berisi 0 berada dibawah matrix, 2) Entri awalan pada baris yang tidak 0 adalah 1, dan 3) Entri awalan pada baris yang tidak 0 berada disebelah kanan entri awalan baris-baris sebelumnya. Untuk menghasilkan matrix eselon dari sebuah matrix sembarang, Eliminasi Gauss menggunakan operasi baris elementer. Algoritma yang dapat digunakan komputer sebagai berikut:

1) Tukar semua baris sehingga baris dengan jumlah 0 paling sedikit berada diatas dan jumlah 0 paling banyak berada dibawah
2) Mengalikan barisan paling atas sehingga entri awalan bernilai 1 atau baris seluruhnya berisi 0.
3) Menjumlahkan barisan dibawahnya dengan kelipatan baris tersebut sehingga entri awalan baris dibawahnya berada di kanan entri awalan baris tersebut
4) Ulangi langkah kedua untuk baris dibawahnya, hingga tidak ada baris lagi di bawahnya.

2. Eliminasi Gauss-Jordan

Eliminasi Gauss-Jordan merupakan operasi yang dilakukan pada sebuah matrix untuk mengubah matrix tersebut menjadi sebuah matrix eselon tereduksi. Matrix eselon tereduksi serupa dengan matrix eselon pada umumnya, hanya saja semua entri pada kolom diatas dan dibawah entri awalan bernilai 0. Eliminasi Gauss-Jordan, seperti Eliminasi Gauss, menggunakan operasi baris elementer. Algoritma yang dapat digunakan komputer sebagai berikut:

1) Melakukan eliminasi Gauss pada matrix

2) Menjumlahkan baris di atas kedua (bila ada) dengan kelipatan baris tersebut sehingga entri pada kolom di atasnya bernilai 0.
3) Ulangi langkah kedua untuk baris di bawah baris yang ditinjau, hingga tidak ada baris lagi di bawahnya.

3. Determinan

Determinan suatu matrix adalah suatu fungsi skalar dengan domain matrix bujur sangkar. Dengan kata lain, determinan merupakan pemetaan dengan domain berupa matrix bujur sangkar, sementara kodomain berupa suatu nilai skalar. Determinan suatu matrix sering digunakan dalam menganalisa suatu matrix, menentukan solusi sistem persamaan linear dengan aturan cramer, pemeriksaan baris suatu ruang vektor dan lain-lain.

4. Matrix Balikan

Jika sebuah matrix dikali dengan matrix balikannya, atau disebut juga dengan invers dari matrix tersebut, maka akan dihasilkan matrix identitas yang ukurannya sama dengan ukuran kedua matrix tersebut.

$$A \cdot A^{-1} = I$$

Syarat dari bisa-tidaknya dibuat matrix balikan dari sebuah matrix (inversible) adalah matrix tersebut merupakan matrix persegi.

5. Matrix Kofaktor

Sebuah kofaktor adalah merupakan sebuah determinan dari minor dari sebuah matrix. Minor (Mij) dari sebuah matrix A adalah sebuah matrix bagian (sub-matrix) dari matrix A yang mengecualikan baris kolom ke-i dan baris ke-j. Kofaktor memiliki rumus sebagai berikut:

$$Cij = |Mij| \cdot (-1)^{i+j}$$

Matrix kofaktor adalah sebuah matrix yang berisi kofaktor-kofaktor dari matrix tertentu.

6. Matrix Adjoin

Matrix adjoin merupakan transpose dari matrix kofaktor dari sebuah matrix. Transpose merupakan operasi yang menukar semua baris dengan semua kolom pada sebuah matrix.

7. Kaidah Cramer

Kaidah Cramer menyatakan bahwa sebuah sistem persamaan linear $Ax = b$ dapat diselesaikan dengan mengubah A menjadi sebuah matrix. Untuk setiap x_n , nilai dari x_n adalah nilai determinan dari A_n dibagi dengan determinan dari A . A_n adalah matrix A dengan kolom ke-n ditukar dengan nilai-nilai pada b.

8. Interpolasi Polinom

Untuk n-jumlah titik pada sebuah bidang datar, dapat dicari sebuah polinom yang menghubungkannya. Polinom ini dapat dicari dengan menggunakan rumus:

$$\begin{array}{l} a_0 + a_1 x_0 + a_2 x_0^2 + \ldots + a_n x_0^n = y_0 \\ a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_1^2 + \ldots + a_n x_1^n = y_1 \\ \ldots \qquad\qquad \ldots \\ a_0 + a_1 x_n + a_2 x_n^2 + \ldots + a_n x_n^n = y_n \end{array}$$

Xn dan Yn adalah absis dan ordinat dan sebuah titik. An merupakan nilai koefisien dari tiap suku pada polinom yang harus dicari. Setelah mendapatkan semua An, rumus polinom yang dihasilkan adalah:

$$a_o + a1x + a2x^2 + ... + a_nx^n = y$$

9. Interpolasi Bikubik

Interpolasi bikubik merupakan sebuah metode interpolasi yang menggunakan 16 pixel dalam pixel 4x4 tetangga terdekat pada citra aslinya. Dengan menggunakan metode interpolasi bicubic ini dapat membuat tepi-tepi citra hasil lebih halus. Sehingga metode interpolasi bicubic sering digunakan dalam pengeditan perangkat lunak dan banyak kamera digital lainnya. Seiring perkembangannya maka mulai dibentuk berbagai metode interpolasi, salah satunya adalah interpolasi bicubic basis spline, yang mana metode ini juga memanfaatkan 16 pixel tetangga terdekatnya.

BAB III IMPLEMENTASI

Program yang dibuat membagikan kode ke dalam beberapa class berdasarkan kegunaan prosedur-prosedur yang dijalankan, dan tipe data abstrak yang dibuat. Program ini memuat 1 class program utama, 3 class tipe data abstrak, dan 5 class yang menjalankan prosedur lainnya.

1. Main.java

   Program utama yang hanya menjalankan prosedur menu utama yang terletak pada class Menu.

2. Matrix.java

   Matrix adalah class yang berisi tipe data abstrak matrix. Class matrix dibagi menjadi beberapa bagian:

   a. Atribut - Berisi nilai-nilai yang disimpan pada objek Matrix. Meliputi rowEff dan colEff.
   b. Konstruktor - Berisi pembuat matrix yang dapat menerima array double dua dimensi dan jumlah baris dan kolom.
   c. Selektor - Meliputi method getLastIdxRow, getLastIdxCol, getElmt, setElmt, NbElmt, isSquare.
   d. Fungsi Matrix - Merupakan kelompok fungsi yang dijalankan pada matrix untuk menghasilkan suatu matrix lainnya meliputi copyMatrix.

3. DetCofactor.java

   Class Determinan menyediakan prosedur untuk menjalankan opsi menu metode perhitungan determinan, yaitu metode kofaktor.

4. DetReduction.java

   Class Determinan menyediakan prosedur untuk menjalankan opsi menu metode perhitungan determinan, yaitu metode reduksi baris.

5. InversMat.java

   Class Invers menyediakan prosedur untuk menjalankan dua opsi menu metode perhitungan matrix balikan, yaitu metode reduksi baris dan metode adjoin.

6. Interpolation.java

   Class Interpolasi menyediakan fungsi dan prosedur, yaitu untuk pencarian polinom yang menginterpolasi antara beberapa titik , polinom bikubik dan prosedur input dari file.

7. MatrixOperation.java

   MatrixOperation adalah class yang berisi tipe data abstrak matrix. Class matrix dibagi menjadi beberapa bagian:

a. Input/Output - Memuat prosedur yang dipakai untuk membaca-tulis matrix dari dan ke command line meliputi readMatrix, readSPL, displayMatrix.
b. Operasi dasar - Memuat operasi dasar antar matriks. Meliputi multiplyMatrix.
c. Predikat - Hanya memiliki predikat identityMatrix.

8. SPLCramer.java

Class ini menjalankan pembacaan matriks hingga output hasil dari sebuah SPL dengan menggunakan metode kaidah Cramer.

9. SPLGauss.java

Class ini menjalankan pembacaan matriks hingga output hasil dari sebuah SPL dengan menggunakan 2 metode yaitu eliminasi Gauss dan metode gauss-jordan.

10. SPLInverse.java

Class ini menjalankan pembacaan matriks hingga output hasil dari sebuah SPL dengan menggunakan metode matriks invers.

11. Solution.java

Solution adalah class yang berisi tipe data abstrak matrix. Class matrix dibagi menjadi beberapa bagian:

a. Selektor - Meliputi method getVar, getHasil, getState, setState, setHasil, setVar.
b. Input/output – displaySolution

12. Regression.java

Class Interpolasi hanya menyediakan dua prosedur, yaitu prosedur multiple regresi linier titik dan prosedur input dari file.

13. MainScanner.java

Class MainScanner digunakan untuk membaca input.

14. Converter.java

Class Converter menyediakan fungsi dan prosedur untuk mengubah atau covert matrix dan membaca dari file meliputi readTxt, prereadTxt, matrixToAugmented, augmentedToMatrix, saveFileMatrix dan saveFileSPL.

BAB IV EKSPERIMEN

4.1 Temukan solusi SPL ax = b, berikut :

a.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & 5 & -7 & -5 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & -4 & 2 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}$$

Output

SPL_1a.txt - Notepad

File Edit Format View Help

```
SPL tersebut tidak miliki solusi
```

Analisis : Saat menggunakan metode gauss dan gauss-jordan, matrix dapat diproses namun ternyata SPL tersebut tidak memiliki hasl. Selain itu, persamaan ini tidak dapat diselesaikan dengan menggunakan invers dan cramer karena memiliki determinan 0.

b. Temukan solusi SPL ax = b, berikut :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -3 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & -2 & -1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 5 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Output

SPL_1b.txt - Notepad

File Edit Format View Help

```
x1 = 3.0 + e
x2 = 2.0e
x3 = c
x4 = -1.0 + e
```

Analisis : SPL menghasilkan persamaan parametrik pada gauss dan gauss-jordan, sedangkan invers dan cramer tidak dapat memecahkan SPL ini karena matriks tidak berbentuk persegi.

c. Temukan solusi SPL ax = b, berikut :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Output

SPL_1c.txt - Notepad

File Edit Format View Help

```
x1 = a
x2 = 1.0 - f
x3 = c
x4 = -2.0 - f
x5 = 1.0 + f
```

Analisis : SPL menghasilkan persamaan parametrik pada gauss dan gauss-jordan. Sedangkan invers dan cramer tidak dapat menyelesaikan SPL ini karena matriks tidak berbentuk persegi.

d. Temukan solusi SPL ax = b, berikut :

n = 6

$$H = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \cdots & \frac{1}{n} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \cdots & \frac{1}{n+1} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \cdots & \frac{1}{n+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \frac{1}{n} & \frac{1}{n+1} & \frac{1}{n+2} & \cdots & \frac{1}{2n+1} \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

Output

SPL_1d.1.txt - Notepad

File Edit Format View Help

```
x1 = 25.6264
x2 = -279.03226
x3 = 820.5472
x4 = -723.3055
x5 = -138.74219
```

n = 10

$$H = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \cdots & \frac{1}{n} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \cdots & \frac{1}{n+1} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \cdots & \frac{1}{n+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \frac{1}{n} & \frac{1}{n+1} & \frac{1}{n+2} & \cdots & \frac{1}{2n+1} \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

Output

SPL_1d.2.txt - Notepad

File Edit Format View Help

```
SPL tersebut tidak miliki solusi
```

4.2 Menyelesaikan Matrix Augmented :

a.

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 & -2 & -2 \\ -1 & 2 & -4 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & -3 & -3 \end{bmatrix}.$$

Output

SPL_2a.txt - Notepad

File Edit Format View Help

```
x1 = -1.0 + d
x2 = 2.0c
x3 = c
```

Analisis : Pada soal ini, semua metode dapat menyelesaikan SPL dengan meghasilkan solusi yang sama.

b.

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 8 & 0 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & 4 & 6 \\ -4 & 0 & 6 & 0 & 6 \\ 0 & -2 & 0 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & -4 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Output

SPL_2b.txt - Notepad

File Edit Format View Help

```
x1 = 0
x2 = 6.0 - 4.0d
x3 = 1.0
```

Analisis : Pada soal ini, semua metode dapat menyelesaikan SPL dengan meghasilkan solusi yang sama.

4.3 SPL berbentuk

a. 8x1 + x2 + 3x3 + 2x4 = 0

3 - 2x4 = 1

x1 + 3x2 + 2x3 - x4 = 2

x4 = 3

Output

SPL_3a.txt - Notepad

File Edit Format View Help

```
x1 = -0.22432432
x2 = 0.18243243
x3 = 0.7094595
```

b.

$$
\begin{aligned}
x_7 + x_8 + x_9 &= 13.00 \\
x_4 + x_5 + x_6 &= 15.00 \\
x_1 + x_2 + x_3 &= 8.00 \\
0.04289(x_3 + x_5 + x_7) + 0.75(x_6 + x_8) + 0.61396x_9 &= 14.79 \\
0.91421(x_3 + x_5 + x_7) + 0.25(x_2 + x_4 + x_6 + x_8) &= 14.31 \\
0.04289(x_3 + x_5 + x_7) + 0.75(x_2 + x_4) + 0.61396x_1 &= 3.81 \\
x_3 + x_6 + x_9 &= 18.00 \\
x_2 + x_5 + x_8 &= 12.00 \\
x_1 + x_4 + x_7 &= 6.00 \\
0.04289(x_1 + x_5 + x_9) + 0.75(x_2 + x_6) + 0.61396x_3 &= 10.51 \\
0.91421(x_1 + x_5 + x_9) + 0.25(x_2 + x_4 + x_6 + x_8) &= 16.13 \\
0.04289(x_1 + x_5 + x_9) + 0.75(x_4 + x_8) + 0.61396x_7 &= 7.04
\end{aligned}
$$

Output

SPL_3b.txt - Notepad

File Edit Format View Help

```
SPL tersebut tidak miliki solusi
```

Analisis : Soal tidak dapat diselesaikan dengan matriks balikan dan kaidah cramer karena matriks ini memiliki ukuran 12 x 9 (bukan matriks persegi). Dengan menggunakan gauss dan gauss-jordan, didapat bahwa SPL tersebut tidak memiliki solusi.

4.4 Interpolasi Polinom

a. Gunakan tabel di bawah ini untuk mencari polinom interpolasi dari pasangan titik-titik yang terdapat dalam tabel. Program menerima masukan nilai x yang akan dicari nilai fungsi *f(x)*.

x	0.4	0.7	0.11 0.14 0.17 0.2 0.23
$f(x)$	0.043	0.005	0. 058 0.072 0.1 0.13 0.147

Lakukan pengujian pada nilai nilai default berikut :

x = 0.2 f(x) = ?
x = 0.55 f(x) = ?
x = 0.85 f(x) = ?
x = 1.28 f(x) = ?

Output

Inter_a.txt - Notepad

File Edit Format View Help

```
f(x) = -4363.5859x^6 + 7375.0156x^5 + -4533.2188x^4 + 1284.0078x^3 + -175.1479x^2 + 11.2816x + -0.2202
f(0.2000) = -0.2202 = 0.1299
f(0.5500) = -0.2202 = 2.1976
f(0.8500) = -0.2202 = -68.3931
f(1.2800) = -0.2202 = -3599.6431
```

b. Jumlah kasus positif baru Covid-19 di Indonesia semakin fluktuatif dari hari ke hari. Di bawah ini diperlihatkan jumlah kasus baru Covid-19 di Indonesia mulai dari tanggal 17 Juni 2022 hingga 31 Agustus 2022 :

Tanggal	Tanggal (desimal)	Jumlah Kasus Baru
17/06/2021	6,567	12.624
30/06/2021	7	21.807
08/07/2021	7,258	38.391
14/07/2021	7,451	54.517
17/07/2021	7,548	51.952
26/07/2021	7,839	28.228
05/08/2021	8,161	35.764
15/08/2021	8,484	20.813
22/08/2021	8,709	12.408
31/08/2021	9	10.534

Tanggal (desimal) adalah tanggal yang sudah diolah ke dalam bentuk desimal 3 angka di belakang koma dengan memanfaatkan perhitungan sebagai berikut:

tanggal(desimal) = bulan + (tanggal / jumlah hari pada bulan tersebut)

Sebagai contoh, untuk tanggal 17/06/2022 (dibaca: 17 Juni 2022) diperoleh tanggal(desimal) sebagai berikut:

Tanggal(desimal) = 6 + (17/30) = 6,567

Gunakanlah data di atas dengan memanfaatkan polinom interpolasi untuk melakukan prediksi jumlah kasus baru Covid-19 pada tanggal-tanggal berikut:

a. 16/07/2022
b. 10/08/2022
c. 05/09/2022
d. beserta masukan user lainnya berupa tanggal (desimal) yang sudah diolah dengan asumsi prediksi selalu dilakukan untuk tahun 2022.

Output

Inter_b.txt - Notepad

File Edit Format View Help

```
f(x) = 1397.8580x^9 + -55288.2617x^8 + 721466.2500x^7 + -1228563.0000x^6 + -47583576.0000x^5 + 234654992.0000x^4 + 2767766272.0000x^3 + -33613477888.0000x^2 + 134458097664.0000x + -194503901184.0000
f(7.5161) = -194503901184.0000 = -58785792.0000
f(8.3226) = -194503901184.0000 = -95551488.0000
f(9.1667) = -194503901184.0000 = -152698880.0000
```

Analisis : Hasil yang didapatkan tidak sesuai. Hal ini dikarenakan hasil persamaan regresi dari data yang tersedia koefisien variabelnya sangat besar, hingga melebihi kapasitas yang bisa ditampung oleh tipe data float. Hal ini menyebabkan adanya efek samping, sehingga angka yang didapatkan tidaklah sesuai.

c. Sederhanakan fungsi

$$f(x) = \frac{x^2 + \sqrt{x}}{e^x + x}$$

dengan polinom interpolasi derajat *n* di dalam selang [0, 2]. Sebagai contoh, jika *n* = 5, maka titik-titik *x* yang diambil di dalam selang [0, 2] berjarak *h* = (2 – 0)/5 = 0.4.

Output

Inter_c.txt - Notepad

File Edit Format View Help

```
f(x) = -0.0023x^4 + 0.0167x^3 + -0.1375x^2 + 0.3685x + 0.2926
f(0.4000) = 0.2926 = 0.4190
f(1.0000) = 0.2926 = 0.5380
f(1.5000) = 0.2926 = 0.5807
```

4.5 Interpolasi Bikubik

Diberikan matriks input:

$$\begin{bmatrix} 153 & 59 & 210 & 96 \\ 125 & 161 & 72 & 81 \\ 98 & 101 & 42 & 12 \\ 21 & 51 & 0 & 16 \end{bmatrix}$$

Tentukan nilai:

f(0,0) = ?

f(0.5, 0.5) = ?

f(0.25, 0.75) = ?

f(0.1, 0.9) = ?

Diperoleh hasil :

Bicubic1.txt - Notepad

File Edit Format View Help

```
f(0.0000, 0.0000) = 161.0000
```

Bicubic2.txt - Notepad

File Edit Format View Help

```
f(0.5000, 0.5000) = 97.7266
```

Bicubic3.txt - Notepad

File Edit Format View Help

```
f(0.2500, 0.7500) = 82.5021
```

Bicubic4.txt - Notepad

File Edit Format View Help

```
f(0.1000, 0.9000) = 74.6961
```

4.6 Studi Kasus Regresi Linier Berganda

Diberikan sekumpulan data sesuai pada tabel berikut ini.

Table 12.1: Data for Example 12.1

Nitrous Oxide, y	Humidity, x_1	Temp., x_2	Pressure, x_3	Nitrous Oxide, y	Humidity, x_1	Temp., x_2	Pressure, x_3
0.90	72.4	76.3	29.18	1.07	23.2	76.8	29.38
0.91	41.6	70.3	29.35	0.94	47.4	86.6	29.35
0.96	34.3	77.1	29.24	1.10	31.5	76.9	29.63
0.89	35.1	68.0	29.27	1.10	10.6	86.3	29.56
1.00	10.7	79.0	29.78	1.10	11.2	86.0	29.48
1.10	12.9	67.4	29.39	0.91	73.3	76.3	29.40
1.15	8.3	66.8	29.69	0.87	75.4	77.9	29.28
1.03	20.1	76.9	29.48	0.78	96.6	78.7	29.29
0.77	72.2	77.7	29.09	0.82	107.4	86.8	29.03
1.07	24.0	67.7	29.60	0.95	54.9	70.9	29.37

Source: Charles T. Hare, "Light-Duty Diesel Emission Correction Factors for Ambient Conditions," EPA-600/2-77-116. U.S. Environmental Protection Agency.

Gunakan Normal Estimation Equation for Multiple Linear Regression untuk mendapatkan regresi linear berganda dari data pada tabel di atas, kemudian 13 estimasi nilai Nitrous Oxide apabila Humidity bernilai 50%, temperatur 76°F, dan tekanan udara sebesar 29.30.

Dari data-data tersebut, apabila diterapkan Normal Estimation Equation for Multiple Linear Regression, maka diperoleh sistem persamaan linear sebagai berikut.

20b0 + 863.1b1 + 1530.4b2 + 587.84b3 = 19.42

863.1b0 + 54876.89b1 + 67000.09b2 + 25283.395b3 = 779.477

1530.4b0 + 67000.09b1 + 117912.32b2 + 44976.867b3 = 1483.437

587.84b0 + 25283.395b1 + 44976.867b2 + 17278.5086b3 = 571.1219

Diperoleh hasil :

Regression.txt - Notepad

File Edit Format View Help

```
f(x) = -3.5078 + -0.0026x1 + 0.0008x2 + 0.1543x3
f(x-k) = 0.9425
```

BAB V KESIMPULAN

5.1 Kesimpulan

Matriks sangatlah berguna, kita bisa mengaplikasikan matriks pada interpolasi polinom, interpolasi bikubik, regresi linier berganda, dan mencari solusi dari sistem persamaan linier. Dari hasil yang kami capai, semua fungsionalitas dari spesifikasi sudah berfungsi dengan baik, meskipun pada beberapa studi kasus, ada beberapa efek samping (contoh: angka terlalu besar) yang menyebabkan solusi yang didapatkan tidak tepat.

5.2 Saran

Untuk tubes kali ini, spesifikasi tubesnya sudah sangat jelas, dan respons dari para asisten jika ada yang bertanya pada sheet qna juga sangat cepat, namun masih bisa ditingkatkan lagi. Mungkin untuk spesifikasi tubesnya bisa dibumbui dengan cerita supaya lebih seru.

5.3 Refleksi

Alangkah baiknya kalau output berupa type yang telah terdefinisi, agar untuk menampilkan hasilnya serta menyimpan hasilnya akan lebih mudah. Untuk elemen matriks, akan lebih baik menggunakan tipe data double, karena pada beberapa studi kasus di tugas ini, ada beberapa angka yang nilainya sangat besar, bahkan hingga melebihi batas maksimum yang bisa disimpan oleh float. Selain itu, mungkin pada awal pengerjaan tubes, bisa disetujui terlebih dahulu konvensi atau SOP dari pembuatan kode dengan seluruh anggota kelompok, terutama terkait tipe data yang digunakan, konvensi penulisan nama variabel, struktur kode, dan lain-lain.

LAMPIRAN

Link Repository Github:
https://github.com/moonawar/Algeo01-21068

DAFTAR PUSTAKA

edunex.itb.ac.id. (Diakses tanggal 3 Oktober 2022).

en.wikipedia.org. (2022, 21 Mei). Polynomial Interpolation. Diakses pada 26 September 2022.

www.mssc.mu.edu. (Diakses tanggal 30 September 2022).

www.scribbr.com. (2022, 1 Juni). Multiple Linear Regression. Diakses pada 28 September 2022.