

2018

# Подготовка к ЕГЭ по математике

Теория для решения заданий  
«Стереометрия»



Для решения задач по стереометрии необходимо знать формулы площадей фигур и формулы объёмов тел. Сложных задач нет, все они решаются в 1-2 действия (редко в три действия). Важно увидеть путь решения и какую формулу необходимо применить.

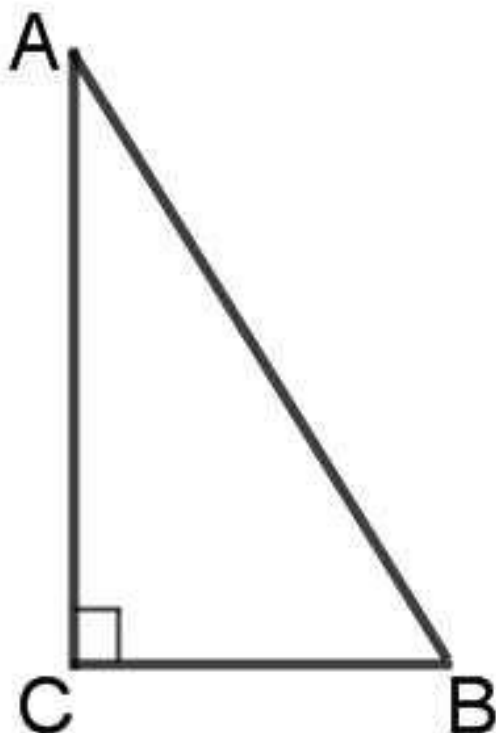
Необходимая теория:

- теорема Пифагора
- теорема косинусов
- определения синуса, косинуса, тангенса и котангенса в прямоугольном треугольнике
- формулы площадей фигур
- формулы объёмов тел
- отношение площадей подобных фигур
- отношение объёмов подобных тел

### Теорема Пифагора

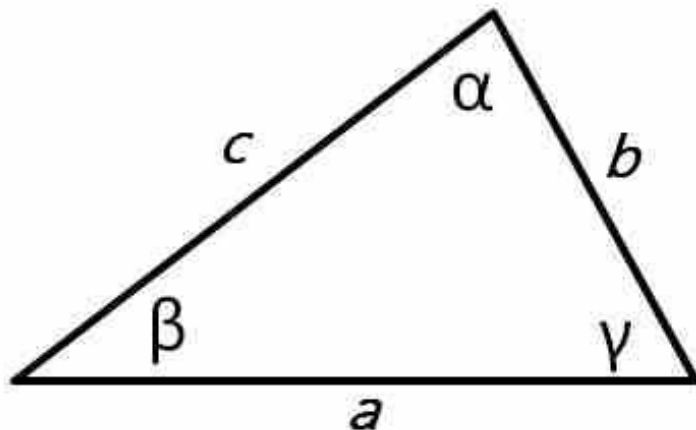
*В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы  
равен сумме квадратов катетов.*

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$



## Теорема косинусов

**Теорема:** *квадрат любой стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон, без удвоенного произведения этих сторон на косинус угла между ними.*



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$$

Другие стороны:

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma$$

\*Зная две стороны треугольника и угол между ними мы всегда можем найти третью сторону.

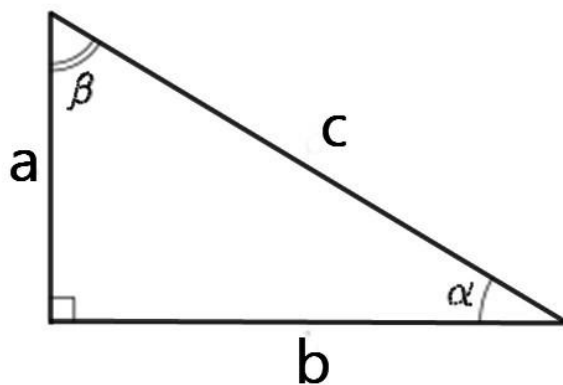
Если нам будут известны все три стороны треугольника, то всегда можно найти любой угол:

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c}$$

$$\cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2 \cdot a \cdot c}$$

$$\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2 \cdot a \cdot b}$$

Понятие синуса, косинуса, тангенса и котангенса в прямоугольном треугольнике  
**Гипотенуза** прямоугольного треугольника — это сторона, лежащая напротив прямого угла. **Катеты** — стороны, лежащие напротив острых углов.



Катет  $a$ , лежащий напротив угла  $\alpha$ , называется **противолежащим** (по отношению к углу  $\alpha$ ). Другой катет  $b$ , который лежит на одной из сторон угла  $\alpha$ , называется **прилежащим**.

**Синус** острого угла в прямоугольном треугольнике — это отношение противолежащего катета к гипотенузе:

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

**Косинус** острого угла в прямоугольном треугольнике — отношение прилежащего катета к гипотенузе:

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

**Тангенс** острого угла в прямоугольном треугольнике — отношение противолежащего катета к прилежащему:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

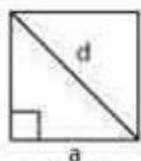
**Котангенс** острого угла в прямоугольном треугольнике — это отношение прилежащего катета к противолежащему (или, что то же самое, отношение косинуса к синусу):

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{b}{a}$$

Таким образом, зная два-три элемента в прямоугольном треугольнике, мы всегда сможем найти все остальные его элементы (углы и стороны).

# Формулы площадей и объёмов

## ПЛОЩАДЬ

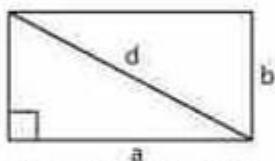


квадрат

$$S = a^2$$

$$P = 4a \quad P - \text{сумма сторон фигуры}$$

$$d = a\sqrt{2} \quad d - \text{длина диагонали}$$



прямоугольник

$$S = a \cdot b$$

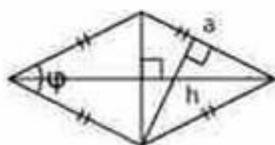
$$d = \sqrt{a^2 + b^2}$$



параллелограмм

$$S = a \cdot h$$

$$S = a \cdot b \cdot \sin \varphi \quad h - \text{высота}$$

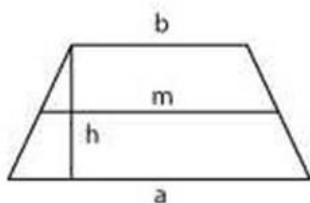


ромб

$$S = a \cdot h$$

$$S = a^2 \cdot \sin \varphi \quad h - \text{высота}$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot d_1 \cdot d_2 \quad d_1 \text{ и } d_2 - \text{диагонали}$$

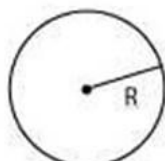


трапеция

$$S = \frac{a + b}{2} \cdot h \quad a \text{ и } b - \text{основания}$$

$$h - \text{высота}$$

$$m = \frac{a + b}{2} - \text{средняя линия}$$

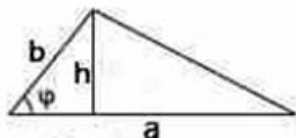


круг

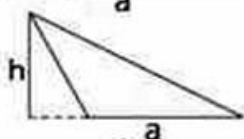
$$S = \pi R^2$$

$$L = 2\pi R = \pi D \quad D - \text{диаметр}$$

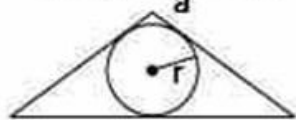
$$L - \text{длина окружности}$$



$$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h$$



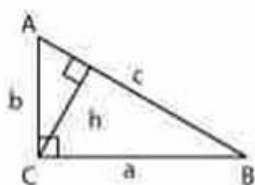
$$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \varphi$$



$$S = p \cdot r \quad p - \text{полупериметр}$$

$r$  – радиус вписанной окружности

треугольник



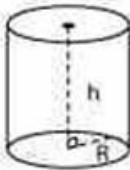
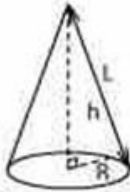
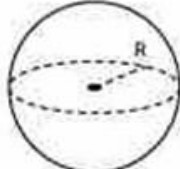
прямоугольный  
треугольник

$$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b$$

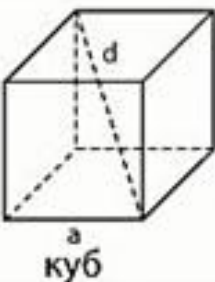
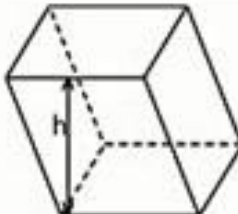
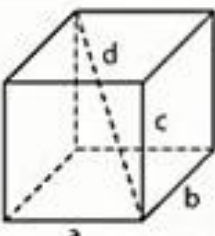
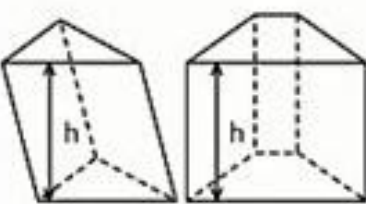
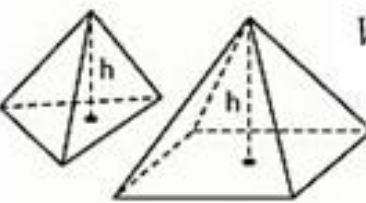
$$S = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

## ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ

| ОБЪЁМ   | ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ  |
|---|--|
| <br>цилиндр<br>$V = \pi R^2 h$<br>$R$ – радиус основания<br>$h$ – высота | $S = 2S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}} =$ $= 2\pi R^2 + 2\pi R h$                                     |
| <br>конус<br>$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot h$                    | $S = S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}} = \pi R^2 + \pi R L$ $L$ – образующая<br>$L = \sqrt{R^2 + h^2}$ |
| <br>шар<br>$V = \frac{4}{3} \pi R^3$                                     | $S = 4\pi R^2$   |

## МНОГОГРАННИКИ

| ОБЪЁМЫ   | ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ  |
|--|--|
|  $V = a^3$<br>$a$ – ребро куба<br>куб                     | $S = 6a^2$<br>$d = a\sqrt{3}$<br>длина диагонали   |
|  $V = S_{\text{осн}} \cdot h$<br>параллелепипед           | $S = 2S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}}$<br>$S_{\text{осн}}$ – площадь основания<br>$h$ – высота |
|  $V = a \cdot b \cdot c$<br>прямоугольный параллелепипед | $S = 2ab + 2ac + 2bc$<br>$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$  |
|  $V = S_{\text{осн}} \cdot h$<br>призма                 | $S = 2S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}}$<br>$S_{\text{осн}}$ – площадь основания<br>$h$ – высота |
|  $V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot h$<br>пирамида   | $S = S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}}$  |

## Отношение площадей подобных фигур

*Отношение площадей двух подобных фигур равно*

*квадрату коэффициента подобия.*

$$\frac{S_2}{S_1} = k^2 \quad \Leftrightarrow \quad S_2 = k^2 \cdot S_1$$

То есть, при изменении (увеличении или уменьшении) всех линейных размеров фигуры в  $k$  раз, отношение площади полученной к площади исходной фигуры будет равно  $k^2$ .

## Отношение объёмов подобных тел

*Отношение объёмов двух подобных тел равно*

*кубу коэффициента подобия.*

$$\frac{V_2}{V_1} = k^3 \quad \Leftrightarrow \quad V_2 = k^3 \cdot V_1$$

То есть, при изменении (увеличении или уменьшении) всех линейных размеров тела в  $k$  раз, отношение объёма полученного тела к объёму исходного будет равно  $k^3$ .



## Список сайтов по другим предметам:

Подготовка к экзамену по [русскому языку](#)

Подготовка к экзамену по [литературе](#)

Подготовка к экзамену по [химии](#)

Подготовка к экзамену по [истории и обществознанию](#)

Подготовка к экзамену по [биологии](#)

## Бесплатные материалы для подготовки по математике:

Сайт Яковлева Игоря Вячеславовича [здесь](#).

Материалы ЕГЭ-Судии на [этой странице](#).

[Сайт Александра Ларина](#).

## Платные курсы



## Посмотреть подробнее

Подготовка к ЕГЭ и ОГЭ (ГИА) [КУРС Видеорепетитор](#).

## Полезные ресурсы:

Материалы для учителей и учеников [Портал Инфоурок](#).

Подготовка к ЕГЭ по математике – [блог Инны Фельдман](#).

Портал Дмитрия Тарасова [Видеоуроки в Интернет](#).

Обучение онлайн ЕГЭ, ОГЭ, олимпиады [Библиотека курсов Фоксворд](#)