Gyakorló feladatsor

Kombinatorika és klasszikus valószínűségi mező

Kombinatorika:

1. 6 főt akarunk leültetni. Hányféleképpen tehetjük meg, ha

   a) egy sorba, 6 üres székre szeretnénk őket leültetni
   b) egy sorba, egymás mellé ültetjük őket, **de csak az számít, kik a szomszédok**, az nem, hogy melyikük ül jobb, és melyik baloldalon
   c) egy sorba ültetjük őket (**ismét minden ülésrend különbözőnek számít**), **de van egy pár**, és a **nő a férfi jobb oldalán** szeretne ülni
   d) egy sorba ültetjük őket, **de van egy pár, viszont mindegy, ki ül melyik oldalon**
   e) (ismét **nincsenek párok)** egy sorba ültetjük őket, de vannak ketten, akik ki nem állhatják egymást, ezért **nem hajlandók egymás mellett** ülni
   f) egy sorba ültetjük őket, és van köztük egy **háromfős család, akik egymás melletti székeken** szeretnének ülni. A többiek egyedül jönnek, és mindegy nekik, ki mellett ülnek.
   g) (**ismét nincsenek se párok, se családok**) egy sorba ültetjük őket, de van valaki, aki **a bal szélen szeretne ülni.**
   h) egy sorba ültetjük őket, de van valaki, aki **szélen szeretne ülni, de mindegy, melyiken**
   i) egy sorba ültetjük, de van valaki, aki **nem szeretne a bal szélén** ülni
   j) egy sorba ültetjük őket, de van valaki, aki **egyik szélén sem szeretne** ülni
   k) egy sorba ültetjük őket, de vannak ketten, akik **mindketten szélen** szeretnének ülni, de mindegy nekik, hogy jobb vagy bal szélen
   l) **3-an nők, 3-an férfiak**, és úgy ültetjük őket, hogy baloldali 3 széken a férfiak, jobb oldalon a nők ülnek
   m) 3-an nők, 3-an férfiak, és úgy ültetjük őket, hogy **felváltva** üljenek a nők és férfiak, a **bal szélső székre pedig csak nő** ülhet
   n) 3-an nők, 3-an férfiak, és **felváltva** ültetjük őket, és **mindegy milyen nemű ül a bal szélső székre**
   o) **(ismét nem számítanak a nemek) kerek asztalhoz** ültetjük őket, és csak az számít, kik a bal- és jobboldali szomszédok (elforgatott ülésrendek egynek számítanak)
   p) **kerek asztalhoz** ültetjük őket, és csak az számít, kik a szomszédok, az nem, hogy melyik oldalon ülnek
   q) a **teremben elszórva** ültetjük őket 6 székre
   r) egy moziterem két sorába, 3-3 székre ültetjük őket, és minden ülésrend különbözőnek számít
   s) egy moziterem két sorába, 3-3 székre ültetjük őket, és **csak az számít, ki melyik sorból** nézi, az nem, hogy melyik székről
   t) a 6-ból 4-et egy moziterem 4 szabad székére, és **minden ülésrend különbözőnek** számít

u) hányféleképpen tudjuk őket leültetni 7 szabad szék közül 6-ra, ha **mindegyik ülésrend különbözőnek** számít?
v) hányféleképpen tudjuk őket leültetni 10 szabad szék közül 6-ra, ha **mindegyik ülésrend különbözőnek számít**?
w) a 6-ből 4-et a 4 szabad székre (2-2 a két sorban), és **csak az számít, ki melyik sorból nézi**
x) 6-ból 4-en tudnak elmenni, és **csak az számít, ki látja a filmet, és ki nem**

2. Nyolcan állnak a parton, és kenuzni szeretnének.
    a. Csak egy ötszemélyes kenut kaptak. Hányféleképpen tudjuk kiválasztani azt az 5 személyt, aki elmehet kenuzni, ha az nem érdekel minket, ki hová ül a kenuban?
    b. Hányféleképpen tudjuk kiválasztani azt a 3 személyt, aki **nem** mehet el kenuzni?
    c. Kaptak egy háromszemélyes és egy kétszemélyes kenut. Hányféleképpen tudjuk őket beültetni a két kenuba, ha csak az érdekel minket, ki és melyik kenuba kerül?

3. Egy félévben összesen 30 tárgy közül választhatunk. Hányféleképpen tudunk ezek közül minimum 10-et, de legfeljebb 15-öt választani?

4. Egy fókuscsoportos beszélgetésre 10 embert várunk. Ehelyett 19-en jelentkeznek, közülük 5 budapesti, 10 vidéki városi, 4 pedig községből jön. Hányféleképpen választhatjuk ki a 10 résztvevőt, ha azt szeretnénk, hogy mindenképpen legyen köztük legalább 1 budapesti, 4 vidéki városi és 3, aki községből jön?

5. Interjús kutatást végzünk, amelyhez 12 interjúalanyt találtunk, összesen 5 településről (egy-egy településről jellemzően 2-en vannak, 2 településről azonban 3-an). 1 nap 1 települést tudunk meglátogatni. Hányféle sorrendben tudjuk lefolytatni a 12 interjút?

6. Hányféleképpen rakhatjuk sorba a 2018.02.15 dátum számjegyeit? Hányféle sorrend lehetséges, ha az első számjegy nem lehet 0?

7. Étlapot állítunk össze. Az étlapon először következnek a levesek, majd a főételek, végül a desszertek. A szakács 10 leves közül 3-at, 20 főétel közül 5-öt, és 7 ismert desszert közül 2-t választ ki, és tesz fel az aktuális étlapra. Hányféle étlapot tudunk összeállítani, ha
    a. csak az számít, mely ételek kerülnek az étlapra?
    b. az ételek sorrendje is számít az étlapon? (a leves, főétel, desszert sorrendet betartva)

8. Tombolán 10 nyereményt akarunk kisorsolni 30 jelenlévő között. Hányféleképpen tehetjük ezt meg, ha
    a. egy ember csak egyszer nyerhet, és a nyeremények különböző értékűek?
    b. egy ember csak egyszer nyerhet kaphat, és a jutalmak egyforma értékűek, ezért csak az számít, ki nyer és ki nem?

c. egy embert többször is nyerhet, és a nyeremények különböző értékűek, ezért számít, ki és melyik díjat nyeri?
d. egy embert többször is nyerhet, és a nyeremények egyforma értékűek, ezért csak az számít, ki hányat nyer?

9. Adott az alábbi alakzat:

L	A	B	I	R	I
A	B	I	R	I	N
B	I	R	I	N	T
I	R	I	N	T	U
R	I	N	T	U	S

Hányféleképpen tudnak ezen úgy végighaladni, hogy a betűket összeolvasva a LABIRINTUS szót kapják?

Valószínűségszámítás:

A megoldáshoz számítsák ki az összes esetet, illetve a kedvező (vagy a kedvezőtlen) esetek számát, majd használják a „klasszikus" képletet: $P(A) = \frac{kedvező}{összes\ eset}$

1. 6-jegyű jelszót állítunk össze az angol ABC 26 betűjéből (csak kisbetűket használunk) és a 10 számjegyből. Mennyi a valószínűsége, ha véletlenszerűen generáljuk a jelszót ezekből az elemekből, hogy egy olyan jelszót kapunk, amely első négy helyén betűk, az utolsó két helyen pedig számok vannak? (A betűket és számokat többször is felhasználhatjuk)

2. Van 9 könyvünk. Valaki véletlenszerűen felteszi ezeket egy könyvespolcra. A könyvek között van 4 Jókai, 2 Móricz, a többi pedig mind különböző szerzők műve. Mennyi a valószínűsége, hogy a könyveket épp úgy teszi fel a polcra, hogy az azonos szerzőktől származó művek egymás mellé kerülnek?

3. Háromszor dobunk egy kockával. Hányféle dobássorrend lehetséges?
   a. Mennyi a valószínűsége, hogy a dobások között éppen egy hatos van?
   b. Mennyi a valószínűsége, hogy a dobások között nincs 6-os?
   c. Mennyi a valószínűsége, hogy a dobások között van legalább egy 6-os?
   d. Mennyi a valószínűsége, hogy a második dobás páros?
   e. Mennyi a valószínűsége, hogy minden dobás különböző?

4. Hányféleképpen tudunk 58 főt véletlenszerűen elosztani 2 busz között, amelyek közül az egyik 40 férőhelyes, a másik pedig 20? (Természetesen nem kell, hogy bármelyik busz is tele legyen, és csak az számít, ki melyik busszal utazik)
   a. Mennyi a valószínűsége, hogy a véletlenszerű elosztás során a csoport legfiatalabb és legidősebb tagja is a 40 férőhelyes buszba kerül?

b. Mennyi a valószínűsége, hogy a 20 fős buszba kerül?
c. Mennyi a valószínűsége, hogy bármelyik buszba, de ugyanabba kerülnek?
d. Mennyi a valószínűsége, hogy nem ugyanabba a buszba kerülnek?

5. 8-jegyű számokat alkotunk véletlenszerűen, az összes számjegyet akárhányszor felhasználva, mennyi a valószínűsége, hogy a kapott szám 4 páros és 4 páratlan számjegyet tartalmaz? (a számok nem kezdődhetnek 0-val!)

6. 8-an állnak a parton. Kenuzni szeretnének, de csak 3-an tapasztalt kenusok, 5-en nem.
   a. Kaptak egy ötszemélyes kenut. Ha kisorsolják, ki mehet kenuzni, mennyi a valószínűsége, hogy
      i. nem lesz köztük tapasztalt kenus?
      ii. éppen egy tapasztalt kenus lesz közöttük?
      iii. éppen két tapasztalt kenus lesz közöttük?
      iv. éppen három tapasztalt kenus lesz közöttük?
      v. legalább egy tapasztalt kenus lesz közöttük?
      vi. legfeljebb egy tapasztalt kenus lesz közöttük?
   b. Kaptak egy három- és egy kétszemélyes kenut. Ha kisorsolják, ki üljön az egyes kenukba, mennyi a valószínűsége, hogy
      i. mindkét kenuban éppen egy tapasztalt kenus lesz?
      ii. az egyik kenuban (bármelyikben) lesz, a másikban nem lesz tapasztalt kenus?
      iii. egyik kenuban sem lesz tapasztalt kenus?
      iv. legalább az egyik kenuban nem lesz tapasztalt kenus?
      v. mindkét kenuban legalább egy tapasztalt kenus lesz?