

Prof. Edwin Villalobos Martínez

Tabla de contenidos

- 1 Leyes Lógicas
 - Tabla de leyes lógicas
 - Ejemplos de equivalencia lógica
 - Ejemplos de simplificación
 - Materiales extras

Introducción

A partir del concepto **tautología** es posible generalizar ciertos resultados que son expresados en leyes o fórmulas, que permiten simplificar expresiones lógicas y conjeturar nuevos resultados

Las leyes que estudiaremos a continuación las estudiaremos con algunas variaciones, ya que estas leyes "no están escritas en piedra", es importante entender que las leyes pueden variar según la expresión.

Considere P, Q, R proposiciones arbitrarias:

- **Doble Negación (DN):** $\neg\neg P \equiv P$.
- **Implicación y Disyunción (ID):** $P \rightarrow Q \equiv \neg P \vee Q$

Algunas variaciones de la ley anterior, estudiemos la aplicación:

- $\neg A \rightarrow \neg B \equiv \neg(\neg A) \vee \neg B \equiv A \vee \neg B$
- $M \rightarrow \overline{N} \equiv \neg M \vee \overline{N}$
- $1 \rightarrow 1 \equiv \neg(1) \vee 1 \equiv 0 \vee 1 \equiv 1$

- **Contrapositiva (CP):** $P \rightarrow Q \equiv Q' \rightarrow P'$

- **Conmutatividad (Con):**

- 1 $A \vee B \equiv B \vee A$

- 2 $A \wedge B \equiv B \wedge A$

En esta ley, no importa si alguna proposición esta negada, veamos:

- 3 $\tilde{J} \vee R \equiv R \vee \tilde{J}$

- 4 $\overline{D} \wedge \overline{E} \equiv \overline{E} \wedge \overline{D}$

- **Idempotencia (Idem):**

- 1 $P \vee P \equiv P$

- 2 Variante: $\neg R \vee \neg R \equiv \neg R$

- 3 Variante: $L' \wedge L' \equiv L'$

- **Asociatividad (Aso):**

- 1 $P \vee (Q \vee R) \equiv (P \vee Q) \vee R$
- 2 $P \wedge (Q \wedge R) \equiv (P \wedge Q) \wedge R$
- 3 Variante: $P' \vee (Q' \vee R) \equiv (P' \vee Q') \vee R$
- 4 Variante: $(\overline{A} \wedge \overline{B}) \wedge \overline{C} \equiv \overline{A} \wedge (\overline{B} \wedge \overline{C})$

- **Neutro (Ne):**

- 1 $P \vee 0 \equiv P$
- 2 $P \wedge 1 \equiv P$
- 3 Variante: $0 \vee P' \equiv P'$
- 4 Variante: $1 \wedge (R \vee S) \equiv R \vee S$

- **Inverso (Inv):**

- 1 $P \vee \neg P \equiv \neg P \vee P \equiv 1$
- 2 $P \wedge \neg P \equiv \neg P \wedge P \equiv 0$
- 3 Variante: $(P \vee Q) \wedge \neg (P \vee Q) \equiv 0$

- **Dominación (Dom):**

- 1 $P \vee 1 \equiv 1$
- 2 $P \wedge 0 \equiv 0$
- 3 $1 \vee P' \equiv 1$
- 4 $0 \wedge (P \rightarrow R) \equiv 0$

- **Absorción (Abs):**

- 1 $P \wedge (P \vee Q) \equiv P$
- 2 $P \vee (P \wedge Q) \equiv P$
- 3 Variante: $(\neg Q \vee R) \wedge \neg Q \equiv \neg Q$
- 4 Variante: $(P' \vee Q) \vee [R \wedge (Q \vee P')] \equiv P' \vee Q$

- Distributividad (Dis):

- 1 $P \vee (Q \wedge R) \equiv (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$

- 2 $P \wedge (Q \vee R) \equiv (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$

- 3 Variante: $(Q' \vee R') \wedge A \equiv (A \wedge Q') \vee (A \wedge R')$

- 4 Variante: $(S' \vee R) \wedge (T \vee S') \equiv S' \vee (R \wedge T)$

- De Morgan:

- 1 $\neg(P \vee Q) \equiv \neg P \wedge \neg Q$

- 2 $\neg(P \wedge Q) \equiv \neg P \vee \neg Q$

- 3 Variante: $\overline{P' \vee Q} \equiv \overline{P'} \wedge \overline{Q} \equiv P \wedge \overline{Q}$

- 4 Variante: $(P' \wedge Q')' \equiv P'' \vee Q'' \equiv P \vee Q$

Ejemplo #1

Demuestre la siguiente equivalencia lógica:

$$[[Q \rightarrow (Q \wedge S)] \vee \neg [Q \rightarrow (Q \wedge S)]] \rightarrow P \equiv P$$

$$[[Q \rightarrow (Q \wedge S)] \vee \neg [Q \rightarrow (Q \wedge S)]] \rightarrow P \equiv P$$

Ejemplo #2

Utilice las leyes lógicas para comprobar la siguiente equivalencia lógica:

$$\left[(Q' \vee P) \wedge [(P' \wedge (Q \wedge R)) \wedge (P \vee R)]' \right]' \equiv P' \wedge Q$$

$$\left[(Q' \vee P) \wedge \left[(P' \wedge (Q \wedge R)) \wedge (P \vee R) \right]' \right]' \equiv P' \wedge Q$$

Ejemplo #3

Simplifique al máximo la siguiente expresión:

$$[P \vee \neg(\neg Q \vee \neg S)] \vee \neg(Q \vee \neg S)$$

$$[P \vee \neg (\neg Q \vee \neg S)] \vee \neg (Q \vee \neg S)$$

Ejemplo #4

Simplifique al máximo la siguiente expresión lógica:

$$[(P' \wedge Q) \vee (Q \vee P)'] \wedge [(P' \rightarrow R) \wedge (P \vee R')]$$

$$[(P' \wedge Q) \vee (Q \vee P)'] \wedge [(P' \rightarrow R) \wedge (P \vee R')]$$

Práctica

Aplique las propiedades lógicas para simplificar y verificar la siguiente expresión:

$$[[\neg(P \wedge Q) \rightarrow R] \wedge \neg Q] \vee Q \equiv (R \vee Q)$$

Simplifique al máximo las siguientes expresiones.

a) $[(P' \wedge Q) \vee (Q \vee P)'] \wedge [(P' \rightarrow R) \wedge (P \vee R')]$

b) $Q' \vee \left[\left[(P \wedge Q) \vee (P \wedge Q') \right]' \vee Q \right] \wedge P \right]'$

Use las propiedades de la lógica para verificar cada una de las siguientes equivalencias.

a) $P' \vee (Q' \vee R) \equiv (P \wedge Q)' \vee R$

b) $\left[(Q \vee P) \wedge \left[[P' \wedge (Q' \wedge R)] \wedge (P \vee R) \right]' \right]' \equiv P' \wedge Q'$

Tabla y links de apoyo

- 1 Dar click encima para descargar la tabla
- 2 Dar click encima para ver vídeos de ejemplos adicionales
- 3 Dar click encima para ver vídeo de Youtube
- 4 Dar click encima para ver vídeo de Youtube