

Números enteros

Los números naturales los utilizamos para contar, para expresar cantidades; pero si nos referimos a temperaturas bajo cero, deudas, etc., vamos a utilizar los números enteros.

Los números naturales, excepto el cero, son los números enteros positivos y sus opuestos son los números enteros negativos. Por ejemplo: **3** y **-3** son opuestos y son números enteros.

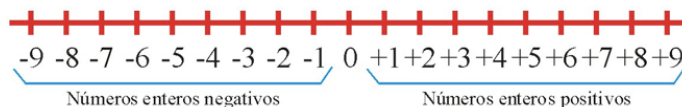
El conjunto de los números enteros se simboliza con la letra \mathbb{Z} y está formado por:

- Los enteros positivos (números naturales): 1, 2, 3, 4, 5, 6 ...
- El cero: 0
- Los enteros negativos:, -5, -4, -3, -2, -1

A los enteros positivos se los puede escribir con un signo **+** delante del número, por ejemplo **+5** es lo mismo que escribir **5**.

Recta numérica. Orden

Para ubicar números enteros en la **recta numérica**, se toma el 0 como punto de referencia. A su derecha se ubican los números positivos, y a su izquierda los negativos. La distancia entre cada número debe ser siempre igual en toda la recta.



Los números enteros **se ordenan** según su ubicación en la recta numérica. Entonces podemos decir que cualquier número positivo es siempre **mayor** que cualquier número negativo. Cualquier número negativo, es siempre **menor** que cualquier número positivo. El cero es mayor que cualquier número negativo y menor que cualquier número positivo.

$$-3 < -2 < -1 < 0 < 1 < 2 < 3$$

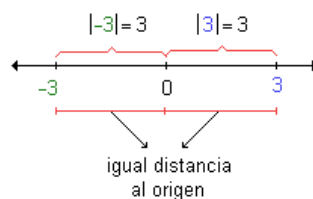
Es decir que a medida que me alejo del cero a derecha, los números son cada vez mayores y, a medida que me alejo del cero a izquierda los números son cada vez menores.

Valor absoluto o módulo

El **módulo de un número entero** es su distancia al cero en la recta numérica y siempre tiene signo positivo. Al módulo de un número se lo simboliza con dos barras: **| |**

Por ejemplo: $|5| = 5$ $|-5| = 5$

Dos números enteros son **opuestos** cuando tienen distinto signo y el mismo módulo.



Por ejemplo: $|-3| = 3$ y $|+3| = 3$, de manera que -3 y 3 son opuestos y tienen el mismo módulo. Esto es porque ambos están a la misma distancia del cero.

Recordar: el anterior de un número entero es el que está inmediatamente a su izquierda en la recta numérica. El siguiente de un número entero es el que está a su derecha. Un número y su anterior o un número y su siguiente se denominan **consecutivos**.

Operaciones básicas con números enteros

Suma y resta de números enteros

Para sumar o restar números enteros, se realizan los siguientes procedimientos:

- **Con igual signo:** si los sumandos tienen el **mismo signo, se suman** sus módulos y al resultado le corresponde ese mismo signo.

$$+7 + 8 = +15$$

$$-6 - 5 = -11$$

- **Con distinto signo:** si los sumandos tienen **distinto signo, se restan** sus módulos y al resultado le corresponde el signo del número con mayor módulo.

$$+5 - 12 = -7$$

$$-8 + 13 = +5$$

La suma de números enteros cumple con la **propiedad conmutativa** (cambiar el orden de los números respetando su signo) y con la **propiedad asociativa** (se pueden agrupar los números de cualquier manera).

Propiedad conmutativa → **Ejemplo:** $3 + (-4) = -4 + 3$
 $3 - 4 = -4 + 3$
 $-1 = -1$

Propiedad asociativa → **Ejemplo:** $[2 + (-5)] + (-4) = 2 + [(-5) + (-4)]$
 $-3 + (-4) = 2 + (-9)$
 $-7 = -7$

Una **suma algebraica** consiste en una sucesión de sumas y restas. Antes de resolver una suma algebraica podemos ver si existen términos opuestos aplicando la **propiedad cancelativa**, de esta manera se puede reducir el cálculo con menor cantidad de términos.

Para resolverla, se suman todos los números positivos, y se restan la suma de los módulos de los términos negativos:

Ejemplo: $-6 + 2 - 3 + 8 + 4 - 2 + 1 - 7 =$ cancelo $+2$ y -2
 $-6 - 3 + 8 + 4 + 1 - 7 =$

$$(\textcolor{teal}{8} + \textcolor{teal}{4} + \textcolor{teal}{1}) - (\textcolor{teal}{6} + \textcolor{teal}{3} + \textcolor{teal}{7}) =$$

$$13 - 16 = -3$$

Supresión de paréntesis

Si tenemos un paréntesis precedido por el signo + , todos los números que ellos encierran mantienen el mismo signo.

Por ejemplo:

$$\text{a) } +(+5) = +5$$

$$\text{c) } +(+4 - 2) = +4 - 2$$

$$\text{b) } +(-3) = -3$$

$$\text{d) } +(-6 + 3) = -6 + 3$$

Si tenemos un paréntesis precedido por el signo – , todos los números que ellos encierran cambian al signo opuesto.

Por ejemplo:

$$\text{a) } -(+2) = -2$$

$$\text{c) } -(-3 + 7) = +3 - 7$$

$$\text{b) } -(-9) = +9$$

$$\text{d) } -(+6 - 5) = -6 + 5$$

Más ejemplos:

$$\text{a) } +(+8) - (+5) =$$

$$+8 - 5 = 3$$

$$\text{d) } -(-2) - (-8) =$$

$$+2 + 8 = 10$$

$$\text{b) } -(+6) + (-2) =$$

$$-6 - 2 = -8$$

$$\text{e) } +(-4 + 9) - (+6) =$$

$$-4 + 9 - 6 = -1$$

$$\text{c) } +(-5) - (-7) =$$

$$-5 + 7 = 2$$

$$\text{f) } -(-12) + (+4 - 15) =$$

$$+12 + 4 - 15 = 1$$

Multipliación de números enteros

Se multiplican como los números naturales y se aplica la regla de los signos.

- Si tienen el **mismo signo** → el producto es **positivo**

$$(\textcolor{teal}{+}) \cdot (\textcolor{teal}{+}) = (\textcolor{teal}{+})$$

$$(\textcolor{teal}{-}) \cdot (\textcolor{teal}{-}) = (\textcolor{teal}{+})$$

$$(+2) \cdot (+3) = 6$$

$$(-2) \cdot (-3) = 6$$

- Si tienen **distinto signo** → el producto es **negativo**

$$(\textcolor{teal}{+}) \cdot (\textcolor{teal}{-}) = (\textcolor{teal}{-})$$

$$(\textcolor{teal}{-}) \cdot (\textcolor{teal}{+}) = (\textcolor{teal}{-})$$

$$(+7) \cdot (-2) = -14$$

$$(-3) \cdot (+4) = -12$$

La multiplicación cumple con la **propiedad conmutativa** (el orden de los factores no altera el producto), con la **propiedad asociativa** y con la **propiedad distributiva**.

División de números enteros

Se aplica la misma regla de signos que se usa para multiplicar.

Ejemplo:

$$\begin{array}{ll} (+6) : (+2) = 3 & (-15) : (+3) = -5 \\ (-10) : (-2) = 5 & (+18) : (-3) = -6 \end{array}$$

RECORDAR: cuando un número es positivo, no es necesario colocar el signo (+) adelante del mismo. Después de un producto o división, si el número es negativo se coloca entre paréntesis.

Propiedad distributiva en la multiplicación y división

Cuando hay que multiplicar o dividir una suma o una resta, se puede resolver primero lo que está entre paréntesis, o bien distribuir aplicando la **regla de signos**.

Ejemplo 1:

$$\begin{array}{ll} -2 \cdot (-3 + 5) = & \rightarrow \text{aplico propiedad distributiva} \\ -2 \cdot (-3) - 2 \cdot 5 = & \rightarrow \text{multiplico} \\ 6 - 10 = & -4 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} -2 \cdot (-3 + 5) = & \rightarrow \text{resuelvo el paréntesis} \\ -2 \cdot 2 = & -4 \end{array}$$

Ejemplo 2:

$$\begin{array}{ll} (-18 - 12) : (-3) = & \rightarrow \text{aplico propiedad distributiva} \\ -18 : (-3) - 12 : (-3) = & \rightarrow \text{ahora divido} \\ 6 + 4 = & 10 \\ (-18 - 12) : (-3) = & \rightarrow \text{resuelvo el paréntesis} \\ (-30) : (-3) = & 10 \end{array}$$

Operaciones combinadas con números enteros

Las operaciones con números enteros se realizan en el mismo orden que al trabajar con números naturales, es decir:

1. Se separa en términos;
2. Se resuelven las operaciones que encierran los paréntesis;
3. Se resuelven las multiplicaciones y divisiones;
4. Se resuelven las sumas y restas.

Ejemplos:

$$\begin{array}{l} \text{a) } \overbrace{-18 : 6} - \overbrace{3 \cdot (-7)} + \overbrace{(-11)} = \\ \quad -3 + 21 - 11 = \\ \quad \quad 21 - (3 + 11) = \\ \quad \quad \quad 21 - 14 = 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{b) } \overbrace{-19} + \overbrace{(-9 \cdot 12 + 8) : (-8 + 33)} = \\ \quad -19 + (-108 + 8) : 25 = \\ \quad -19 + (-100) : 25 = \\ \quad \quad -19 - 4 = -23 \end{array}$$