

1. Conjunto de Mandelbrot

Se trata de un conjunto de numero complejos en un plano complejo basado en los conjuntos de Julia. Los conjuntos de Julia están basados en el método iterativo $z_{n+1} = z_n^2 + C$, en el que tanto z como la constante C son números complejos, el resultado de esta sucesión de números complejos se conoce como órbita, pero en muchas ocasiones esta sucesión tiende a infinito, el matemático y astrónomo Fatou demostró que si existe un elemento en la órbita del complejo z_0 cuyo modulo sea mayor que 2 y que $|C|$, la órbita de z_0 tiende a infinito. Los puntos cuya órbita no se van al infinito se conocen como Conjuntos de Fatou y aquellos puntos que se encuentran en la frontera entre los puntos que escapan y los que no se denomina Conjuntos de Julia. Estos últimos conjuntos creaban patrones muy vistosos, todos conexos o desconexos. Julia y *Fatou* demostraron de forma independiente que con $z_0 = 0$ si la órbita del conjunto tendía a infinito el conjunto de Julia asociado a C era desconexo y en el caso contrario era conexo, a partir de estos hechos sabemos cuando una órbita tienda a infinito y que la órbita del 0 es la que determina si el conjunto de Julia asociado a un numero complejo es C es conexo o no. Basándose en esto *Mandelbrot* encontró los valores de C para los que el conjunto de Julia era conexo y encontró que la posición de estos números era muy curiosa. Este conjunto de valores de C es que conocemos como el Conjunto de *Mandelbrot*.

Por lo tanto la definición formal del conjunto de *Mandelbrot* sería:

El conjunto de Numeros Complejos C para los que el conjunto de Julia asociado es conexo

Luego por esa definición el método iterativo para hallar números complejos C del Conjunto del *Mandelbrot* que no tienden a infinito es:

$$\begin{aligned} Z_0 &= 0 \\ Z_{n+1} &= Z_n^2 + C \end{aligned}$$

Que representado de forma gráfica seria de esta forma;

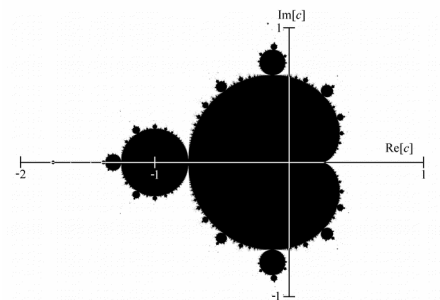


Figura 1: Representacion del conjunto de Mandelbrot

Normalmente no suele salir de esta forma, sino con una variada gama de colores dependiendo del momento en el que aparece el primero numero complejo con modulo mayor que 2.

El proceso para generar esta figura mediante un lenguaje de programación es muy sencillo, es simplemente implementar el método iterativo del conjunto de forma que se adapte a una matriz.

Seria algo asi:

```
entero: x, y, k, profundidad
dimension: RGB[3]
dimension: Imagen[DISPLAYED_WIDTH][DISPLAYED_HEIGHT]
doubles: zx, zn
profundidad ← 32

desde x ← 0 hasta x = DISPLAYED_WIDTH
  desde y ← 0 hasta y = DISPLAYED_HEIGHT
    zx ← 0
    zn ← 0
    k ← 0
    mientras zn < 2 y k < profundidad
      zn ← zx * zx + C
      k ← k + 1
    fin_mientras
    RGB = {x, y, k}
    Imagen[x][y] = RGB
  fin_desde
fin_desde

Pintar.Imagen
```

Una vez calculados los valores de k estos sirven para generar un vector *RGB* formado por la posición en la que se encuentra (x e y) y el número de máximo de iteraciones. Una vez acabado ese trozo de código, debemos pintar esa matriz en la pantalla y nos mostrara una figura parecidas pero con una mayor variedad de colores que la figura 1.

Esta representación guarda una peculiaridad, si no acercamos a ciertas zonas de la imagen podemos ver que nuestra imagen original aparece en varias escalas y este proceso se repetirá si seguimos acercándonos a ciertos puntos de la imagen, con lo que llegamos a la conclusión que es un objeto fractal.

Un objeto fractal es un objeto semigeométrico cuya estructura básica, fragmentada o irregular se repite a diferentes escalas, *Mandelbrot* con su conjunto encontró una manera de generar objetos fractales con mucha facilidad que aun a día de hoy siguen investigando, incluso se han llegado a presentar textos que ponen en duda la fractalidad de estos objetos.

2. Bibliografía

<http://mathworld.wolfram.com/MandelbrotSet.html>
<http://www.dmae.upm.es/cursofractales/capitulo5/3.html>
https://en.wikipedia.org/wiki/Mandelbrot_set
https://es.wikipedia.org/wiki/Conjunto_de_Mandelbrot
https://es.wikipedia.org/wiki/Desarrollo_de_fractales_mediante_el_%C3%A9todo_de_Mandelbrot