

# פרוייקט גמר בנושא אלגוריתמים לחלוקה הוגנת

## חלק א': הבנת האלגוריתמים- סיכום אלגוריתמים ודוגמאות הרצה

(עבור המאמר: "An Improved Approximation Algorithm for Maximin Share"<sup>1</sup>)

**מגישים:** ליעד נג'י ומוריה אלגרבל

## אלגוריתם 2:

אלגוריתם עזר (תת אלגוריתם) עבור חלוקה  $\alpha$ -MMS:

האלגוריתם מקטין את הבעיה ע"י הוצאה ראשונית של שחקנים וחפצים שניתן לתת להם חפצים כך שערכם שווה לפחות  $\alpha$  ועבור  $\alpha = 3/4$  והוצאתם לא תפגע באפשרות של שאר השחקנים לקבל גם  $\alpha$ -MMS.

קלט: האלגוריתם מקבל:

- קבוצת אנשים  $N$
- קבוצת חפצים  $M$
- פונק' ערכים של כל השחקנים  $V$
- שווי מינימלי מה  $MMS$  שכל שחקן אמור לקבל-  $\alpha$

- ערך  $MMS$  של כל השחקנים מנורמל להיות אחד.  
- פונק' הערכים של השחקנים עבור החפצים מסודרות באותו אופן. כלומר, לכל השחקנים יש אותו סדר עדיפויות של חפצים.

פלט: מחזירים את החפצים, האנשים והפונק' שנשארו לאחר הוצאת אנשים וחפצים כך שקיבלו  $\alpha$ -MMS

אלגוריתם:

נעבור על כל השחקנים שוב ושוב שעדיין נמצאים ובבדוק האם:

כל פעם, אם שחקן מקבל חפץ/ים זה אומר שמה שקיבל שווה מבחינתו לפחות  $\alpha$ .

1. החפץ הראשון (החפץ שמדורג הכי גבוה אצל כולם) שווה מבחינתם לפחות  $\alpha$ .  
אם יש שחקן כזה, נביא לו את החפץ ונוציא אותו ואת החפץ מהרשימות.

**אחרת** (אין אף אחד שהחפץ הראשון "מספיק" לו- שווה לפחות  $\alpha$ )

2. החפצים  $h$  ו- $h+1$  ביחד שווים מבחינתם לפחות  $\alpha$ .  
אם יש שחקן כזה, נביא לו את החפצים ונוציא אותו ואת החפצים מהרשימות.

**אחרת** (אין אף אחד שהחפצים  $h$  ו- $h+1$  "מספיק" לו- שווה לפחות  $\alpha$ )

3. החפצים  $h-1$ ,  $2h$ ,  $2h+1$  ביחד שווים מבחינתם לפחות  $\alpha$ .  
אם יש שחקן כזה, נביא לו את החפצים ונוציא אותו ואת החפצים מהרשימות.

**אחרת** (אין אף אחד שהחפצים  $h-1$ ,  $2h$ ,  $2h+1$  "מספיקים" לו- שווים לפחות  $\alpha$ )

4. החפצים  $1$ ,  $2h+1$  ביחד שווים מבחינתם לפחות  $\alpha$ .

אם יש שחקן כזה, נביא לו את החפצים ונוציא אותו ואת החפצים מהרשימות.  
אם נכנסו בסבב זה לאחת האפשרויות- נמשיך לסבב נוסף ונחזור ל'1, עם הקבוצות המעודכנות. (מס' השחקנים המעודכן, מס' החפצים המעודכן וכן')

אם באחד הסבבים לא נכנסו לאף אחת מהאפשרויות, נסיים ונחזיר את הקבוצות המעודכנות.

### אלגוריתם 3:

אלגוריתם עזר (תת אלגוריתם) עבור חלוקה  $\alpha$ -MMS:

האלגוריתם מחלק את החפצים הנותרים לשחקנים הנותרים כך שכל אחד קיבל לפחות  $\alpha$  מה-MMS שלו.

קלט: האלגוריתם מקבל: (מה שחזר מביצוע אלגוריתם 2)

- קבוצת אנשים  $N$
- קבוצת חפצים  $M$
- פונק' ערכים של כל השחקנים  $V$
- שווי מינימלי מה-MMS שכל שחקן אמור לקבל-  $\alpha$

כך ש:

- כבר ביצעו את אלגוריתם 2- כלומר שלא נשארו אנשים שיספיק עבורם לקבל אחת מקבוצות החפצים הבאות:  $\{1\}$ ,
- $\{n, n+1\}$ ,  $\{2n-1, 2n\}$ ,  $\{1, 2n+1\}$ , עבור מס' האנשים הנוכחי, ומיקום החפצים.
- ערך MMS של כל השחקנים מנורמל להיות אחד.
- פונק' הערכים של השחקנים עבור החפצים מסודרות באותו אופן. כלומר, לכל השחקנים יש אותו סדר עדיפויות של חפצים.

פלט: הפונק' מסתיימת כאשר סיימו לחלק לכל האנשים חפצים כך שכל אחד קיבל לפחות  $\alpha$  מה-MMS שלו.

האלגוריתם:

❖ נחלק את  $2n$  החפצים הראשונים (שערכם גבוה ביותר) ל  $n$  קבוצות באופן הבא:

$$B_k = \{k, 2n - k\}, \quad \forall k \mid 1 \leq k \leq n$$

❖ את שאר החפצים נשים בקבוצה  $R$ .

❖ עבור  $k=1$  עד  $n$ :

\* נבדוק האם יש שחקן כך שהקבוצה  $B_k$  "מספיקה" עבורו- שווה לפחות  $\alpha$ -MMS שלו. (כיוון שמנורמל ל 1, נבדוק ששווה  $\alpha$ )

אם לא- נוסיף חפץ מ  $R$  לקבוצה  $B_k$  ונוריד אותו מ  $R$ . נחזור ל \*.

אם כן- ניתן את  $B_k$  לשחקן שהיא "מספיקה" עבורו, ונוריד את השחקן מהרשימה.

## אלגוריתם 1:

קלט: האלגוריתם מקבל:

- קבוצת אנשים  $N$
- קבוצת חפצים  $M$
- פונק' ערכים של כל השחקנים  $V$
- שווי מינימלי מה  $MMS$  שכל שחקן אמור לקבל-  $\alpha$

- פונק' הערכים של האנשים עבור החפצים מסודרות באותו אופן. כלומר, לכל השחקנים יש אותו סדר עדיפויות של חפצים.  
-ידוע ערך ה  $MMS$  של כלל האנשים.

פלט: הקצאת  $MMS-\alpha$  לכלל האנשים.

האלגוריתם:

- מוציאים את כל השחקנים שה  $MMS$  שלהם  $0$ ,

- מנרמלים את ערכי האנשים לפי ערכי ה  $MMS$  שלהם, כלומר מחלקים אצל כל אחד את הערכים בפונק' הערכים ב  $MMS$  שלו.

- מבצעים את **אלגוריתם 2** עם הקלט:

- קבוצת האנשים  $N$
- קבוצת חפצים  $M$
- פונק' הערכים המנורמלות של כל האנשים  $V$
- שווי מינימלי מה  $MMS$  שכל שחקן אמור לקבל-  $\alpha$

- את הפלט שחוזר:

- קבוצת האנשים  $N$
- קבוצת חפצים  $M$
- פונק' הערכים המנורמלות של כל האנשים  $V$
- שווי מינימלי מה  $MMS$  שכל שחקן אמור לקבל-  $\alpha$

כך שהוצאו אנשים וחפצים שחולקו באלגוריתם 2.

נשלח ל**אלגוריתם 3**.

## אלגוריתם 5:

אלגוריתם עזר (תת אלגוריתם) עבור חלוקה  $\frac{3}{4}$ -MMS (דומה מאוד לאלגוריתם 2)

האלגוריתם מקטין את הבעיה ע"י הוצאה ראשונית של שחקנים וחפצים שניתן לתת להם חפצים כך שערכם שווה לפחות  $\frac{3}{4}$  והוצאתם לא תפגע באפשרות של שאר השחקנים לקבל גם  $\frac{3}{4}$ -MMS.

קלט: האלגוריתם מקבל:

- קבוצת אנשים  $N$
- קבוצת חפצים  $M$
- פונק' ערכים של כל השחקנים  $V$

- ערך MMS של כל השחקנים מנורמל להיות **קטן או שווה 1**.  
- פונק' הערכים של השחקנים עבור החפצים מסודרות באותו אופן. כלומר, לכל השחקנים יש אותו סדר עדיפויות של חפצים.

פלט: מחזירים את החפצים, האנשים והפונק' שנשארו לאחר הוצאת אנשים וחפצים כך שקיבלו  $\frac{3}{4}$ -MMS

אלגוריתם:

כל פעם, אם שחקן מקבל חפץ'ים זה אומר שמה שקיבל שווה מבחינתו לפחות  $\frac{3}{4}$ .  
- כשמעדכנים את פונק' הערכים מעדכנים אותה באופן הבא: מנרמלים מחדש:

$$v_{i'j} \leftarrow v_{i'j} \cdot \frac{|N|}{v_{i'}(M)}, \forall i' \in N, j \in M.$$

נעבור על כל השחקנים שוב ושוב שעדיין נמצאים ונבדוק האם:

החפץ הראשון (החפץ שמדורג הכי גבוה אצל כולם) שווה מבחינתם לפחות  $\frac{3}{4}$ .

אם יש שחקנים כאלו, ניקח את השחקן בעל ה**אינדקס הכי נמוך** מבניהם. נביא לו את החפץ ונוציא אותו ואת החפץ מהרשימות, נעדכן את פונק' הערכים.

**אחרת** (אין אף אחד שהחפץ הראשון "מספיק" לו- שווה לפחות ל $\frac{3}{4}$ )

1. החפצים הן  $n+1$  וביחד שווים מבחינתם לפחות  $\frac{3}{4}$ .

אם יש שחקנים כאלו, ניקח את השחקן בעל ה**אינדקס הכי נמוך** מבניהם. נביא לו את החפץ ונוציא אותו ואת החפץ מהרשימות, נעדכן את פונק' הערכים.

**אחרת** (אין אף אחד שהחפצים הן  $n+1$  "מספיק" לו- שווה לפחות ל $\frac{3}{4}$ )

2. החפצים הן  $2n+1, 2n, 2n-1$  ביחד שווים מבחינתם לפחות  $\frac{3}{4}$ .

אם יש שחקנים כאלו, ניקח את השחקן בעל ה**אינדקס הכי נמוך** מבניהם. נביא לו את החפץ ונוציא אותו ואת החפץ מהרשימות, נעדכן את פונק' הערכים.

אם נכנסו בסבב זה לאחת האפשרויות- נמשיך לסבב נוסף ונחזור ל1, עם הקבוצות המעודכנות. (מס' השחקנים המעודכן, מס' החפצים המעודכן וכן')

אם באחד הסבבים לא נכנסו לאף אחת מהאפשרויות, נסיים ונחזיר את הקבוצות המעודכנות.

## אלגוריתם 6:

אלגוריתם עזר (תת אלגוריתם) עבור חלוקה  $\frac{3}{4}$ -MMS: (דומה מאוד לאלגוריתם 2)  
האלגוריתם מקטין את הבעיה ע"י הקצאה זמנית של חפצים לשחקנים כך שערכם שווה לפחות  $\frac{3}{4}$

קלט: האלגוריתם מקבל (מה שחזר מביצוע אלגוריתם 5 – חפצים ושחקנים כך ש  $s1, S2, S3$  לא "יספיקו" להם):

- קבוצת אנשים  $N$
- קבוצת חפצים  $M$
- פונק' ערכים של כל השחקנים  $V$

- ערך MMS של כל השחקנים מנורמל להיות קטן או שווה 1.  
- פונק' הערכים של השחקנים עבור החפצים מסודרות באותו אופן. כלומר, לכל השחקנים יש אותו סדר עדיפויות של חפצים.

פלט: מחזירים את החפצים, האנשים והפונק' שנשארו לאחר הוצאת אנשים וחפצים כך שקיבלו  $\frac{3}{4}$ -MMS

### אלגוריתם:

- כשמעדכנים את פונק' הערכים מעדכנים אותה באופן הבא: מנרמלים מחדש:

$$v_{i'j} \leftarrow v_{ij} \cdot \frac{|N|}{v_i(M)}, \forall i' \in N, j \in M.$$

כל פעם, אם שחקן מקבל חפץ'ים זה אומר שמה שקיבל שווה מבחינתו לפחות  $\frac{3}{4}$ .  
נעבור על כל השחקנים שוב ושוב שעדיין נמצאים ונבדוק האם:

1. החפץ הראשון (החפץ שמדורג הכי גבוה אצל כולם) שווה מבחינתם לפחות  $\frac{3}{4}$ .

אם יש שחקנים כאלו, ניקח את השחקן בעל האינדקס הכי נמוך מבניהם. נקצה לו את החפץ (באופן זמני) ונוציא אותו ואת החפץ מהרשימות, נעדכן את פונק' הערכים.

**אחרת** (אין אף אחד שהחפץ הראשון "מספיק" לו- שווה לפחות  $\alpha$ )

2. החפצים הח ו-1 ביחד שווים מבחינתם לפחות  $\frac{3}{4}$ .

אם יש שחקנים כאלו, ניקח את השחקן בעל האינדקס הכי נמוך מבניהם. נקצה לו את החפץ (באופן זמני) ונוציא אותו ואת החפץ מהרשימות, נעדכן את פונק' הערכים.

**אחרת** (אין אף אחד שהחפצים הח ו-1 ביחד שווים מבחינתם לפחות  $\alpha$ )

3. החפצים ה  $2n-1, 2n, 2n+1$  ביחד שווים מבחינתם לפחות  $\frac{3}{4}$ .

אם יש שחקנים כאלו, ניקח את השחקן בעל האינדקס הכי נמוך מבניהם. נקצה לו את החפץ (באופן זמני) ונוציא אותו ואת החפץ מהרשימות, נעדכן את פונק' הערכים.

**אחרת** (אין אף אחד שהחפצים  $2n-1, 2n, 2n+1$  "מספיקים" לו- שווים לפחות  $\frac{3}{4}$ )

4. החפצים ה-1,  $2n+1$  ביחד שווים מבחינתם לפחות  $\frac{3}{4}$ .

אם יש שחקן כזה, נביא לו את החפצים ונוציא אותו ואת החפצים מהרשימות.  
אם נכנסו בסבב זה לאחת האפשרויות- נמשיך לסבב נוסף ונחזור ל-1, עם הקבוצות המעודכנות. (מס' השחקנים המעודכן, מס' החפצים המעודכן וכן')

אם באחד הסבבים לא נכנסו לאף אחת מהאפשרויות, נסיים ונחזיר את הקבוצות המעודכנות.

#### אלגוריתם 4:

קלט: האלגוריתם מקבל:

- קבוצת אנשים  $N$ –
- קבוצת חפצים  $M$ –
- פונק' ערכים של כל השחקנים  $V$

- פונק' הערכים של האנשים עבור החפצים מסודרות באותו אופן. כלומר, לכל השחקנים יש אותו סדר עדיפויות של חפצים.

פלט: הקצאת  $\frac{3}{4}$ -MMS לכלל האנשים.

האלגוריתם:

- מנרמלים את ערכי האנשים לפי מספר השחקנים, כלומר מחלקים אצל כל אחד את הערכים בפונק' הערכים ב

$$\frac{v_i(M)}{|M|} = \text{סכום הערכים של השחקן } i \text{ מס' השחקנים}$$

- מבצעים את **אלגוריתם 5** עם הקלט:

- קבוצת האנשים  $N$ –
- קבוצת חפצים  $M$ –
- פונק' הערכים המנורמלות של כל האנשים  $V$

- את הפלט שחוזר שומרים ב  $(N, M, V)$  (מעדכנים אותם)

-מבצעים את **אלגוריתם 6** עם הקלט(מה שחזר באלגוריתם 5):

- קבוצת האנשים  $N$ –
- קבוצת חפצים  $M$ –
- פונק' הערכים המנורמלות של כל האנשים  $V$

- את הפלט שחוזר שומרים ב  $(N', M', V')$  (שומרים בקבוצות אחרות, זמניות)

- עבור כל שחקן נחשב את:

א. כמות הקבוצות מתוך

$$B_k = \{k, 2n - k\}, \quad \forall k \mid 1 \leq k \leq n$$

כך שערך הקבוצה קטן מבחינתו מ  $\frac{3}{4}$  : ונשמור ב  $l_i$

(באופן רשמי:

$$L_i := \{B_k : v_i(B_k) < \frac{3}{4}\}; \quad l_i := |L_i|$$

ב. נסכום את ערכי הקבוצות שנמצאות ב  $L_i$  ונשמור ב  $\text{sum}_i$

ג. כמות הקבוצות מתוך

$$B_k = \{k, 2n - k\}, \quad \forall k \mid 1 \leq k \leq n$$

כך שערך הקבוצה מבחינתו גדול מ 1: ונשמור ב-  $h_i$

(באופן רשמי:

$$H_i := \{B_k : v_i(B_k) > 1\}; \quad h_i := |H_i|$$

ד. נחשב את ההפרש בין  $\frac{3}{4}$  של  $l_i$  ל  $\text{sum}_i$  ונשים ב  $x_i$

$$x_i := \left(\frac{3}{4}\right)l_i - \sum_{k: B_k \in L_i} v_i(B_k).$$

(

**לולאה:**

נעבור על כל השחקנים ונבדוק האם כל הדברים הבאים מתקיימים:

- ❖ קיים לפחות  $B_k$  אחד (מהטווח שהגדרנו קודם) כך שהערך שלו עבור השחקן גדול מ-1.
- ❖  $h_i > l_i$
- ❖ ערך החפצים במקומות לאחר  $2n$  החפצים הראשונים קטן מ:  $x_i + \frac{l_i}{8}$

כל עוד קיימים שחקנים שמקיימים את התנאים הללו:  
נשמור בו את האינדקס של השחקן הנמוך ביותר שמקיים את התנאים.

נחשב:

$$\alpha_1 : v_{i1} - \frac{4}{3} \text{ ארבע שליש מערך החפץ הראשון בעיני השחקן ה-} i.$$

$$\alpha_2 : \frac{4}{3}(v_{in} + v_{i(n+1)}) \text{ ארבע שליש מערך החפץ ה-} n \text{ וה-} n+1$$

$$\alpha_3 : \frac{4}{3}(v_{i(2n-1)} + v_{i(2n)} + v_{i(2n+1)})$$

נחשב:

-k מס' החפץ המקסימלי מ- $2n$  החפצים הראשונים שלא הוקצה בהקצאה הזמנית,

-k' מס' החפץ המקסימלי שלא הוקצה מאחד החפצים שהאינדקס שלהם אינו ב- $2n$  האינדקסים הראשונים.

$$\alpha_4 : \frac{4}{3}(v_{ik} + v_{ik'})$$

$$\alpha_5 : \text{נמיינ את שכי } B_k \text{ שערכם קטן מ-} \frac{3}{4}. \text{ נתחיל מהשק הגדול ביותר, ונחשב}$$

את אי השוויון הבא:

$$1. \alpha < \text{ערך השק ה-} B_k \text{ הגדול ביותר כך שערכו קטן מ-} \frac{3}{4} \text{ (נמצא ב-} L_i)$$

$$2. \frac{\sum_{i: v_i(B_k) > \frac{3}{4}} v_i(B_k)}{\alpha} \geq \text{(כל החפצים שהאינדקס שלהם לא ב-} 2n \text{ החפצים הראשונים)}$$

$$\sum_{B_k: \frac{v_i(B_k)}{\alpha} < \frac{3}{4}} \left( \frac{3}{4} - \frac{v_i(B_k)}{\alpha} \right) + \frac{1}{8} |\{B_k : \frac{v_i(B_k)}{\alpha} < \frac{3}{4}\}| \geq$$

אם אי השוויון מתקיים, ניקח את ה- $\alpha$  המקסימלי העומד באי השוויון להיות  $\alpha_5$ .

אחרת- נשנה את הדרישה של 1:

נדרוש ש- $\alpha$  יהיה בין ערכי השק  $B_k$  הגדול ביותר, לשק ה- $B_k$  השני הגדול ביותר (כולל הגדול יותר, לא כולל הקטן יותר), ובאופן כללי- כל פעם נזיז את הטווח להיות בין מה שדרשנו קודם ש- $\alpha$  יהיה גדול ממנו לשק הקטן ממנו.

האופציה האחרונה היא כאשר  $\alpha$  שווה לערך השק הקטן ביותר.

בהתאם נחשב שוב את אי שוויון 2. נשים לב שכל פעם כשמכפילים ב- $\alpha$  שנמצאים בטווח אחר, כל ה- $B_k$  שערכם גדול או שווה לקצה הגדול של הטווח, כשנחלק אותם ב- $\alpha$  מהטווח הקיים כבר לא יהיו חלק מהסיגמא. (ערכם חלקי האלפא יהיה גדול משלושת רבעי)

אם אי השוויון מתקיים, ניקח את ה- $\alpha$  המקסימלי העומד באי השוויון להיות  $\alpha_5$ . אחרת נמשיך ונרד בטווחים, ונחשב מחדש.

$$\alpha \geq \frac{1}{\alpha} \text{ ניקח את ה-} \alpha \text{ המקסימלי מבין } 5 \text{ ה-} \alpha \text{ שחישבנו, ונכפיל את כלל ערכי הפונק' של השחקן ב-} \frac{1}{\alpha} \text{ הזה.}$$

$$\alpha \geq \text{ננרמל מחדש באותו האופן שעשינו קודם.}$$

- מבצעים את **אלגוריתם 5** עם הקלט אחרי עדכון החסם והנרמול החדש:



- קבוצת האנשים  $N$
  - קבוצת חפצים  $M$
  - פונק' הערכים המנומלות של כל האנשים  $V$
- את הפלט שחוזר שומרים ב  $(N,M,V)$  (מעדכנים אותם)
- מבצעים את **אלגוריתם 6** עם הקלט (מה שחזר באלגוריתם 5):

- קבוצת האנשים  $N$
  - קבוצת חפצים  $M$
  - פונק' הערכים המנומלות של כל האנשים  $V$
- את הפלט שחוזר שומרים ב  $(N',M',V')$  (שומרים בקבוצות אחרות, זמניות)
- ❖ נחשב מחדש את:  $l_i, h_i, sum, x_i$  שחישבנו למעלה, עבור הערכים החדשים של השחקנים. ונחזור לתחילת הלולאה

אם לא היו שחקנים שקיימו את התנאים, יצאנו מהלולאה.  
עכשיו נשמור את  $(N',M',V')$  לתוך  $(N,M,V)$

נקרא ל**אלגוריתם 3** עם הערכים:  $(N,M,V,\frac{3}{4})$

## אלגוריתם 7:

אלגוריתם זה הוא אלגוריתם התחלתי, שממייין את פונק' הערכים של השחקנים כך שלכולם יהיה אותו סדר עדיפויות, והיה מסודר כך שערך החפץ הראשון יהיה הערך הגדול ביותר, ומשם קטן. אחרי ביצוע אלגוריתם זה, ישמרו את פונק' הערכים לפני המיון, ולאחר ביצוע של אחד מאלגוריתמי חלוקת MMS, ישתמשו באלגוריתם 8 כדי לחלק את החפצים האמיתיים (לפי פונק' הערכים המסודרת) לאנשים.

### קלט:

- קבוצת אנשים –N
- קבוצת חפצים-M
- פונק' ערכים של כל השחקנים- V

### פלט:

- קבוצת אנשים –N
- קבוצת חפצים-M
- פונק' ערכים ממוינת של כל השחקנים- V'

### אלגוריתם:

מיון פונק' ערכים עבור כל שחקן.

פירוט:

עבור כל שחקן i-

עבור כל חפץ j-

נשים בפונק' הערכים של שחקן i במקום הנ את החפץ הנ בערכו עבורו.

## אלגוריתם 8:

האלגוריתם מתרגם הקצאת  $\alpha$ -MMS של חפצים עם פונק' ערכים מסודרת בסדר יורד, להקצאת  $\alpha$ -MMS עבור פונק' הערכים הלא ממוינת (המקורית)

קלט:

- קבוצת אנשים  $N$
- קבוצת חפצים  $M$
- פונק' ערכים ממוינת של כל השחקנים  $V'$
- פונק' ערכים (המקורית) של כל השחקנים  $V$
- הקצאת  $\alpha$ -MMS עבור  $(N, M, V')$  -  $A'$

פלט:

- הקצאת  $\alpha$ -MMS עבור  $(N, M, V)$  -  $A$

אלגוריתם:

נאתחל  $A$ , שמכילה עבור כל שחקן את קבוצת החפצים שהולך לקבל. כך שכל שחקן לא מקבל אף חפץ.

עבור כל חפץ  $j$ ,  $j$  נע מ 1 עד  $n$

נשים לשחקן שאמור לקבל את החפץ  $j$  בהקצאה  $A'$  הנתונה, את החפץ שהכי רוצה מתוך מה שעדיין פנוי.  
(כמובן נעדכן שהחפץ לא פנוי)  
אם החפץ לא שייך לאף שחקן, תעבור לסבב הבא בלולאה (לחפץ הבא)

דוגמת הרצה 1 (אלגוריתמים 1, 2) :

אלגוריתם 1:

• נקבל:

חפץ 8	חפץ 7	חפץ 6	חפץ 5	חפץ 4	חפץ 3	חפץ 2	חפץ 1
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

M:

אדם א'	אדם ב'	אדם ג'
--------	--------	--------

N:

חפץ 8	חפץ 7	חפץ 6	חפץ 5	חפץ 4	חפץ 3	חפץ 2	חפץ 1	
2	3	5	6	7	8	10	11	ערוך- אדם א'
1	4	5	12	33	50	55	100	ערוך- אדם ב'
5	7	8	8	9	12	15	15	ערוך- אדם ג'

V:

$\alpha: \frac{3}{4}$

• ננרמל:

עבור אדם א':  $MMS = 17$

( חלוקה שממקסמת את המינימום:

6,11	2,5,10	3,7,8
17	17	18

(

עבור אדם ב':  $MMS = 77$

( חלוקה שממקסמת את המינימום:

100	55,12,5,4,1	33,50
100	77	83

(

עבור אדם ג':  $MMS = 25$

( חלוקה שממקסמת את המינימום:

15,17	15,7,5	9,8,8
27	27	25

(

נעדכן את V להיות:

חפץ 8	חפץ 7	חפץ 6	חפץ 5	חפץ 4	חפץ 3	חפץ 2	חפץ 1	
$\frac{2}{17}$	$\frac{3}{17}$	$\frac{5}{17}$	$\frac{6}{17}$	$\frac{7}{17}$	$\frac{8}{17}$	$\frac{10}{17}$	$\frac{11}{17}$	ערוך- אדם א'
$\frac{1}{77}$	$\frac{4}{77}$	$\frac{5}{77}$	$\frac{12}{77}$	$\frac{33}{77}$	$\frac{50}{77}$	$\frac{55}{77}$	$\frac{100}{77}$	ערוך- אדם ב'
$\frac{5}{25}$	$\frac{7}{25}$	$\frac{8}{25}$	$\frac{8}{25}$	$\frac{9}{25}$	$\frac{12}{25}$	$\frac{15}{25}$	$\frac{15}{25}$	ערוך- אדם ג'

אלגוריתם 2:

❖ נקבל:

M:

חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3	חפץ 4	חפץ 5	חפץ 6	חפץ 7	חפץ 8
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

N:

אדם א'	אדם ב'	אדם ג'
--------	--------	--------

V:

חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3	חפץ 4	חפץ 5	חפץ 6	חפץ 7	חפץ 8	
$\frac{11}{17}$	$\frac{10}{17}$	$\frac{8}{17}$	$\frac{7}{17}$	$\frac{6}{17}$	$\frac{5}{17}$	$\frac{3}{17}$	$\frac{2}{17}$	ערך- אדם א'
$\frac{100}{77}$	$\frac{55}{77}$	$\frac{50}{77}$	$\frac{33}{77}$	$\frac{12}{77}$	$\frac{5}{77}$	$\frac{4}{77}$	$\frac{1}{77}$	ערך- אדם ב'
$\frac{15}{25}$	$\frac{15}{25}$	$\frac{12}{25}$	$\frac{9}{25}$	$\frac{8}{25}$	$\frac{8}{25}$	$\frac{7}{25}$	$\frac{5}{25}$	ערך- אדם ג'

$\alpha: \frac{3}{4}$

❖ ניכנס ללולאה:

סבב 1:

n=3 – מס' האנשים שנותרו

אינדקסים	1	2	3	4	5	6	7	8
חפצים	חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3	חפץ 4	חפץ 5	חפץ 6	חפץ 7	חפץ 8

אדם א'	אדם ב'	אדם ג'
--------	--------	--------

חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3	חפץ 4	חפץ 5	חפץ 6	חפץ 7	חפץ 8	
$\frac{11}{17}$	$\frac{10}{17}$	$\frac{8}{17}$	$\frac{7}{17}$	$\frac{6}{17}$	$\frac{5}{17}$	$\frac{3}{17}$	$\frac{2}{17}$	ערך- אדם א'
$\frac{100}{77}$	$\frac{55}{77}$	$\frac{50}{77}$	$\frac{33}{77}$	$\frac{12}{77}$	$\frac{5}{77}$	$\frac{4}{77}$	$\frac{1}{77}$	ערך- אדם ב'
$\frac{15}{25}$	$\frac{15}{25}$	$\frac{12}{25}$	$\frac{9}{25}$	$\frac{8}{25}$	$\frac{8}{25}$	$\frac{7}{25}$	$\frac{5}{25}$	ערך- אדם ג'

נבדוק האם החפץ הראשון הוא מספיק עבור איזשהו שחקן:

עבור אדם א':

$$\frac{11}{17} < \frac{3}{4}$$

עבור אדם ב':

$$\frac{100}{77} > \frac{3}{4}$$

ואדם ב' מקבל את חפץ 1, והוא והחפץ מוסרים מהמשתנים.

סבב 2:

n=2 – מס' האנשים שנותרו

אינדקסים	1	2	3	4	5	6	7
חפצים	חפץ 2	חפץ 3	חפץ 4	חפץ 5	חפץ 6	חפץ 7	חפץ 8

אדם א'	אדם ג'
--------	--------

חפץ 8	חפץ 7	חפץ 6	חפץ 5	חפץ 4	חפץ 3	חפץ 2	
$\frac{2}{17}$	$\frac{3}{17}$	$\frac{5}{17}$	$\frac{6}{17}$	$\frac{7}{17}$	$\frac{8}{17}$	$\frac{10}{17}$	ערך-אדם א'
$\frac{5}{25}$	$\frac{7}{25}$	$\frac{8}{25}$	$\frac{8}{25}$	$\frac{9}{25}$	$\frac{12}{25}$	$\frac{15}{25}$	ערך-אדם ג'

נבדוק האם החפץ הראשון הוא מספיק עבור איזשהו שחקן:  
(החפץ עם אינדקס 1)  
עבור אדם א':

$$\frac{10}{17} < \frac{3}{4}$$

עבור אדם ג':

$$\frac{15}{25} < \frac{3}{4}$$

נבדוק האם החפץ הח (2=) והחפץ הn+1 (3=) מספיקים עבור איזשהו שחקן:  
עבור אדם א':

$$\frac{8}{17} + \frac{7}{17} > \frac{3}{4}$$

ואדם א' מקבל את חפצים עם אינדקסים 2,3 , והוא והחפצים מוסרים מהמשתנים.  
**סבב 3:**

n=1 – מס' האנשים שנותרו

אדם ג'						חפץ 8	חפץ 7	חפץ 6	חפץ 5	חפץ 2	
5	4	3	2	1	אינדקסים	$\frac{5}{25}$	$\frac{7}{25}$	$\frac{8}{25}$	$\frac{8}{25}$	$\frac{15}{25}$	ערך-אדם ג'
חפץ 8	חפץ 7	חפץ 6	חפץ 5	חפץ 2	חפצים						

נבדוק האם החפץ הח (1=) והחפץ הn+1 (2=) מספיקים עבור איזשהו שחקן:

עבור אדם ג':

$$\frac{15}{25} + \frac{8}{25} > \frac{3}{4}$$

ואדם ג מקבל את חפצים עם אינדקסים 1,2 , והוא והחפצים מוסרים מהמשתנים.

• **הפונק' מחזירה:**

חפץ 8	חפץ 7	חפץ 6
-------	-------	-------

M: החפצים שנותרו

N: קבוצה ריקה.

V: פונק' ערכים ריקה.

• **אלוגריתם 3:**

באלגוריתם 3, n=0, לא מחלקים אף חפצים לקבוצות, ולא עוברים על אף חפץ בתוך הלולאה.- לא נכנסים ללולאה.

דוגמת הרצה 2 (אלגוריתמים 1, 2) :

אלגוריתם 1:

• נקבל:

M:

חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3
-------	-------	-------

N:

אדם א'	אדם ב'	אדם ג'
--------	--------	--------

V:

חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3	
6	5	4	ערך- אדם א'
10	2	1	ערך- אדם ב'
7	7	7	ערך- אדם ג'

α: 1

• ננרמל:

עבור אדם א':  $MMS = 4$

( חלוקה שממקסמת את המינימום:

6	5	4
6	5	4

(

עבור אדם ב':  $MMS = 1$

( חלוקה שממקסמת את המינימום:

10	2	1
10	2	1

(

עבור אדם ג':  $MMS = 7$

( חלוקה שממקסמת את המינימום:

7	7	7
7	7	7

(

נעדכן את V להיות:

חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3	
$\frac{6}{4}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{4}$	ערך- אדם א'
10	2	1	ערך- אדם ב'
1	1	1	ערך- אדם ג'

• אלגוריתם 2:

❖ נקבל:

M:

חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3
-------	-------	-------

N:

אדם א'	אדם ב'	אדם ג'
--------	--------	--------

V:

חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3	
$\frac{6}{4}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{4}$	ערך- אדם א'
10	2	1	ערך- אדם ב'
1	1	1	ערך- אדם ג'

α: 1

❖ ניכנס ללולאה:

**סבב 1:**

אינדקסים	1	2	3
חפצים	חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3

אדם א'	אדם ב'	אדם ג'
--------	--------	--------

חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3	
$\frac{6}{4}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{4}$	ערך- אדם א'
10	2	1	ערך- אדם ב'
1	1	1	ערך- אדם ג'

עבור אדם א':

$$\frac{6}{4} \geq 1$$

ואדם א' מקבל את חפץ 1, והוא והחפץ מוסרים מהמשתנים.

**סבב הבא:**

אינדקסים	1	2
חפצים	חפץ 2	חפץ 3

אדם ב'	אדם ג'
--------	--------

חפץ 2	חפץ 3	
2	1	ערך- אדם ב'
1	1	ערך- אדם ג'



עבור אדם ב':

$$2 > 1$$

ואדם ב' מקבל את חפץ 2, והוא והחפץ מוסרים מהמשתנים.

**סבב הבא:**

1	אינדקסים
חפץ 3	חפצים

אדם ג'

חפץ 3	
1	ערך- אדם ג'

עבור אדם ב':

$$1 \geq 1$$

ואדם ג' מקבל את חפץ ג, והוא והחפץ מוסרים מהמשתנים.

• **הפונק' מחזירה:**

M: קבוצה ריקה

N: קבוצה ריקה.

V: פונק' ערכים ריקה.

• **אלוגריתם 3:**

באלגוריתם 3,  $n=0$ , לא מחלקים אף חפצים לקבוצות, ולא עוברים על אף חפץ בתוך הלולאה- לא נכנסים ללולאה.

דוגמת הרצה 3 (אלגוריתמים 1, 2, 3) :

אלגוריתם 1:

נקבל:

M :

12 חפץ	11 חפץ	10 חפץ	9 חפץ	8 חפץ	7 חפץ	6 חפץ	5 חפץ	4 חפץ	3 חפץ	2 חפץ	1 חפץ
--------	--------	--------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

N :

אדם א'	אדם ב'	אדם ג'
--------	--------	--------

V :

חפץ 12	חפץ 11	חפץ 10	חפץ 9	חפץ 8	חפץ 7	חפץ 6	חפץ 5	חפץ 4	חפץ 3	חפץ 2	חפץ 1	
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	ערך- אדם א'
1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	ערך- אדם ב'
1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	ערך- אדם ג'

$\alpha = \frac{9}{10}$

ננרמל:

עבור אדם א':  $MMS = 4$

( חלוקה שממקסמת את המינימום:

1,1,1,1	1,1,1,1	1,1,1,1
4	4	4

(

עבור אדם ב':  $MMS = 6$

( חלוקה שממקסמת את המינימום:

2,2,1,1	2,2,1,1	2,2,1,1
6	6	6

(

עבור אדם ג':  $MMS = 6$

( חלוקה שממקסמת את המינימום:

2,2,1,1	2,2,2,1	2,2,2,1
6	7	7

(

נעדכן את  $V$  להיות:

	חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3	חפץ 4	חפץ 5	חפץ 6	חפץ 7	חפץ 8	חפץ 9	חפץ 10	חפץ 11	חפץ 12
ערוך- אדם א'	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
ערוך- אדם ב'	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
ערוך- אדם ג'	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

- אלגוריתם 2:  
❖ נקבל:  
M:

12 חפץ	11 חפץ	10 חפץ	9 חפץ	8 חפץ	7 חפץ	6 חפץ	5 חפץ	4 חפץ	3 חפץ	2 חפץ	1 חפץ
--------	--------	--------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

$$:\text{N}$$

אדם א'	אדם ב'	אדם ג'
--------	--------	--------

---

V

	חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3	חפץ 4	חפץ 5	חפץ 6	חפץ 7	חפץ 8	חפץ 9	חפץ 10	חפץ 11	חפץ 12
ערוך- אדם א'	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
ערוך- אדם ב'	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
ערוך- אדם ג'	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

$$\frac{9}{10} : \alpha$$

❖ ניכנס ללולאה:

**סבב 1:**

n=3 

❖ מס' האנשים שנותרו

אדם א'	אדם ב'	אדם ג'
--------	--------	--------

12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	אינדקסים
חפץ 12	חפץ 11	חפץ 10	חפץ 9	חפץ 8	חפץ 7	חפץ 6	חפץ 5	חפץ 4	חפץ 3	חפץ 2	חפץ 1	חפצים

[illegible]

$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	ערך- אדם ג'
---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	----------------

נבדוק האם החפץ הראשון הוא מספיק עבור איזשהו שחקן:  
עבור אדם א':

$$\frac{1}{4} < \frac{9}{10}$$

עבור אדם ב':

$$\frac{2}{6} < \frac{9}{10}$$

עבור אדם ג':

$$\frac{2}{6} < \frac{9}{10}$$

נבדוק האם החפץ הח(3=) והחפץ הn+1(4=) מספיקים עבור איזשהו שחקן:

עבור אדם א':

$$\frac{2}{4} < \frac{9}{10}$$

עבור אדם ב':

$$\frac{4}{6} < \frac{9}{10}$$

עבור אדם ג':

$$\frac{4}{6} < \frac{9}{10}$$

נבדוק האם החפץ החפץ הn-1(5=), החפץ הח2(6=)נוהחפץ הn+1(7=) מספיקים עבור איזשהו שחקן:

עבור אדם א':

$$\frac{3}{4} < \frac{9}{10}$$

עבור אדם ב':

$$\frac{5}{6} < \frac{9}{10}$$

עבור אדם ג':

$$\frac{6}{6} \geq \frac{9}{10}$$

ואדם ג' מקבל את חפצים 5,6,7 , והוא והחפצים מוסרים מהמשתנים.  
**סבב 2:**  
n=2 מס' האנשים שנותרו

אדם א'	אדם ב'
--------	--------

חפצים:

אינדקסים	1	2	3	4	5	6	7	8	9
חפצים	חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3	חפץ 4	חפץ 8	חפץ 9	חפץ 10	חפץ 11	חפץ 12

	חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3	חפץ 4	חפץ 8	חפץ 9	חפץ 10	חפץ 11	חפץ 12
ערוך- אדם א'	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
ערוך- אדם ב'	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

נבדוק האם החפץ ה-1 והחפץ ה-2n+1 (=5) מספיקים עבור איזשהו שחקן:

עבור אדם א':

$$\frac{2}{4} < \frac{9}{10}$$

עבור אדם ב':

$$\frac{3}{6} < \frac{9}{10}$$

• הפונק' מחזירה:

M: החפצים שנותרו

אינדקסים	1	2	3	4	5	6	7	8	9
חפצים	חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3	חפץ 4	חפץ 8	חפץ 9	חפץ 10	חפץ 11	חפץ 12

N: קבוצה.

אדם א'	אדם ב'
--------	--------

V: פונק' ערכים.

	חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3	חפץ 4	חפץ 8	חפץ 9	חפץ 10	חפץ 11	חפץ 12
ערוך- אדם א'	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
ערוך- אדם ב'	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

• אלוגריתם 3:

באלוגריתם 3 מקבלים כך:

M: החפצים שנותרו

אינדקסים	1	2	3	4	5	6	7	8	9
חפצים	חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3	חפץ 4	חפץ 8	חפץ 9	חפץ 10	חפץ 11	חפץ 12

N: קבוצה.

אדם א'	אדם ב'
--------	--------

V: פונק' ערכים.

חפץ 12	חפץ 11	חפץ 10	חפץ 9	חפץ 8	חפץ 4	חפץ 3	חפץ 2	חפץ 1	
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	ערך- אדם א'
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	ערך- אדם ב'

$$\alpha: \frac{9}{10}$$

❖ ראשית נחלק את  $2n$  ( $4=$ ) החפצים הראשונים (שערכם גבוה ביותר) ל $n$  (2) קבוצות באופן הבא:

$$B_k = \{k, 2n - k\}, \quad \forall k \mid 1 \leq k \leq n$$

ונקבל:

B2	B1	
$\frac{2}{4}$	$\frac{2}{4}$	ערך- אדם א'
$\frac{4}{6}$	$\frac{4}{6}$	ערך- אדם ב'

השאר נגדיר ב $R$

R	חפץ 8	חפץ 9	חפץ 10	חפץ 11	חפץ 12
ערך- אדם א'	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
ערך- אדם ב'	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

נבדוק האם יש שחקן כך שהקבוצה  $B_1$  "מספיקה" עבורו-

עבור אדם א':

$$\frac{2}{4} < \frac{9}{10}$$

עבור אדם ב':

$$\frac{4}{6} < \frac{9}{10}$$

כיוון שלא נוסיף את האיבר האחרון ל $B_1$  (איבר שלא נמצא בין 1 ל $2n$ )

ונקבל:

B2	B1	
$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{4}$	ערך- אדם א'
$\frac{4}{6}$	$\frac{5}{6}$	ערך- אדם ב'

R	חפץ 8	חפץ 9	חפץ 10	חפץ 11
ערך- אדם א'	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
ערך- אדם ב'	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

נבדוק האם יש שחקן כך שהקבוצה  $B_1$  "מספיקה" עבורו-

עבור אדם א':

$$\frac{3}{4} < \frac{9}{10}$$

עבור אדם ב':

$$\frac{5}{6} < \frac{9}{10}$$

כיוון שלא נוסף את האיבר האחרון ל  $B_1$  ונקבל:

	B1	B2
ערוך- אדם א'	$\frac{4}{4}$	$\frac{2}{4}$
ערוך- אדם ב'	$\frac{6}{6}$	$\frac{4}{6}$

R	חפץ 8	חפץ 9	חפץ 10
ערוך- אדם א'	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
ערוך- אדם ב'	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

נבדוק האם יש שחקן כך שהקבוצה  $B_1$  "מספיקה" עבורו-

עבור אדם א':

$$\frac{4}{4} \geq \frac{9}{10}$$

לכן נביא לו את  $B_1$  ונוציא אותו ואת  $B_1$  מהרשימה, ונקבל כך:

	B2
ערוך- אדם ב'	$\frac{4}{6}$

R	חפץ 8	חפץ 9	חפץ 10
ערוך- אדם ב'	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

נבדוק האם יש שחקן כך שהקבוצה  $B_2$  "מספיקה" עבורו-

עבור אדם ב':

$$\frac{4}{6} < \frac{9}{10}$$

כיוון שלא נוסף את האיבר האחרון ל  $B_2$

ונקבל:

	B2
ערוך- אדם ב'	$\frac{5}{6}$

R	חפץ 8	חפץ 9
ערוך- אדם ב'	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

עבור אדם ב':

$$\frac{5}{6} < \frac{9}{10}$$

כיוון שלא נוסף את האיבר האחרון ל $B_2$  ונקבל

חפץ 8	R
$\frac{1}{6}$	ערך- אדם ב'

"מספיקה"

B2	
$\frac{6}{6}$	ערך- אדם ב'

שהקבוצה  $B_2$

נבדוק האם יש שחקן כך  
עבורו-

עבור אדם ב':

$$\frac{6}{6} \geq \frac{9}{10}$$

לכן נביא לו את  $B_2$  ונוציא אותו ואת  $B_2$  מהרשימה,  
כיוון שאין יותר  $B_k$  נסיים כך שנשארים החפצים לאחר שכל אדם קיבל לפחות  $\frac{9}{10}$ .



דוגמת הרצה 4 (אלגוריתמים 4,5,6) :

אלגוריתם 4:

• נקבל:

M:

חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3	חפץ 4	חפץ 5	חפץ 6	חפץ 7	חפץ 8	חפץ 9	חפץ 10	חפץ 11
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	--------	--------

N:

אדם א'	אדם ב'	אדם ג'
--------	--------	--------

V:

	חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3	חפץ 4	חפץ 5	חפץ 6	חפץ 7	חפץ 8	חפץ 9	חפץ 10	חפץ 11
ערך- אדם א'	15	15	8	8	8	7	0.47	0.7	0.7	0.7	0.5
ערך- אדם ב'	15	15	8	8	8	7	0.47	0.7	0.7	0.7	0.5
ערך- אדם ג'	15	15	8	8	8	7	0.47	0.7	0.7	0.7	0.5

ננרמל ונקבל:

אינדקס	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	sum
אדם א' ערך התחלה	14.9	14.9	8.1	7.2	7.2	7.1	0.47	0.47	0.47	0.47	0.47	61.75
ערכים אחר נרמול:	0.723887	0.723887	0.39352 2	0.349798	0.349798	0.344939	0.022834	0.022834	0.022834	0.022834	0.022834	3

אינדקס	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	sum
אדם ב' ערך התחלה	14.9	14.9	8.1	7.2	7.2	7.1	0.47	0.47	0.47	0.47	0.47	61.75
ערכים אחר נרמול:	0.723887	0.723887	0.39352 2	0.349798	0.349798	0.344939	0.022834	0.022834	0.022834	0.022834	0.022834	3

אינדקס	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	sum
אדם ג' ערך התחלה	14.9	14.9	8.1	7.2	7.2	7.1	0.47	0.47	0.47	0.47	0.47	61.75
ערכים אחר נרמול:	0.723887	0.723887	0.39352 2	0.349798	0.349798	0.344939	0.022834	0.022834	0.022834	0.022834	0.022834	3

• אלגוריתם 5:

❖ נקבל:  $V, M, N$ , כאשר  $V$  היא פונק' הערכים המנורמלת עבור כל אחד מהשחקנים.

ניכנס ללולאה:

S1 0.723887

S2 0.74332

S3 0.717571

S4 0.746721

נבדוק האם החפץ הראשון הוא מספיק עבור איזשהו שחקן (נעבור מהאינדקס הקטן לגדול):

עבור כל האנשים:

$$0.723887 < \frac{3}{4}$$

נבדוק האם החפץ הח (3=) והחפץ הn+1 (4=) מספיקים עבור איזשהו שחקן (נעבור מהאינדקס הקטן

לגדול):

עבור כל האנשים:

$$0.74332 < \frac{3}{4}$$

נבדוק האם החפצים ה  $2n+1$  (7=),  $2n$  (6=),  $2n-1$  (5=) ביחד מספיקים עבור איזשהו שחקן (נעבור

מהאינדקס הקטן לגדול):

עבור כל האנשים:

$$0.717571 < \frac{3}{4}$$

כיוון שלא נכנסנו לאף אחת מהאפשרויות, נסיים ונחזיר את אותן הקבוצות שקיבלנו.

• אלגוריתם 6:

ניכנס ללולאה:

סבב 1:

5. נעבור על 3 האפשרויות הראשונות, הן עדיין לא יספיקו.

נבדוק האם החפצים ה1,  $2n+1$  (7=) ביחד שווים לפחות  $\frac{3}{4}$  עבור איזשהו שחקן. (נעבור מהאינדקס הקטן לגדול)

עבור כל האנשים:

$$0.746721 < \frac{3}{4}$$

כיוון שלא נכנסנו לאף אחת מהאפשרויות, נסיים ונחזיר את אותן הקבוצות שקיבלנו.

נחשב:

B1 1.068826

B2 1.073684

B3 0.74332

עבור כל אחד מהשחקנים יצא:

ולכן:

שחקן	$l_i$	$h_i$	$sum$	$x_i$	$\frac{l_i}{8} + x_i$	ערך החפצים לאחר 2n המקומות הראשונים
אדם א'	1	2	0.74332	0.00668	0.13168	0.11417
אדם ב'	1	2	0.74332	0.00668	0.13168	0.11417
אדם ג'	1	2	0.74332	0.00668	0.13168	0.11417

כיון ש (עבור כל השחקנים):

$$h_i > 0, h_i > l_i$$

ערך החפצים לאחר 2n המקומות הראשונים קטן מ

$$\frac{l_i}{8} + x_i$$

ניכנס ללולאה:

ניקח את השחקן בעל האינדקס הקטן ביותר- אדם א':

0.965182	$\frac{4}{3}v_{i1} : \alpha_1$
0.991093	$\frac{4}{3}(v_{in} + v_{i(n+1)}) : \alpha_2$
0.956761	$\frac{4}{3}(+v_{i(2n-1)} + v_{i(2n)} + v_{i(2n+1)}) : \alpha_3$
0.995628	$\frac{4}{3}(v_{ik} + v_{ik'}) : \alpha_4$ k- מס' החפץ המקסימלי מח2 החפצים הראשונים שלא הוקצה בהקצאה הזמנית, 'k- מס' החפץ המקסימלי שלא הוקצה מאחד החפצים שהאינדקס שלהם אינו בח2

עכשיו נחשב את  $\alpha_5$ :

1.068826 B1-Hi  
1.073684 B2-Hi  
0.74332 B3-Li

אי השוויון: (נעשה אותו גדול מהחפץ הכי גדול בLi)

$$1. \alpha > 0.74332$$

$$2. \frac{0.11417}{\alpha} \geq \frac{1}{8} + \left(\frac{3}{4} - \frac{0.74332}{\alpha}\right) \rightarrow 0.11417 + 0.74332 \geq \frac{7}{8}\alpha \rightarrow 0.979988 \geq \alpha$$

יצא:  $0.979988 \geq \alpha > 0.74332$

ניקח את  $\alpha_5$  להיות המקסימלי בטווח, ולכן  $\alpha_5 = 0.979988$

ניקח את ה  $\alpha$  המקסימלי מבין כולם, וזהו  $\alpha_4$

נכפיל ב- $\frac{1}{\alpha_4}$  את ערכי אדם א':

אינדקס	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	sum
אדם א' ערכי התחלה	15	15	8	7	7	7	0.47	0.7	0.7	0.7	0.5	62.07
ערכים אחרי הכפלה:	0.727066	0.727066	0.39525	0.351334	0.351334	0.346454	0.022934	0.022934	0.022934	0.022934	0.022934	3.013175

#### • אלגוריתם 5:

❖ נקבל:  $V, M, N$ , כאשר  $V$  היא פונק' שעודכנה עם פרטי שחקן 1.

❖ ניכנס ללולאה:

❖ עבור אדם א':

S1 0.727066

S2 0.746584

S3 0.720722

S4 0.75

❖ עבור אנשים ב' ג':

S1 0.723887

S2 0.74332

S3 0.717571

S4 0.746721

עבור אנשים ב' ג' –נשאר אותו דבר וכלום לא מספיק,

נבדוק האם החפץ הראשון הוא מספיק עבור איזשהו שחקן (נעבור מהאינדקס הקטן לגדול):  
עבור אדם א':

$$0.727066 < \frac{3}{4}$$

נבדוק האם החפץ הח (3=) והחפץ הn+1 (4=) מספיקים עבור איזשהו שחקן (נעבור מהאינדקס הקטן לגדול):  
עבור אדם א':

$$0.746584 < \frac{3}{4}$$

נבדוק האם החפצים ה  $2n+1$  (7=),  $2n$  (6=),  $2n-1$  (5=) ביחד מספיקים עבור איזשהו שחקן (נעבור מהאינדקס הקטן לגדול):  
עבור אדם א':

$$0.720722 < \frac{3}{4}$$

כיוון שלא נכנסנו לאף אחת מהאפשרויות, נסיים ונחזיר את אותן הקבוצות שקיבלנו.

#### • אלגוריתם 6:

ניכנס ללולאה:

סבב 1:

6. נעבור על 3 האפשרויות הראשונות, הן עדיין לא יספיקו.  
נבדוק האם החפצים ה-1,  $2n+1$  ( $7=$ ) ביחד שווים לפחות  $\frac{3}{4}$  עבור איזשהו שחקן, (נעבור מהאינדקס הקטן לגדול)

עבור אדם א'

$0.75 = \frac{3}{4}$

ניתן לו את חפצים 1, 7, ונוציא אותו (באופן זמני)

נעדכן את האנשים, החפצים ופונק' הערכים, נגרמל מחדש.

**סבב 2:**

:M

חפץ 11	חפץ 10	חפץ 9	חפץ 8	חפץ 6	חפץ 5	חפץ 4	חפץ 3	חפץ 2
--------	--------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

אדם ב'	אדם ג'
--------	--------

:N

:V

9	8	7	6	5	4	3	2	1	
חפץ 11	חפץ 10	חפץ 9	חפץ 8	חפץ 6	חפץ 5	חפץ 4	חפץ 3	חפץ 2	
0.022834	0.022834	0.022834	0.022834	0.344939	0.349798	0.349798	0.393522	0.723887	ערך אדם ב'
0.022834	0.022834	0.022834	0.022834	0.344939	0.349798	0.349798	0.393522	0.723887	ערך אדם ג'

נגרמל: (עכשיו הסכום של כל שחקן צריך לצאת 2)

9	8	7	6	5	4	3	2	1	
חפץ 11	חפץ 10	חפץ 9	חפץ 8	חפץ 6	חפץ 5	חפץ 4	חפץ 3	חפץ 2	
0.02026734	0.02026734	0.02026734	0.02026734	0.30616612	0.31047895	0.31047895	0.34928815	0.64251846	ערך אדם ב'
0.02026734	0.02026734	0.02026734	0.02026734	0.30616612	0.31047895	0.31047895	0.34928815	0.64251846	ערך אדם ג'

עבור כל האנשים:

0.64251846 S1  
0.6597671 S2  
0.92712401 S3  
0.94868458 S4

בבדוק האם החפץ הראשון הוא מספיק עבור איזשהו שחקן (נעבור מהאינדקס הקטן לגדול):  
עבור אדם ב',ג':

$$0.64251846 < \frac{3}{4}$$

בבדוק האם החפץ הח (2=) והחפץ הn+1 (3=) מספיקים עבור איזשהו שחקן (נעבור מהאינדקס הקטן לגדול):

עבור אדם ב',ג':

$$0.6597671 < \frac{3}{4}$$

בבדוק האם החפצים ה (5=)2n+1, (4=) 2n, (3=) 2n-1 ביחד מספיקים עבור איזשהו שחקן (נעבור מהאינדקס הקטן לגדול):

עבור אדם ב':

$$0.92712401 > \frac{3}{4}$$

ניתן לו את חפצים 4,5,6 (אינדקסים 3,4,5) ונוציא אותו (באופן זמני)  
נעדכן את האנשים, החפצים ופונק' הערכים, ננרמל מחדש.

:M

חפץ 2	חפץ 3	חפץ 8	חפץ 9	חפץ 10	חפץ 11
-------	-------	-------	-------	--------	--------

:N

אדם ג'

:V

	1	2	6	7	8	9
	חפץ 2	חפץ 3	חפץ 8	חפץ 9	חפץ 10	חפץ 11
ערך אדם ג'	0.64251846	0.34928815	0.02026734	0.02026734	0.02026734	0.02026734

ננרמל: (עכשיו הסכום של כל שחקן צריך לצאת 1)

	1	2	6	7	8	9
	חפץ 2	חפץ 3	חפץ 8	חפץ 9	חפץ 10	חפץ 11
ערך אדם ג'	0.59887487	0.32556247	0.01889066	0.01889066	0.01889066	0.01889066

0.59887487 S1  
0.92443734 S2  
0.94332801 S3

בבדוק האם החפץ הראשון הוא מספיק עבור השחקן (נעבור מהאינדקס הקטן לגדול):  
עבור אדם ג':

$$0.598874787 < \frac{3}{4}$$

בבדוק האם החפץ הח (1=) והחפץ הn+1 (2=) מספיקים עבור איזשהו שחקן (נעבור מהאינדקס הקטן לגדול):

עבור אדם ג':

$$0.92443734 > \frac{3}{4}$$

ניתן לו את חפצים 2,3 (אינדקסים 1,2) ונוציא אותו (באופן זמני)  
נעדכן את האנשים, החפצים ופונק' הערכים.

כיוון שסימנו לעבור על כל האנשים, נצא ונחזיר את הקבוצות המעודכנות.

אין אף שחקן, ולכן אין אף שחקן שעומד שדרישות להיכנס ללולאה, לכן נקצה את ההקצאה שעשינו באופן קבוע,

ונשלח לאלגוריתם 3.

כיוון שאלגוריתם 3 מקבל קבוצת שחקנים ריקה הוא מסיים.

## דוגמת הרצה 5 (אלגוריתמים 7,8) :

אלגוריתם 7:

• נקבל:

חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3	חפץ 4	חפץ 5	חפץ 6	חפץ 7	חפץ 8
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

M:

אדם א'	אדם ב'	אדם ג'
--------	--------	--------

N:

חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3	חפץ 4	חפץ 5	חפץ 6	חפץ 7	חפץ 8	
2	7	10	8	3	4	7	11	ערך- אדם א'
8	7	5	3	10	2	1	4	ערך- אדם ב'
1	2	3	4	5	6	7	8	ערך- אדם ג'

V:

נתחיל במיון פונק' ערכים  
עבור כל שחקן.

עבור כל שחקן i-

עבור כל חפץ j-

נשים בפונק' הערכים של שחקן i במקום הנ את החפץ הנ בערכו עבורו.

ונקבל כך:

V'=

חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3	חפץ 4	חפץ 5	חפץ 6	חפץ 7	חפץ 8	
11	10	8	7	7	4	3	2	ערך- אדם א'
10	8	7	5	4	3	2	1	ערך- אדם ב'
8	7	6	5	4	3	2	1	ערך- אדם ג'

ונחזיר:

•

חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3	חפץ 4	חפץ 5	חפץ 6	חפץ 7	חפץ 8
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

M:

אדם א'	אדם ב'	אדם ג'
--------	--------	--------

N:

חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3	חפץ 4	חפץ 5	חפץ 6	חפץ 7	חפץ 8	
11	10	8	7	7	4	3	2	ערך- אדם א'
10	8	7	5	4	3	2	1	ערך- אדם ב'
8	7	6	5	4	3	2	1	ערך- אדם ג'

V':

נניח שבוצע אלגוריתם הקצאת MMS, ועכשיו מגיעים לאלגוריתם 8:



אלגוריתם 8:

• נקבל:

M:

חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3	חפץ 4	חפץ 5	חפץ 6	חפץ 7	חפץ 8
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

N:

אדם א'	אדם ב'	אדם ג'
--------	--------	--------

V':

חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3	חפץ 4	חפץ 5	חפץ 6	חפץ 7	חפץ 8	
11	10	8	7	7	4	3	2	ערך- אדם א'
10	8	7	5	4	3	2	1	ערך- אדם ב'
8	7	6	5	4	3	2	1	ערך- אדם ג'

V:

חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3	חפץ 4	חפץ 5	חפץ 6	חפץ 7	חפץ 8	
2	7	10	8	3	4	7	11	ערך- אדם א'
8	7	5	3	10	2	1	4	ערך- אדם ב'
1	2	3	4	5	6	7	8	ערך- אדם ג'

(נשים לב כי הMMS של שחקן א' = 17  
שחקן ב' = 13  
ושחקן ג' = 12)

A'

(חלוקה לפי  $\alpha$ :  $\frac{3}{4}$ ):

רשימת חפצים	
חפץ 3, חפץ 4, חפץ 7	ערך- אדם א'
חפץ 1, חפץ 6	ערך- אדם ב'
חפץ 2, חפץ 5, חפץ 8	ערך- אדם ג'

(החפצים הממורקרים נתנו בחלוקה ללא חשיבות מכיוון שאלו הלא ממורקרים כבר הספיקו)  
נאתחל A, שמכילה עבור כל שחקן את קבוצת החפצים שהולך לקבל. כך שכל שחקן לא מקבל בינתיים אף חפץ.

עבור כל חפץ j, j נע מ1 עד n

נראה כי שחקן ב' מקבל את חפץ 1 נקבל כך- אז הוא בוחר:

A:

חפצים	ערכי חפצים	
	0	ערך- אדם א'
חפץ 5	10	ערך- אדם ב'
	0	ערך- אדם ג'

חפץ 8	חפץ 7	חפץ 6	חפץ 5	חפץ 4	חפץ 3	חפץ 2	חפץ 1	
2	3	4	7	7	8	10	11	ערך- אדם א'
1	2	3	4	5	7	8	10	ערך- אדם ב'
1	2	3	4	5	6	7	8	ערך- אדם ג'

:V'

חפץ 8	חפץ 7	חפץ 6	חפץ 5	חפץ 4	חפץ 3	חפץ 2	חפץ 1	
11	7	4	ריק	8	10	7	2	ערך- אדם א'
4	1	2	ריק	3	5	7	8	ערך- אדם ב'
8	7	6	ריק	4	3	2	1	ערך- אדם ג'

:V

לאחר מכן נראה כי שחקן ג' מקבל את חפץ 2, אז הוא בוחר נקבל כך:

:A

חפצים	ערכי חפצים	
	0	ערך- אדם א'
חפץ 5	10	ערך- אדם ב'
חפץ 8	8	ערך- אדם ג'

חפץ 8	חפץ 7	חפץ 6	חפץ 5	חפץ 4	חפץ 3	חפץ 2	חפץ 1	
2	3	4	7	7	8	10	11	ערך- אדם א'
1	2	3	4	5	7	8	10	ערך- אדם ב'
1	2	3	4	5	6	7	8	ערך- אדם ג'

:V'

:V

חפץ 8	חפץ 7	חפץ 6	חפץ 5	חפץ 4	חפץ 3	חפץ 2	חפץ 1	
ריק	7	4	ריק	8	10	7	2	ערך- אדם א'
ריק	1	2	ריק	3	5	7	8	ערך- אדם ב'
ריק	7	6	ריק	4	3	2	1	ערך- אדם ג'

לאחר מכן נראה כי שחקן א' מקבל את חפץ 3 ו-4 נקבל כך:

:A

חפצים	ערכי חפצים	
חפץ 3,4	18	ערך- אדם א'
חפץ 5	10	ערך- אדם ב'
חפץ 8	8	ערך- אדם ג'

:V'

חפץ 8	חפץ 7	חפץ 6	חפץ 5	חפץ 4	חפץ 3	חפץ 2	חפץ 1	
2	3	4	7	7	8	10	11	ערך- אדם א'
1	2	3	4	5	7	8	10	ערך- אדם ב'
1	2	3	4	5	6	7	8	ערך- אדם ג'

:V

חפץ 8	חפץ 7	חפץ 6	חפץ 5	חפץ 4	חפץ 3	חפץ 2	חפץ 1	
ריק	7	4	ריק	ריק	ריק	7	2	ערך- אדם א'
ריק	1	2	ריק	ריק	ריק	7	8	ערך- אדם ב'
ריק	7	6	ריק	ריק	ריק	2	1	ערך- אדם ג'

לאחר מכן נראה כי שחקן ג'  
מקבל את חפץ 5 נקבל כך:

:A

חפצים	ערכי חפצים	
חפץ 3,4	18	ערך- אדם א'
חפץ 5	10	ערך- אדם ב'
חפץ 7,8	15	ערך- אדם ג'

:V'

חפץ 8	חפץ 7	חפץ 6	חפץ 5	חפץ 4	חפץ 3	חפץ 2	חפץ 1	
2	3	4	7	7	8	10	11	ערך- אדם א'
1	2	3	4	5	7	8	10	ערך- אדם ב'
1	2	3	4	5	6	7	8	ערך- אדם ג'

:V

חפץ 8	חפץ 7	חפץ 6	חפץ 5	חפץ 4	חפץ 3	חפץ 2	חפץ 1	
ריק	ריק	4	ריק	ריק	ריק	7	2	ערך- אדם א'
ריק	ריק	2	ריק	ריק	ריק	7	8	ערך- אדם ב'
ריק	ריק	6	ריק	ריק	ריק	2	1	ערך- אדם ג'

לאחר מכן נראה כי שחקן ב' מקבל את חפץ 6 נקבל כך:

:A

חפצים	ערכי חפצים	
חפץ 4, חפץ 3	18	ערך-אדם א'
חפץ 5, חפץ 1	18	ערך- אדם ב'
חפץ 8, חפץ 7	15	ערך- אדם ג'

:V'

חפץ 8	חפץ 7	חפץ 6	חפץ 5	חפץ 4	חפץ 3	חפץ 2	חפץ 1	
2	3	4	7	7	8	10	11	ערך- אדם א'
1	2	3	4	5	7	8	10	ערך- אדם ב'
1	2	3	4	5	6	7	8	ערך- אדם ג'

:V

חפץ 8	חפץ 7	חפץ 6	חפץ 5	חפץ 4	חפץ 3	חפץ 2	חפץ 1	
ריק	ריק	4	ריק	ריק	ריק	7	ריק	ערך- אדם א'
ריק	ריק	2	ריק	ריק	ריק	7	ריק	ערך- אדם ב'
ריק	ריק	6	ריק	ריק	ריק	2	ריק	ערך- אדם ג'

לאחר מכן נראה כי שחקן א' מקבל את חפץ 7 נקבל כך:

:A

חפצים	ערכי חפצים	
חפץ 2, חפץ 3, חפץ 4	25	ערך- אדם א'
חפץ 1, חפץ 5	18	ערך- אדם ב'
חפץ 7, חפץ 8	15	ערך- אדם ג'

:V'

חפץ 8	חפץ 7	חפץ 6	חפץ 5	חפץ 4	חפץ 3	חפץ 2	חפץ 1	
2	3	4	7	7	8	10	11	ערך- אדם א'
1	2	3	4	5	7	8	10	ערך- אדם ב'
1	2	3	4	5	6	7	8	ערך- אדם ג'

:V

חפץ 8	חפץ 7	חפץ 6	חפץ 5	חפץ 4	חפץ 3	חפץ 2	חפץ 1	
ריק	ריק	4	ריק	ריק	ריק	ריק	ריק	ערך- אדם א'
ריק	ריק	2	ריק	ריק	ריק	ריק	ריק	ערך- אדם ב'
ריק	ריק	6	ריק	ריק	ריק	ריק	ריק	ערך- אדם ג'

לאחר מכן נראה כי שחקן ג' מקבל את חפץ 8 נקבל כך:

:A

חפצים	רשימת ערכי חפצים	
חפץ 2, חפץ 3, חפץ 4	25	ערך-אדם א'
חפץ 1, חפץ 5	18	ערך-אדם ב'
חפץ 6, חפץ 7, חפץ 8	21	ערך-אדם ג'

V':

חפץ 8	חפץ 7	חפץ 6	חפץ 5	חפץ 4	חפץ 3	חפץ 2	חפץ 1	
2	3	4	7	7	8	10	11	עך- אדם א'
1	2	3	4	5	7	8	10	עך- אדם ב'
1	2	3	4	5	6	7	8	עך- אדם ג'

V:

חפץ 8	חפץ 7	חפץ 6	חפץ 5	חפץ 4	חפץ 3	חפץ 2	חפץ 1	
ריק	ריק	ריק	ריק	ריק	ריק	ריק	ריק	עך- אדם א'
ריק	ריק	ריק	ריק	ריק	ריק	ריק	ריק	עך- אדם ב'
ריק	ריק	ריק	ריק	ריק	ריק	ריק	ריק	עך- אדם ג'

ולבסוף נחזיר את A:

חפצים	ערכי חפצים	
חפץ 2, חפץ 3, חפץ 4	25	עך-אדם א'
חפץ 5, חפץ 1	18	עך- אדם ב'
חפץ 6, חפץ 7, חפץ 8	21	עך- אדם ג'

דוגמאות קלט פלט -אלגוריתם 1 :

**Test1:**

אלגוריתם 1:

• קלט:

M:

חפץ 1    חפץ 2    חפץ 3    חפץ 4    חפץ 5    חפץ 6    חפץ 7    חפץ 8

N:

אדם א'    אדם ב'    אדם ג'

V:

חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3	חפץ 4	חפץ 5	חפץ 6	חפץ 7	חפץ 8	
11	10	8	7	6	5	3	2	ערך- אדם א'
100	55	50	33	12	5	4	1	ערך- אדם ב'
15	15	12	9	8	8	7	5	ערך- אדם ג'

α:  $\frac{3}{4}$

• פלט A':

**רשימת חפצים**

חפץ 3, חפץ 4

ערך-  
אדם א'

חפץ 1

ערך-  
אדם ב'

חפץ 2, חפץ 5

ערך-  
אדם ג'

המשך דוגמאות קלט פלט -אלגוריתם 1 :

Test2:

אלגוריתם 1:

• נקבל:

M:

חפץ 1    חפץ 2    חפץ 3

N:

אדם א'    אדם ב'    אדם ג'

V:

חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3	
6	5	4	ערך- אדם א'
10	2	1	ערך- אדם ב'
7	7	7	ערך- אדם ג'

• פלט A':

רשימת חפצים

חפץ 1	ערך- אדם א'
חפץ 2	ערך- אדם ב'
חפץ 3	ערך- אדם ג'

המשך דוגמאות קלט פלט -אלגוריתם 1 :

Test3:

אלגוריתם 1:

• קלט:

• M :

12 חפץ 11 חפץ 10 חפץ 9 חפץ 8 חפץ 7 חפץ 6 חפץ 5 חפץ 4 חפץ 3 חפץ 2 חפץ 1 חפץ

N :

אדם א'    אדם ב'    אדם ג'

V:

חפץ 12	חפץ 11	חפץ 10	חפץ 9	חפץ 8	חפץ 7	חפץ 6	חפץ 5	חפץ 4	חפץ 3	חפץ 2	חפץ 1	
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	ערך- אדם א'
1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	ערך- אדם ב'
1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	ערך- אדם ג'

α:  $\frac{9}{10}$

• פלט A:

רשימת חפצים	
חפץ 1, חפץ 4, חפץ 11, חפץ 12	ערך- אדם א'
חפץ 2, חפץ 3, חפץ 10, חפץ 9	ערך- אדם ב'
חפץ 5, חפץ 6, חפץ 7	ערך- אדם ג'



דוגמאות קלט פלט -אלגוריתם 2 :

Test1:

• קלט:

חפץ 8	חפץ 7	חפץ 6	חפץ 5	חפץ 4	חפץ 3	חפץ 2	חפץ 1
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

M:

אדם א'	אדם ב'	אדם ג'
--------	--------	--------

N:

חפץ 8	חפץ 7	חפץ 6	חפץ 5	חפץ 4	חפץ 3	חפץ 2	חפץ 1	
$\frac{2}{17}$	$\frac{3}{17}$	$\frac{5}{17}$	$\frac{6}{17}$	$\frac{7}{17}$	$\frac{8}{17}$	$\frac{10}{17}$	$\frac{11}{17}$	ערך- אדם א'
$\frac{1}{77}$	$\frac{4}{77}$	$\frac{5}{77}$	$\frac{12}{77}$	$\frac{33}{77}$	$\frac{50}{77}$	$\frac{55}{77}$	$\frac{100}{77}$	ערך- אדם ב'
$\frac{5}{25}$	$\frac{7}{25}$	$\frac{8}{25}$	$\frac{8}{25}$	$\frac{9}{25}$	$\frac{12}{25}$	$\frac{15}{25}$	$\frac{15}{25}$	ערך- אדם ג'

V:

$\frac{3}{4}$  :α

• פלט:

חפץ 8	חפץ 7	חפץ 6
----------	----------	----------

M:החפצים שנותרו

N: קבוצה ריקה.

V: פונק' ערכים ריקה.

הקצאות:

אדם א': חפץ 3, חפץ 4

אדם ב': חפץ 1

אדם ג': חפץ 2, חפץ 5

המשך דוגמאות קלט פלט -אלגוריתם 2 :

Test2:

• קלט:

M:

חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3
-------	-------	-------

N:

אדם א'	אדם ב'	אדם ג'
--------	--------	--------

V:

חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3	
$\frac{6}{4}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{4}$	ערך- אדם א'
10	2	1	ערך- אדם ב'
1	1	1	ערך- אדם ג'

α: 1

• פלט:

אינדקסים	1	2	3
חפצים	חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3

M:קבוצה ריקה

N: קבוצה ריקה.

V: פונק' ערכים ריקה.

אדם א': חפץ א

אדם ב': חפץ 2

אדם ג': חפץ ג'

המשך דוגמאות קלט פלט -אלגוריתם 2 :

Test3:

• קלט:

M:

חפץ 12	חפץ 11	חפץ 10	חפץ 9	חפץ 8	חפץ 7	חפץ 6	חפץ 5	חפץ 4	חפץ 3	חפץ 2	חפץ 1
--------	--------	--------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

N:

אדם א'	אדם ב'	אדם ג'
--------	--------	--------

—

V:

	חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3	חפץ 4	חפץ 5	חפץ 6	חפץ 7	חפץ 8	חפץ 9	חפץ 10	חפץ 11	חפץ 12
ערוך- אדם א'	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
ערוך- אדם ב'	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
ערוך- אדם ג'	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

α:  $\frac{9}{10}$

• פלט:

M:החפצים שנותרו

אינדקסים	1	2	3	4	5	6	7	8	9
חפצים	חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3	חפץ 4	חפץ 8	חפץ 9	חפץ 10	חפץ 11	חפץ 12

N: קבוצה.

אדם א'	אדם ב'
--------	--------

V: פונק' ערכים.

	חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3	חפץ 4	חפץ 8	חפץ 9	חפץ 10	חפץ 11	חפץ 12
ערוך- אדם א'	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
ערוך- אדם ב'	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

מקצים לאדם ג' חפצים 5, 6, 7

דוגמאות קלט פלט -אלגוריתם 3 :

Test1:

• קלט:

M:החפצים שנותרו

אינדקסים	1	2	3	4	5	6	7	8	9
חפצים	חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3	חפץ 4	חפץ 8	חפץ 9	חפץ 10	חפץ 11	חפץ 12

N: קבוצה.

אדם א'	אדם ב'
--------	--------

V: פונק' ערכים.

	חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3	חפץ 4	חפץ 8	חפץ 9	חפץ 10	חפץ 11	חפץ 12
ערך- אדם א'	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
ערך- אדם ב'	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

$\alpha: \frac{9}{10}$

• פלט  
( A'' )  
הארץ

לאחר ההקצאה באלגוריתם 3):

רשימת חפצים	
חפץ 1, חפץ 4, חפץ 11, חפץ 12	ערך- אדם א'
חפץ 2, חפץ 3, חפץ 10, חפץ 9	ערך- אדם ב'

המשך דוגמאות קלט פלט -אלגוריתם 3 :

Test2:

- קלט:

M:החפצים שנותרו

אינדקסים	1	2	3	4	5	6
חפצים	חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3	חפץ 4	חפץ 8	חפץ 9

N: קבוצה.

אדם א'	אדם ב'
--------	--------

V: פונק' ערכים.

	חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3	חפץ 4	חפץ 8	חפץ 9
ערך- אדם א'	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
ערך- אדם ב'	$\frac{3}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

$\alpha:$   $\frac{4}{5}$

- פלט ( "A לאחר ההקצאה באלגוריתם 3):

רשימת חפצים	
חפץ 2, חפץ 3, חפץ 8, חפץ 9	ערך- אדם א'
חפץ 1, חפץ 4	ערך- אדם ב'

דוגמאות קלט פלט -אלגוריתם 4 :

Test1:

- קלט:
- M:

חפץ 11	חפץ 10	חפץ 9	חפץ 8	חפץ 7	חפץ 6	חפץ 5	חפץ 4	חפץ 3	חפץ 2	חפץ 1
--------	--------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

אדם א'	אדם ב'	אדם ג'
--------	--------	--------

:N

:V

חפץ 11	חפץ 10	חפץ 9	חפץ 8	חפץ 7	חפץ 6	חפץ 5	חפץ 4	חפץ 3	חפץ 2	חפץ 1	
0.5	0.7	0.7	0.7	0.47	7	8	8	8	15	15	ערך- אדם א'
0.5	0.7	0.7	0.7	0.47	7	8	8	8	15	15	ערך- אדם ב'
0.5	0.7	0.7	0.7	0.47	7	8	8	8	15	15	ערך- אדם ג'

- פלט

רשימת חפצים	
חפץ 1, חפץ 7	אדם א'
חפץ 4, חפץ 5, חפץ 6	אדם ב'
חפץ 2, חפץ 3	אדם ג'

המשך דוגמאות קלט פלט -אלגוריתם 4 :

Test2:

• נקבל:

• נקבל:

M:

חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3	חפץ 4	חפץ 5	חפץ 6	חפץ 7	חפץ 8	חפץ 9	חפץ 10
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	--------

N:

אדם א'	אדם ב'	אדם ג'
--------	--------	--------

V:

חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3	חפץ 4	חפץ 5	חפץ 6	חפץ 7	חפץ 8	חפץ 9	חפץ 10	
$\frac{16}{22}$	$\frac{16}{22}$	$\frac{7}{22}$	$\frac{7}{22}$	$\frac{7}{22}$	$\frac{7}{22}$	$\frac{2}{22}$	$\frac{2}{22}$	$\frac{1}{22}$	$\frac{1}{22}$	ערוך- אדם א'
$\frac{16}{22}$	$\frac{16}{22}$	$\frac{7}{22}$	$\frac{7}{22}$	$\frac{7}{22}$	$\frac{7}{22}$	$\frac{2}{22}$	$\frac{2}{22}$	$\frac{1}{22}$	$\frac{1}{22}$	ערוך- אדם ב'
$\frac{16}{22}$	$\frac{16}{22}$	$\frac{7}{22}$	$\frac{7}{22}$	$\frac{7}{22}$	$\frac{7}{22}$	$\frac{2}{22}$	$\frac{2}{22}$	$\frac{1}{22}$	$\frac{1}{22}$	ערוך- אדם ג'

• פלט :

ההקצאה:

רשימת חפצים	
חפץ 1, חפץ 7	אדם א'
חפץ 4, חפץ 5, חפץ 6	אדם ב'
חפץ 2, חפץ 3	אדם ג'

חפצים שלא חולקו:

חפץ 8	חפץ 9	חפץ 10
-------	-------	--------

דוגמאות קלט פלט -אלגוריתם 5 :

Test1:

- קלט:  
M:

11 חפץ	10 חפץ	9 חפץ	8 חפץ	7 חפץ	6 חפץ	5 חפץ	4 חפץ	3 חפץ	2 חפץ	1 חפץ
--------	--------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

N:	אדם א'	אדם ב'	אדם ג'
----	--------	--------	--------

V:

אינדקס	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	sum
אדם א' ערכי התחלה	15	15	8	7	7	7	0.47	0.7	0.7	0.7	0.5	62.07
ערכים אחרי הכפלה:	0.727066	0.727066	0.39525	0.351334	0.351334	0.346454	0.022934	0.022934	0.022934	0.022934	0.022934	3.013175

אינדקס	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	sum
אדם ב' ערכי התחלה	14.9	14.9	8.1	7.2	7.2	7.1	0.47	0.47	0.47	0.47	0.47	61.75
ערכים אחרי נרמול:	0.723887	0.723887	0.393522	0.349798	0.349798	0.344939	0.022834	0.022834	0.022834	0.022834	0.022834	3

אינדקס	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	sum
אדם ג' ערכי התחלה	14.9	14.9	8.1	7.2	7.2	7.1	0.47	0.47	0.47	0.47	0.47	61.75
ערכים אחרי נרמול:	0.723887	0.723887	0.393522	0.349798	0.349798	0.344939	0.022834	0.022834	0.022834	0.022834	0.022834	3

- פלט :  
אותן הקבוצות שקיבלנו, בלי שינוי



דוגמאות קלט פלט -אלגוריתם 6 :

Test1:

- קלט:  
M:

11 חפץ	10 חפץ	9 חפץ	8 חפץ	7 חפץ	6 חפץ	5 חפץ	4 חפץ	3 חפץ	2 חפץ	1 חפץ
--------	--------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

N:

אדם א'	אדם ב'	אדם ג'
--------	--------	--------

V:

אינדקס	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	sum
אדם א' ערכי התחלה	15	15	8	7	7	7	0.47	0.7	0.7	0.7	0.5	62.07
ערכים אחרי הכפלה:	0.727066	0.727066	0.39525	0.351334	0.351334	0.346454	0.022934	0.022934	0.022934	0.022934	0.022934	3.013175

אינדקס	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	sum
אדם ב' ערכי התחלה	14.9	14.9	8.1	7.2	7.2	7.1	0.47	0.47	0.47	0.47	0.47	61.75
ערכים אחרי נרמול:	0.723887	0.723887	0.393522	0.349798	0.349798	0.344939	0.022834	0.022834	0.022834	0.022834	0.022834	3

אינדקס	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	sum
אדם ג' ערכי התחלה	14.9	14.9	8.1	7.2	7.2	7.1	0.47	0.47	0.47	0.47	0.47	61.75
ערכים אחרי נרמול:	0.723887	0.723887	0.393522	0.349798	0.349798	0.344939	0.022834	0.022834	0.022834	0.022834	0.022834	3

- פלט :  
קבוצות ריקות,  
קבוצת החפצים שלא חולקו:

8 חפץ	9 חפץ	10 חפץ	11 חפץ
-------	-------	--------	--------

ההקצאה במהלך האלגוריתם:

רשימת חפצים	
חפץ 1, חפץ 7	אדם א'
חפץ 4, חפץ 5, חפץ 6	אדם ב'
חפץ 2, חפץ 3	אדם ג'

המשך דוגמאות קלט פלט -אלגוריתם 6 :

Test2:

❖ נקבל:

M:

חפץ 10	חפץ 9	חפץ 8	חפץ 7	חפץ 6	חפץ 5	חפץ 4	חפץ 3	חפץ 2	חפץ 1
--------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

N:

אדם א'	אדם ב'	אדם ג'
--------	--------	--------

V:

חפץ 10	חפץ 9	חפץ 8	חפץ 7	חפץ 6	חפץ 5	חפץ 4	חפץ 3	חפץ 2	חפץ 1	
$\frac{1}{22}$	$\frac{1}{22}$	$\frac{2}{22}$	$\frac{2}{22}$	$\frac{7}{22}$	$\frac{7}{22}$	$\frac{7}{22}$	$\frac{7}{22}$	$\frac{16}{22}$	$\frac{16}{22}$	ערך- אדם א'
$\frac{1}{22}$	$\frac{1}{22}$	$\frac{2}{22}$	$\frac{2}{22}$	$\frac{7}{22}$	$\frac{7}{22}$	$\frac{7}{22}$	$\frac{7}{22}$	$\frac{16}{22}$	$\frac{16}{22}$	ערך- אדם ב'
$\frac{1}{22}$	$\frac{1}{22}$	$\frac{2}{22}$	$\frac{2}{22}$	$\frac{7}{22}$	$\frac{7}{22}$	$\frac{7}{22}$	$\frac{7}{22}$	$\frac{16}{22}$	$\frac{16}{22}$	ערך- אדם ג'

- פלט :  
קבוצות ריקות,  
קבוצת החפצים שלא חולקו:

חפץ 10	חפץ 9	חפץ 8
--------	-------	-------

ההקצאה במהלך האלגוריתם:

רשימת חפצים	
חפץ 1, חפץ 7	אדם א'
חפץ 4, חפץ 5, חפץ 6	אדם ב'
חפץ 2, חפץ 3	אדם ג'

דוגמאות קלט פלט (אלגוריתם 7,8) :

(הערה נקצה רק את MMS והשאר לא נגדיר על מנת שהבדיקה תהיה נכונה לכל אלגו')

**Test1:**

אלגוריתם 7:

• קלט:

M:

חפץ 1

N:

אדם א'

V:

חפץ 1	
2	ערך- אדם א'

• פלט:

M:

חפץ 1

N:

אדם א'

V':

חפץ 1	
2	ערך- אדם א'

**אלגוריתם 8:**

• קלט:

M:

חפץ 1

N:

אדם א'

V':

חפץ 1	
2	ערך- אדם א'

V:

חפץ 1	
2	ערך- אדם א'

A'(חלוקה לפי  $\alpha$  :  $\frac{3}{4}$ ) :

רשימת חפצים	
חפץ 1	ערך- אדם א'

• פלט A:

רשימת חפצים	
חפץ 1	ערך- אדם א'

## המשך דוגמאות קלט פלט (אלגוריתם 7,8) :

### Test2:

אלגוריתם 7:

• קלט:

חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3	חפץ 4	חפץ 5	חפץ 6	חפץ 7	חפץ 8
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

:M

אדם א'	אדם ב'	אדם ג'
--------	--------	--------

:N

חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3	חפץ 4	חפץ 5	חפץ 6	חפץ 7	חפץ 8	
2	7	10	8	3	4	7	11	ערך- אדם א'
8	7	5	3	10	2	1	4	ערך- אדם ב'
1	2	3	4	5	6	7	8	ערך- אדם ג'

:V

• פלט:

חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3	חפץ 4	חפץ 5	חפץ 6	חפץ 7	חפץ 8
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

:M

אדם א'	אדם ב'	אדם ג'
--------	--------	--------

:N

חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3	חפץ 4	חפץ 5	חפץ 6	חפץ 7	חפץ 8	
11	10	8	7	7	4	3	2	ערך- אדם א'
10	8	7	5	4	3	2	1	ערך- אדם ב'
8	7	6	5	4	3	2	1	ערך- אדם ג'

:V'

אלגוריתם 8:

• נקבל:

חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3	חפץ 4	חפץ 5	חפץ 6	חפץ 7	חפץ 8
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

:M

אדם א'	אדם ב'	אדם ג'
--------	--------	--------

:N

חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3	חפץ 4	חפץ 5	חפץ 6	חפץ 7	חפץ 8	
11	10	8	7	7	4	3	2	ערך- אדם א'
10	8	7	5	4	3	2	1	ערך- אדם ב'
8	7	6	5	4	3	2	1	ערך- אדם ג'

:V'

:V

חפץ 8	חפץ 7	חפץ 6	חפץ 5	חפץ 4	חפץ 3	חפץ 2	חפץ 1	
11	7	4	3	8	10	7	2	ערך- אדם א'
4	1	2	10	3	5	7	8	ערך- אדם ב'
8	7	6	5	4	3	2	1	ערך- אדם ג'

A'(חלוקה לפי  $\alpha$ :  $\frac{3}{4}$ ):

רשימת חפצים	
חפץ 3, חפץ 4	ערך- אדם א'
חפץ 1	ערך- אדם ב'
חפץ 2, חפץ 5	ערך- אדם ג'

• פלט A:

רשימת חפצים	
חפץ 3, חפץ 4	ערך- אדם א'
חפץ 5	ערך- אדם ב'
חפץ 7, חפץ 8	ערך- אדם ג'

המשך דוגמאות קלט פלט (אלגוריתם 7,8) :

Test3:

אלגוריתם 7:

• קלט:

M:

חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3
-------	-------	-------

N:

אדם א'	אדם ב'
--------	--------

V:

חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3	
10	3	1	ערך- אדם א'
10	10	10	ערך- אדם ב'

• פלט:

M:

חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3
-------	-------	-------

N:

אדם א'	אדם ב'
--------	--------

V':

חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3	
10	3	1	ערך- אדם א'
10	10	10	ערך- אדם ב'

אלגוריתם 8:

• נקבל:

M:

חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3
-------	-------	-------

N:

אדם א'	אדם ב'
--------	--------

V':

חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3	
10	3	1	ערך- אדם א'
10	10	10	ערך- אדם ב'

חפץ 1	חפץ 2	חפץ 3	
-------	-------	-------	--

:V

1	3	10	ערך- אדם א'
10	10	10	ערך- אדם ב'

A'(חלוקה לפי  $\alpha$ :  $(\frac{3}{4})$  :

רשימת חפצים	
חפץ 1	ערך- אדם א'
חפץ 3	ערך- אדם ב'

• פלט A:

רשימת חפצים	
חפץ 1	ערך- אדם א'
חפץ 2	ערך- אדם ב'