UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE BOGOTÁ

Control Robusto de Modo Deslizante: Motor D.C. de imán permanente

Jorge Sofrony

I. Objetivo

Este taller tiene como objetivo abordar el problema de diseño de controladores por métodos de modo deslizante (SM).

II. Problema I

El problema se enfoca en el seguimiento de referencias (*set-point tracking*) en un rango de $\phi \in [-30, 30]$ grados. Se considera que la planta es un motor D.C. de imán permanente, y se asume un modelo nominal no lineal. El sistema esta sujeto a una carga puntual y variable, la cual es la fuente de la no linealidad del sistema.

Considere un modelo (simple) para un motor D.C., y asuma que $L <<$ (i.e. la inductancia de armadura es muy pequeña). Esto resultará en un modelo de segundo orden con integrador. Asuma que el motor debe mover una carga puntual la cual produce un momento sobre el eje del motor. La carga consiste en un masa (puntual) $M \leq 300gr$ ubicada una distancia de $5cm$ del eje; tanto la masa como su ubicación pueden variar hasta un 20% de su valor nominal. Se asume que los parámetros pueden variar un 20%. Uno de los principales objetivos es tener una señal de control lo mas pequeña posible, y una dinámica en lazo cerrado lo mas rápido posible. El problema a considerar consiste es el diseño e implementación de un sistema de control tipo SM de posición para un motor D.C. de imán permanente. Se asume que el ángulo cero es aquel en el cual se ubica la barra de carga en posición horizontal, y que se tiene acceso a medidas de velocidad y posición.

TABLE I
Listado de Parametros

Parametro	Valor
Resistencia (R)	$8\ \Omega$
Momento de Inercia (J)	$9{,}85 \times 10^{-3}$ $(kg - m^2)$
Constante de Fricción (B)	$2{,}52 \times 10^{-3}$ $(Nm - s/rad)$
Constante de motor (K_m)	$1{,}57 \times 10^{-2}$ (Nm/Amp)

II-A. *Paso I*

Diseño SM:

Defina los estado del sistema como $x_1 = \theta$ y $x_2 = \dot{\theta}$. Defina $x_e = x_1 - x_r$ como el error de posición y asuma que x_r es constante (set-point tracking); esto implica que $\dot{x}_e = x_2$. Asuma que se tiene acceso a los estados del sistema, y defina la superficie de deslizamiento como:

$$s = ax_e + x_2$$

Department of Mechanical Engineering and Mechatronics, Universidad Nacional de Colombia, Bogota, Colombia jsofronye@unal.edu.co

Asumiendo que $\|x_1\| \leq \pi$ y que la velocidad angular es tal que $\|x_2\| \leq \pi/2$, diseñe un compensador de modo deslizante tal que el sistema garantice la regulación del punto de operación. La señal de control para este caso esta dada por

$$u = -\beta sign(s)$$

y el diseño consiste en definir las constante positiva β y a. Recuerde que $\beta > |ax_2 - f|/|g|$ para garantizar estabilidad. Comente sobre el desempeño del controlador, y sobre el efecto que los parámetros de diseño tienen sobre la dinámica del sistema en lazo cerrado.

II-B. Paso II

Diseño SM con control equivalente:

El control equivalente u_{eq} es la acción de control necesaria para garantizar que la velocidad sobre la superficie deslizante sea cero. Esto puede ayudar a la robustez del sistema, pero en mayor medida a reducir la frecuencia de conmutación de la señal de control (sobre actuación). Al igual que en la sección anterior, considere la superficie de deslizamiento s

Asuma una señal de control de la forma:

$$u = u_{eq} + u_{sm}$$

donde $u_{sm} = -\beta sign(s)$ es la señal "conmutada" y u_{eq} es tal que control tal que $\dot{s} = 0$. Asumiendo un sistema de segundo orden de la forma

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u$$

la señal u_{eq} esta dada por

$$u_{eq} = -\frac{ax_2 + \hat{h}(x)}{\hat{g}(x)}$$

donde $\hat{(.)}$ significa el valor nominal del sistema y sus parámetros. Encuentre la señal de control equivalente nominal y simule el sistema (nominal) en lazo cerrado con $u_{sm} = 0$.

Ahora asuma que los parámetros reales no son iguales a los nominales, y por lo tanto se requiere de una señal que elimine los efectos de la incertidumbre. Demuestre que

$$\dot{s} = \delta(x) + g(x)u_{sm}$$

donde

$$\delta(x) = a\left(1 - \frac{g(x)}{\hat{g}(x)}\right)x_2 + h(x) - \frac{g(x)}{\hat{g}(x)}\hat{h}(x)$$

Es posible garantizar estabilidad si existe un β tal que

$$|\delta(x)|/g(x)| < \beta \qquad \forall x$$

Asumiendo que $\|x_1\| \leq \pi$ y que la velocidad angular es tal que $\|x_2\| \leq \pi/2$, diseñe un compensador de modo deslizante tal que el sistema garantice la regulación del punto de operación, rechazo a perturbaciones, y una reducción de la frecuencia de conmutación

Comente sobre el desempeño de los dos tipos de controlador (s_1 y s_2), y sobre el efecto que los parámetros de diseño tienen sobre la dinámica del sistema en lazo cerrado.