Вариант 10

N=10

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| потребители  Поставщики | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | запасы |
| 1 | **22** | **12** | **16** | **13** | **21** | **11** | **178** |
| 2 | **20** | **10** | **18** | **15** | **17** | **23** | **123** |
| 3 | **11** | **15** | **21** | **18** | **12** | **21** | **160** |
| 4 | **14** | **20** | **20** | **13** | **23** | **12** | **169** |
| 5 | **13** | **21** | **19** | **10** | **20** | **14** | **110** |
| Потребности | **153** | **117** | **141** | **203** | **105** | **173** |  |

Запасы ∑a = 178 + 123 + 160 + 169 + 110 = 740

Потребности ∑b = 153 + 117 + 141 + 203 + 105 + 173 = 892

=> задача открытая. Добавим фиктивного поставщика 6 с запасом продукции равным 152:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 22 | 12 | 16 | 13 | 21 | 11 | 178 |
| 2 | 20 | 10 | 18 | 15 | 17 | 23 | 123 |
| 3 | 11 | 15 | 21 | 18 | 12 | 21 | 160 |
| 4 | 14 | 20 | 20 | 13 | 23 | 12 | 169 |
| 5 | 13 | 21 | 19 | 10 | 20 | 14 | 110 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 152 |
| Потребность | 153 | 117 | 141 | 203 | 105 | 173 | 892 |

Этап I

Метод наименьшей стоимости

Ищем ячейку с наименьшим значением: c22=10. Для нее запасы = 123, потребности = 117. Поскольку минимальным является 117, то вычитаем его.

x22 = min(123,117) = 117

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 22 | 12 | 16 | 13 | 21 | 11 | 178 |
| 2 | 20 | **10** | 18 | 15 | 17 | 23 | 123-117=6 |
| 3 | 11 | 15 | 21 | 18 | 12 | 21 | 160 |
| 4 | 14 | 20 | 20 | 13 | 23 | 12 | 169 |
| 5 | 13 | 21 | 19 | 10 | 20 | 14 | 110 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 152 |
| Потребность | 153 | 117-117=0 | 141 | 203 | 105 | 173 |  |

c54=10

x54 = min(110,203) = 110

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 22 | 12 | 16 | 13 | 21 | 11 | 178 |
| 2 | 20 | **10|117** | 18 | 15 | 17 | 23 | 6 |
| 3 | 11 | 15 | 21 | 18 | 12 | 21 | 160 |
| 4 | 14 | 20 | 20 | 13 | 23 | 12 | 169 |
| 5 | 13 | 21 | 19 | **10** | 20 | 14 | 110-110=0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 152 |
| Потребность | 153 | 0 | 141 | 203-110=93 | 105 | 173 |  |

c16=11

x16 = min(178,173) = 173

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 22 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 20 | 12 | 16 | 13 | 21 | **11** | 178-173=5 |
| 2 | 11 | **10|117** | 18 | 15 | 17 | 23 | 6 |
| 3 | 14 | 15 | 21 | 18 | 12 | 21 | 160 |
| 4 | 13 | 20 | 20 | 13 | 23 | 12 | 169 |
| 5 | 0 | 21 | 19 | **10|110** | 20 | 14 | 0 |
| 6 | 22 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 152 |
| Потребность | 153 | 0 | 141 | 93 | 105 | 173-173=0 |  |

c31=11.

x31 = min(160,153) = 153.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 22 | 12 | 16 | 13 | 21 | 11|173 | 5 |
| 2 | 20 | 10|117 | 18 | 15 | 17 | 23 | 6 |
| 3 | **11** | 15 | 21 | 18 | 12 | 21 | 160-153=7 |
| 4 | 14 | 20 | 20 | 13 | 23 | 12 | 169 |
| 5 | 13 | 21 | 19 | 10|110 | 20 | 14 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 152 |
| Потребность | 153-153=0 | 0 | 141 | 93 | 105 | 0 |  |

c35=12.

x35 = min(7,105) = 7.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 22 | 12 | 16 | 13 | 21 | 11|173 | 5 |
| 2 | 20 | 10|117 | 18 | 15 | 17 | 23 | 6 |
| 3 | 11|153 | 15 | 21 | 18 | **12** | 21 | 7-7=0 |
| 4 | 14 | 20 | 20 | 13 | 23 | 12 | 169 |
| 5 | 13 | 21 | 19 | 10|110 | 20 | 14 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 152 |
| Потребность | 0 | 0 | 141 | 93 | 105-7=98 | 0 |  |

c14=13.

x14 = min(5,93) = 5.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 22 | 12 | 16 | **13** | 21 | 11|173 | 5-5=0 |
| 2 | 20 | 10|117 | 18 | 15 | 17 | 23 | 6 |
| 3 | 11|153 | 15 | 21 | 18 | 12|7 | 21 | 0 |
| 4 | 14 | 20 | 20 | 13 | 23 | 12 | 169 |
| 5 | 13 | 21 | 19 | 10|110 | 20 | 14 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 152 |
| Потребность | 0 | 0 | 141 | 93-5=88 | 98 | 0 |  |

c44=13.

x44 = min(169,88) = 88.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 22 | 12 | 16 | 13|5 | 21 | 11|173 | 0 |
| 2 | 20 | 10|117 | 18 | 15 | 17 | 23 | 6 |
| 3 | 11|153 | 15 | 21 | 18 | 12|7 | 21 | 0 |
| 4 | 14 | 20 | 20 | **13** | 23 | 12 | 169-88=81 |
| 5 | 13 | 21 | 19 | 10|110 | 20 | 14 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 152 |
| Потребность | 0 | 0 | 141 | 88-88=0 | 98 | 0 |  |

c25=17.

x25 = min(6,98) = 6.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 22 | 12 | 16 | 13|5 | 21 | 11|173 | 0 |
| 2 | 20 | 10|117 | 18 | 15 | **17** | 23 | 6-6=0 |
| 3 | 11|153 | 15 | 21 | 18 | 12|7 | 21 | 0 |
| 4 | 14 | 20 | 20 | 13|88 | 23 | 12 | 81 |
| 5 | 13 | 21 | 19 | 10|110 | 20 | 14 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 152 |
| Потребность | 0 | 0 | 141 | 0 | 98-6=92 | 0 |  |

c43=20.

x43 = min(81,141) = 81.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 22 | 12 | 16 | 13|5 | 21 | 11|173 | 0 |
| 2 | 20 | 10|117 | 18 | 15 | 17|6 | 23 | 0 |
| 3 | 11|153 | 15 | 21 | 18 | 12|7 | 21 | 0 |
| 4 | 14 | 20 | **20** | 13|88 | 23 | 12 | 81-81=0 |
| 5 | 13 | 21 | 19 | 10|110 | 20 | 14 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 152 |
| Потребность | 0 | 0 | 141-81=60 | 0 | 92 | 0 |  |

c63=0.

x63 = min(152,60) = 60.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 22 | 12 | 16 | 13|5 | 21 | 11|173 | 0 |
| 2 | 20 | 10|117 | 18 | 15 | 17|6 | 23 | 0 |
| 3 | 11|153 | 15 | 21 | 18 | 12|7 | 21 | 0 |
| 4 | 14 | 20 | 20|81 | 13|88 | 23 | 12 | 0 |
| 5 | 13 | 21 | 19 | 10|110 | 20 | 14 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | **0** | 0 | 0 | 0 | 152-60=92 |
| Потребность | 0 | 0 | 60-60=0 | 0 | 92 | 0 |  |

c65=0.

x65 = min(92,92) = 92.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 22 | 12 | 16 | 13|5 | 21 | 11|173 | 0 |
| 2 | 20 | 10|117 | 18 | 15 | 17|6 | 23 | 0 |
| 3 | 11|153 | 15 | 21 | 18 | 12|7 | 21 | 0 |
| 4 | 14 | 20 | 20|81 | 13|88 | 23 | 12 | 0 |
| 5 | 13 | 21 | 19 | 10|110 | 20 | 14 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0|60 | 0 | **0** | 0 | 92-92=0 |
| Потребность | 0 | 0 | 0 | 0 | 92-92=0 | 0 |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 22 | 12 | 16 | 13|5 | 21 | 11|173 | 0 |
| 2 | 20 | 10|117 | 18 | 15 | 17|6 | 23 | 0 |
| 3 | 11|153 | 15 | 21 | 18 | 12|7 | 21 | 0 |
| 4 | 14 | 20 | 20|81 | 13|88 | 23 | 12 | 0 |
| 5 | 13 | 21 | 19 | 10|110 | 20 | 14 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0|60 | 0 | 0|92 | 0 | 0 |
| Потребность | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |

В результате получен первый опорный план, который является допустимым, так как все грузы из баз вывезены, потребность потребителей удовлетворена, а план соответствует системе ограничений транспортной задачи.

Подсчитаем число занятых клеток таблицы, их 11, а должно быть m + n - 1 = 11. Следовательно, опорный план является невырожденным.

Значение целевой функции для этого опорного плана равно:

F(x) = 13\*5 + 11\*173 + 10\*117 + 17\*6 + 11\*153 + 12\*7 + 20\*81 + 13\*88 + + 10\*110 + 0\*60 + 0\*92 = 8871

Этап II

Метод потенциалов

U – поставщики, V – потребители. Для базисной ячейки потенциалов поставщика и потребителя должна быть равна тарифу данного маршрута.

ui + vj = cij

Найдем предварительные потенциалы ui, vj. по занятым клеткам таблицы, полагая, что u1 = 0.

|  |
| --- |
| u1 + v4 = 13; 0 + v4 = 13; v4 = 13  u4 + v4 = 13; 13 + u4 = 13; u4 = 0  u4 + v3 = 20; 0 + v3 = 20; v3 = 20  u6 + v3 = 0; 20 + u6 = 0; u6 = -20  u6 + v5 = 0; -20 + v5 = 0; v5 = 20  u2 + v5 = 17; 20 + u2 = 17; u2 = -3  u2 + v2 = 10; -3 + v2 = 10; v2 = 13  u3 + v5 = 12; 20 + u3 = 12; u3 = -8  u3 + v1 = 11; -8 + v1 = 11; v1 = 19  u5 + v4 = 10; 13 + u5 = 10; u5 = -3  u1 + v6 = 11; 0 + v6 = 11; v6 = 11 |
| |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | Поставщик | Потребитель | | | | | | U | | b 1 | b 2 | b3 | b 4 | b 5 | b 6 | | a 1 | 22 | 12 | 16 | 13|5 | 21 | 11|173 | u1 = 0 | | a 2 | 20 | 10|117 | 18 | 15 | 17|6 | 23 | u2 = -3 | | a 3 | 11|153 | 15 | 21 | 18 | 12|7 | 21 | u3 = -8 | | a 4 | 14 | 20 | 20|81 | 13|88 | 23 | 12 | u4 = 0 | | a 5 | 13 | 21 | 19 | 10|110 | 20 | 14 | u5 = -3 | | a 6 | 0 | 0 | 0|60 | 0 | 0|92 | 0 | u6 = -20 | | V | v1 = 19 | v2 = 13 | v3 = 20 | v4 = 13 | v5 = 20 | v6 = 11 |  | |

Существуют свободные клетки, для которых ui + vj > cij:

(1;2): ∆12 = 0 + 13 - 12 = 1 > 0

(1;3): ∆13 = 0 + 20 - 16 = 4 > 0

(4;1): ∆41 = 0 + 19 - 14 = 5 > 0

(5;1): ∆51 = -3 + 19 - 13 = 3 > 0

max(1,4,5,3) = 5

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (4;1): 14. Для этого в перспективную клетку (4;1) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

Цикл: (4,1 → 4,3 → 6,3 → 6,5 → 3,5 → 3,1 → 4,1)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 22 | 12 | 16 | 13|5 | 21 | 11|173 | 0 |
| 2 | 20 | 10|117 | 18 | 15 | 17|6 | 23 | 0 |
| 3 | 11|153(-) | 15 | 21 | 18 | 12|7(+) | 21 | 0 |
| 4 | 14 (+) | 20 | 20|81(-) | 13|88 | 23 | 12 | 0 |
| 5 | 13 | 21 | 19 | 10|110 | 20 | 14 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0|60(+) | 0 | 0|92(-) | 0 | 0 |
| Потребность | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |

Из грузов хij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е.:

min(153,92,81) = 81. Перемещаем 81 по циклу и в результате получим новый опорный план:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 22 | 12 | 16 | 13|5 | 21 | 11|173 | 0 |
| 2 | 20 | 10|117 | 18 | 15 | 17|6 | 23 | 0 |
| 3 | 11|153-81=72 | 15 | 21 | 18 | 12|2+81=88 | 21 | 0 |
| 4 | 14|0+81=81 | 20 | 20|81-81=0 | 13|88 | 23 | 12 | 0 |
| 5 | 13 | 21 | 19 | 10|110 | 20 | 14 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0|60+81=141 | 0 | 0|92-81=11 | 0 | 0 |
| Потребность | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 22 | 12 | 16 | 13|5 | 21 | 11|173 | 0 |
| 2 | 20 | 10|117 | 18 | 15 | 17|6 | 23 | 0 |
| 3 | 11|72 | 15 | 21 | 18 | 12|88 | 21 | 0 |
| 4 | 14|81 | 20 | 20 | 13|88 | 23 | 12 | 0 |
| 5 | 13 | 21 | 19 | 10|110 | 20 | 14 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0|141 | 0 | 0|11 | 0 | 0 |
| Потребность | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |

Опять проверим оптимальность опорного плана. Найдем предварительные потенциалы ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.

u1 + v4 = 13; 0 + v4 = 13; v4 = 13

u4 + v4 = 13; 13 + u4 = 13; u4 = 0

u4 + v1 = 14; 0 + v1 = 14; v1 = 14

u3 + v1 = 11; 14 + u3 = 11; u3 = -3

u3 + v5 = 12; -3 + v5 = 12; v5 = 15

u2 + v5 = 17; 15 + u2 = 17; u2 = 2

u2 + v2 = 10; 2 + v2 = 10; v2 = 8

u6 + v5 = 0; 15 + u6 = 0; u6 = -15

u6 + v3 = 0; -15 + v3 = 0; v3 = 15

u5 + v4 = 10; 13 + u5 = 10; u5 = -3

u1 + v6 = 11; 0 + v6 = 11; v6 = 11

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | U |
| b 1 | b 2 | b3 | b 4 | b 5 | b 6 |
| a 1 | 22 | 12 | 16 | 13|5 | 21 | 11|173 | u1 = 0 |
| a 2 | 20 | 10|117 | 18 | 15 | 17|6 | 23 | u2 = 2 |
| a 3 | 11|72 | 15 | 21 | 18 | 12|88 | 21 | u3 = -3 |
| a 4 | 14|81 | 20 | 20 | 13|88 | 23 | 12 | u4 = 0 |
| a 5 | 13 | 21 | 19 | 10|110 | 20 | 14 | u5 = -3 |
| a 6 | 0 | 0 | 0 | 0|141 | 0|11 | 0 | u6 = -15 |
| V | v1 = 14 | v2 = 8 | v3 = 15 | v4 = 13 | v5 = 15 | v6 = 11 |  |

Опорный план является оптимальным, т.к. все оценки свободных клеток удовлетворяют условию ui + vj ≤ cij.

Минимальные затраты составят:

F(x) = 13\*5 + 11\*173 + 10\*117 + 17\*6 + 11\*72 + 12\*88 + 14\*81 + 13\*88 + 10\*110 + 0\*141 + 0\*11 = 8466

Анализ оптимального плана

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 22 | 12 | 16 | 13|5 | 21 | 11|173 | 178 |
| 2 | 20 | 10|117 | 18 | 15 | 17|6 | 23 | 123 |
| 3 | 11|72 | 15 | 21 | 18 | 12|88 | 21 | 160 |
| 4 | 14|81 | 20 | 20 | 13|88 | 23 | 12 | 169 |
| 5 | 13 | 21 | 19 | 10|110 | 20 | 14 | 110 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0|141 | 0|11 | 0 | 152 |
| Потребность | 153 | 117 | 141 | 203 | 105 | 173 | 892 |

Из 1-го склада необходимо доставить 5 ед. товара 4-му потребителю и 173 ед. товара 6-му потребителю.

Из 2-го склада необходимо доставить 117 ед. товара 2-му потребителю и 6 ед. товара 5-му потребителю.

Из 3-го склада необходимо доставить 72 ед. товара 1-му потребителю и 88 ед. товара 5-му потребителю.

Из 4-го склада необходимо доставить 81 ед. товара 1-му потребителю и 88 ед. товара 4-му потребителю.

Из 5-го склада необходимо доставить 110 ед. товара 4-му потребителю.

Потребность 3-го потребителя остается неудовлетворенной на 141 ед.

Потребность 5-го потребителя остается неудовлетворенной на 105-88-6 =11 ед.

Минимальные затраты составят 8466 денежных единиц.