Universidad de Piura

Lógica

E1Log1 – E2Log1

Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales

Programa Académico de Administración de Empresas

Inferencias lógicas

Inferencia lógica

¿Qué es la lógica?

Es la ciencia que estudia las leyes y métodos para determinar la validez o corrección de un razonamiento, así como los diferentes tipos de razonamiento.

Inferencia lógica

¿Qué es un razonamiento?

Un razonamiento (argumento, inferencia) es el resultado de la actividad mental de razonar, es decir, que a partir de un conjunto de ideas (que llamaremos premisas) enlazadas entre sí, se justifica una nueva idea (llamada conclusión).

Inferencia lógica

Así pues, decimos que:

Una inferencia lógica o argumento lógico, es una fórmula condicional de la forma:

$$[p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \wedge \cdots p_n] \rightarrow q$$

Donde las fórmulas p_k se denominan premisas y a la fórmula q se le llama conclusión.

Decimos que una inferencia es válida cuando la fórmula es una tautología, caso contrario decimos que el argumento es inválida(falacia).

Inferencia lógica

Notación:

Es usual emplear la notación siguiente para representar una inferencia:

$$\begin{cases} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ \vdots \\ //\therefore q \end{cases}$$

Ejemplos

Los siguientes ejemplos muestran algunos argumentos. (La premisa está sobre la línea horizontal y la conclusión, debajo).

1)

- ✓ Si el sábado hay examen, entonces hoy empiezo a estudiar.
- ✓ El sábado hay examen.

∴ Hoy empiezo a estudiar.

2)

- ✓ Si el banco me aprueba el crédito, iniciaré mi negocio.
- ✓ No iniciaré mi negocio.

∴ El banco no me aprobó el crédito.

Ejemplos

Determinar la validez del siguiente razonamiento: "Si el banco me aprueba el crédito, iniciaré mi negocio. Sin embargo no iniciaré mi negocio. Por lo tanto, el banco no me aprobó el crédito".

Simbolizando:

$$[(p \rightarrow q) \wedge \sim q] \rightarrow \sim p$$

Hallamos la tabla:

$(p \rightarrow q)$	$\wedge$	$\sim q$	$\rightarrow$	$\sim \boldsymbol{p}$
V	**F**	**F**	**V**	**F**
F	**F**	**V**	**V**	**F**
V	**F**	**F**	**V**	**V**
V	**V**	**V**	**V**	**V**
1	**3**	**2**	**Matriz final**	**4**

Leyes de inferencia

Existen un conjunto de inferencias, denominadas inferencias notables o *leyes de inferencia*, las cuales nos permitirán deducir la validez de un razonamiento.

Obsérvese que hallar la tabla de verdad de una inferencia para determinar su validez puede ser muy laborioso. De modo que, a veces podemos reducir la fórmula condicional empleando equivalencias lógicas. Asimismo se puede emplear el método abreviado de las tablas.

Leyes de inferencia

Leyes	Representación simbólica	Esquema
Modus Ponendo Ponens (MPP)	$[(p \to q) \wedge p] \to q$	$p \to q$ p $\therefore q$
Modus Tollendo Tollens (MTT)	$[(p \to q) \wedge\sim q] \to\sim p$	$p \to q$ $\sim q$ $\therefore \sim p$
Modus Ponendo Tollens (MPT)	$[(p \oplus q) \wedge p] \to\sim q$	$p \oplus q$ p $\therefore\sim q$
Modus Tollendo Ponens ó Silogismo Disyuntivo (MTP) – (SD)	$[(p \vee q) \wedge \sim p] \to q$	$p \vee q$ $\sim p$ $\therefore q$

Leyes de inferencia

Leyes	Representación simbólica	Esquema
Silogismo Hipotético Puro (SHP)	$[(p \to q) \land (q \to r)] \to (p \to r)$	$p \to q$ $q \to r$ $\therefore p \to r$
Ley de Simplificación (LS)	$(p \land q) \to p$	$p \land q$ $\therefore p$
Ley de Adición (LA)	$p \to (p \lor q)$* * La fórmula "q" no puede ser obtenida de las otras premisas.	p $\therefore p \lor q$
Ley de Conjunción (LC)	$(p \land q) \to (p \land q)$	p q $\therefore p \land q$

Leyes de inferencia

Leyes	Representación simbólica	Esquema
Ley del Dilema Constructivo (DC)	$[(p \to q) \wedge (r \to s) \wedge (p \vee r)] \to (q \vee s)$	$p \to q$ $r \to s$ $p \vee r$ $\therefore q \vee s$
Ley del Dilema Destructivo (DD)	$[(p \to q) \wedge (r \to s) \wedge (\sim q \vee \sim s)] \to (\sim p \vee \sim r)$	$p \to q$ $r \to s$ $\sim q \vee \sim s$ $\therefore \sim p \vee \sim r$

Ejercicio

Dadas las siguientes premisas: “Si la selección de fútbol de Perú gana todos sus partidos, se clasifica para el mundial. Si Perú se clasifica al mundial, sus jugadores se cotizan mejor. La selección de fútbol gana todos sus partidos. Por lo tanto…”, empleando las leyes de inferencia, halle una conclusión.

Sea

p: La selección de fútbol de Perú gana todos sus partidos.

q: El Perú se clasifica para el mundial.

r: Los jugadores de la selección se cotizan mejor.

Ejercicio

Verifique si la conclusión de las siguientes premisas ha sido correctamente derivada, utilice inferencias notables : “Si un triángulo tiene tres ángulos, un cuadrado tiene cuatro ángulos rectos. Un triángulo tiene tres ángulos y su suma vale dos ángulos rectos. Si los rombos tienen cuatro ángulos rectos, los cuadrados no tienen cuatro ángulos rectos. Por lo tanto, los rombos no tienen cuatro ángulos rectos”.

Solución:

p: un triángulo tiene tres ángulos.

q: un cuadrado tiene cuatro ángulos rectos.

r: La suma de los tres ángulos de un triángulo vale dos ángulos rectos.

s: los rombos tienen cuatro ángulos rectos.

Ejercicio

Formalizando:

$p_1 \colon p \rightarrow q.$

$p_2 \colon p \wedge r.$

$p_3 \colon s \rightarrow \sim q. // \therefore \sim s.$

Verificación:

Ejercicio

Formalizando:

$p_1: p \rightarrow q.$

$p_2: p \wedge r.$

$p_3: s \rightarrow \sim q. // \therefore \sim s.$

Verificación:

$p_4: p \ldots$ Ley de Simplificación (2)

$p_5: q \ldots$ MPP (1,4)

$p_6: \sim (\sim q) \ldots$ Doble Negación (5)

$p_7: \sim s \ldots$ MTT (3,6)

Ejercicio

Hallar la conclusión a partir del siguiente conjunto de premisas:

$p_1 : p \rightarrow (q \wedge u)$

$p_2 : s \rightarrow \sim r$

$p_3 : s \vee p$

$p_4 : \sim q$

Solución:

Ejercicio

Hallar la conclusión a partir del siguiente conjunto de premisas:

$p_1: p \rightarrow (q \wedge u)$

$p_2: s \rightarrow \sim r$

$p_3: s \vee p$

$p_4: \sim q$

Solución:

$p_5: \sim q \vee \sim u \ldots$	Ley de adición (4)
$p_6: \sim(q \wedge u) \ldots$	Ley de D'Morgan (5)
$p_7: \sim p \ldots$	MTT (1,6)
$p_8: s \ldots$	SD (3,7)
$p_9: \sim r \ldots$	MPP (2,8)

Ejercicio

Si la ballena es un mamífero entonces toma oxígeno del aire. Si toma su oxígeno del aire, entonces no necesita branquias. La ballena es un mamífero y vive en el océano. Por tanto, no necesita branquias.

Solución:

p: La ballena es un mamífero

q: Toma su oxigeno en el aire

r: Necesita branquias

s: Habita en el océano

Ejercicio

Formalizando:

$p_1: p \rightarrow q.$

$p_2: q \rightarrow \sim r.$

$p_3: p \wedge s. // \therefore \sim r.$

Verificación:

$$\begin{array}{ll} p_4: p & LS\ 3 \\ p_5: q & MPP\ 1\ y\ 4 \\ p_6: \sim r & MPP\ 2\ y\ 5 \end{array}$$

Ejercicios

1. Hallar la conclusión a partir del siguiente conjunto de premisas:

$p_1: (10 - 7 = 9) \rightarrow (2 + 3 = 5)$

$p_2: (5 + 1 < 9) \rightarrow (6 + 4 = 12 - 6)$

$p_3: (10 - 7 = 9) \vee (5 + 1 < 9)$

$p_4: 6 + 4 \neq 12 - 6$

Solución:

Ejercicios

2. Hallar la conclusión a partir del siguiente conjunto de premisas:

$p_1 : p \wedge \sim q$

$p_2 : \sim r \rightarrow s$

$p_3 : r \rightarrow (\sim p \vee q)$

$p_4 : \sim t \rightarrow \sim s$

Solución:

Ejercicios

3. Hallar la conclusión a partir del siguiente conjunto de premisas:

$p_1: R \rightarrow \sim S$

$p_2: R$

$p_3: \sim S \rightarrow Q$

$p_4: Q \rightarrow \sim N$

$p_5: T \oplus N$

Solución:

Ejercicios

4. Hallar la conclusión a partir del siguiente conjunto de premisas:

p_1: $(\sim s \leftarrow q) \wedge (s \rightarrow r)$

p_2: $(p \wedge q) \leftrightarrow r$

p_3: $\sim t \wedge p$

p_4: $(\sim s \wedge p) \rightarrow t$

Solución:

Validez de una Inferencia

El método abreviado

Se aplica las siguientes reglas:

I. Suponer que la conclusión es falsa.
II. Suponer que todas las premisas son verdaderas.
III. Partiendo de la conclusión, se determina los valores de verdad las variables.
IV. Los valores de verdad hallados en la conclusión se llevan a la primera, segunda, tercera, … premisas. Se determina los valores de las variables en cada premisa, para que esta sea verdadera.
V. Si los valores de verdad de las variables toman un solo valor de verdad, la inferencia es invalida.
VI. Si los valores de verdad de las variables toman dos valores de verdad a la vez(suficiente una de las variables) la inferencia es válida

Ejercicios

Determine la validez del siguiente razonamiento:

$[(p \to q) \wedge (\sim p \to r) \wedge (p \vee \sim p)] \to (p \vee r)$.

Análisis:

$$\underbrace{[(p \to q) \wedge (\sim p \to r) \wedge (p \vee \sim p)]}_{V} \to \underbrace{(p \vee r)}_{F}.$$

$$\left[\underbrace{(p \to q)}_{V} \wedge \underbrace{(\sim p \to r)}_{V} \wedge \underbrace{(p \vee \sim p)}_{V}\right] \to \left(\underbrace{p}_{F} \vee \underbrace{r}_{F}\right)$$

$$\left[\left(\underbrace{p}_{F} \to \underbrace{q}\right) \wedge \left(\underbrace{\sim p}_{V} \to \underbrace{r}_{V}\right) \wedge \underbrace{(p \vee \sim p)}_{V}\right] \to \left(\underbrace{p}_{F} \vee \underbrace{r}_{F}\right)$$

Observamos que la variable r tiene dos valores, esto es IMPOSIBLE, por lo tanto la fórmula nunca es falsa. El razonamiento es válido.

Ejercicios (El método abreviado)

Determine la validez del siguiente razonamiento:

$$[(\sim p \leftrightarrow (\sim p \vee r)) \wedge (r \rightarrow s)] \rightarrow (s \rightarrow \sim p).$$

Análisis:

$$\left[\underbrace{(\sim p \leftrightarrow (\sim p \vee r)) \wedge (r \rightarrow s)}_{V}\right] \rightarrow \underbrace{(s \rightarrow \sim p)}_{F}$$

$$\left[\underbrace{(\sim p \leftrightarrow (\sim p \vee r))}_{V} \wedge \underbrace{(r \rightarrow s)}_{V}\right] \rightarrow \underbrace{(s \rightarrow \sim p)}_{F}.$$

$$\left[\underbrace{(\sim p \leftrightarrow (\sim p \vee r))}_{V} \wedge \underbrace{(r \rightarrow s)}_{V}\right] \rightarrow \left(\underbrace{s}_{V} \rightarrow \underbrace{\sim p}_{F}\right)$$

$$\left[\left(\underbrace{\sim p}_{F} \leftrightarrow \underbrace{(\sim p \vee r)}_{F}\right) \wedge \left(\underbrace{r}_{} \rightarrow \underbrace{s}_{V}\right)\right] \rightarrow \left(\underbrace{s}_{V} \rightarrow \sim \underbrace{p}_{V}\right)$$

Ejercicios (El método abreviado)

Determine la validez del siguiente razonamiento:

$$[(\sim p \leftrightarrow (\sim p \vee r)) \wedge (r \rightarrow s)] \rightarrow (s \rightarrow \sim p).$$

Análisis:

$$\left[\left(\underbrace{\sim p}_{F} \leftrightarrow \underbrace{(\sim p \vee r)}_{F}\right) \wedge \left(\underbrace{r}_{} \rightarrow \underbrace{s}_{V}\right)\right] \rightarrow \left(\underbrace{s}_{V} \rightarrow \sim \underbrace{p}_{V}\right)$$

$$\left[\left(\underbrace{\sim p}_{F} \leftrightarrow \left(\underbrace{\sim p}_{F} \vee \underbrace{r}_{F}\right)\right) \wedge \left(\underbrace{r}_{F} \rightarrow \underbrace{s}_{V}\right)\right] \rightarrow \left(\underbrace{s}_{V} \rightarrow \sim \underbrace{p}_{V}\right)$$

Podemos observar que la matriz principal presenta un valor FALSO cuando: $p = V$, $r = F$ y $s = V$

Ejercicios (El método abreviado)

Determine la validez del siguiente razonamiento:

$$\left[(p \wedge \sim q) \wedge (\sim r \to s) \wedge \big(r \to (\sim p \vee q)\big) \wedge (\sim t \to \sim s)\right] \to t$$

Análisis:

$$\Big[\underbrace{(p \wedge \sim q) \wedge (\sim r \to s) \wedge \big(r \to (\sim p \vee q)\big) \wedge (\sim t \to \sim s)}_{V}\Big] \to \underbrace{t}_{F}$$

$$\Big[\underbrace{(p \wedge \sim q)}_{V} \wedge \underbrace{(\sim r \to s)}_{V} \wedge \underbrace{\big(r \to (\sim p \vee q)\big)}_{V} \wedge \underbrace{(\sim t \to \sim s)}_{V}\Big] \to \underbrace{t}_{F}$$

$$\Big[\Big(\underbrace{p}_{V} \wedge \underbrace{\sim q}_{V}\Big) \wedge \underbrace{(\sim r \to s)}_{V} \wedge \underbrace{\big(r \to (\sim p \vee q)\big)}_{V} \wedge \Big(\underbrace{\sim t}_{V} \to \underbrace{\sim s}_{V}\Big)\Big] \to \underbrace{t}_{F}$$

Ejercicios (El método abreviado)

Determine la validez del siguiente razonamiento:

$$\left[(p \wedge \sim q) \wedge (\sim r \to s) \wedge \big(r \to (\sim p \vee q)\big) \wedge (\sim t \to \sim s)\right] \to t$$

Análisis:

$$\left[\left(\underbrace{p}_{V} \wedge \sim \underbrace{q}_{F}\right) \wedge \underbrace{(\sim r \to s)}_{V} \wedge \underbrace{\big(r \to (\sim p \vee q)\big)}_{V} \wedge \left(\underbrace{\sim t}_{V} \to \sim \underbrace{s}_{F}\right)\right] \to \underbrace{t}_{F}$$

$$\left[\left(\underbrace{p}_{V} \to \sim \underbrace{q}_{F}\right) \wedge \left(\underbrace{\sim r}_{F} \to \underbrace{s}_{F}\right) \wedge \underbrace{\big(r \to (\sim p \vee q)\big)}_{V} \wedge \left(\underbrace{\sim t}_{V} \to \sim \underbrace{s}_{F}\right)\right] \to \underbrace{t}_{F}$$

$$\left[\left(\underbrace{p}_{V} \to \sim \underbrace{q}_{F}\right) \wedge \left(\sim \underbrace{r}_{V} \to \underbrace{s}_{F}\right) \wedge \left(\underbrace{r}_{V} \to \underbrace{(\sim p \vee q)}_{V}\right) \wedge \left(\underbrace{\sim t}_{V} \to \sim \underbrace{s}_{F}\right)\right] \to \underbrace{t}_{F}$$

Para que $(\sim p \vee q)$ sea V, requiere que $q = V$, lo que contradice que $q = F$. Por lo tanto el razonamiento será válido, ya que la fórmula no posee valores falsos en la matriz principal.

Ejercicios

Verifique utilizando inferencias la conclusión de las siguientes premisas:

1. Si la enmienda no fue aprobada entonces la Constitución queda como estaba. Si la Constitución queda como estaba entonces no podemos añadir nuevos miembros al comité. O podemos añadir nuevos miembros al comité o el informe se retrasará un mes. Pero el informe no se retrasará un mes. Por tanto la enmienda fue aprobada.
2. Si Tomás tiene diecisiete años, entonces no puede asumir la gerencia de la empresa. Si Joaquín contrata otro gerente, entonces Joaquín no confía en Tomás. Tomás tiene diecisiete años y Joaquín contrata otro gerente. Por tanto; es imposible que, Joaquín confía en Tomás a menos que Tomás puede asumir la gerencia.