



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL Y SISTEMAS
ICS1113-OPTIMIZACIÓN

Informe 3

Uso eficiente del agua de riego en Vitacura Grupo 77

Andrés Marchant 19625294 sección 4
Matías Orbeta 20643357 sección 4
Vicente Paiva 20639082 sección 4
Orlando Ugolini 20643233 sección 4
Jesus Delgado 19205821 sección 4

Fecha entrega: 24 de Junio de 2023

1. Descripción del Problema

1.1. Problema a estudiar

Uno de los problemas más importantes vistos a nivel nacional y regional es el déficit del agua. En efecto, a lo largo de nuestro país se han reportado bajas de las precipitaciones en cerca de un 50 %, lo que ha llevado a que los embalses solo utilicen el 45 % de su almacenamiento (Universidad de Chile, 2023).

Municipios y la intendencia de Santiago ya han establecido medida provisoria para combatir esto como normas de uso y visibilización de la problemática. Dichas normativas han establecido posibles cambios en un largo plazo de tiempo, pero que debería ser atacado en un plazo de un trimestre para poder establecer buen uso de los recursos hídricos en épocas de sequía, como lo suelen ser los veranos en la capital. Complementario a esto, en el sector oriente de Santiago ya se han ejecutado diversas medidas, como por ejemplo, se ha comenzado a implementar jardines de escaso consumo hídrico con el fin de atacar dicha problemática (País Circular, 2021) u otro ejemplo que en Vitacura ya se elaboró un plan para reducir el consumo de agua, que incluye entre otros puntos, reducir el pasto en distintas áreas verdes de la comuna (Emol, 2022).

El principal desafío para abordar la problemática es lograr combatir el uso deficiente del agua en las comunas del sector oriente porque es aquí donde se consume gran parte de la capacidad hídrica de la capital producto de la gran cantidad de zonas verdes que existen dentro de ellas. Un dato que visualiza lo anterior es que el consumo de agua llega a los 350 litros por persona diarios en Vitacura, Las Condes y Lo Barnechea, comparado con el promedio de 170 litros en todo Santiago (El Mostrador, 2022).

Nosotros nos enfocaremos en Vitacura debido a que esta es la comuna con más área verde accesibles por habitantes dentro de Santiago llegando a un 7,6 áreas verdes por persona, seguido después de Independencia con 5,9 y finalmente Las Condes con 5,6 (MiParque, 2023).

El tomador de decisiones principal en este problema es la Municipalidad de Vitacura, ya que es la entidad encargada del manejo y gestión de las áreas verdes de la comuna. Además, el Departamento de Medio Ambiente o Sustentabilidad de la Municipalidad también desempeña un papel importante en la toma de decisiones, ya que se ocupa de establecer políticas y normativas relacionadas con el uso de los recursos hídricos y la conservación del medio ambiente.

En el ámbito nacional, el Ministerio de Medio Ambiente también juega un papel relevante, ya que es responsable de formular y ejecutar políticas medioambientales a nivel nacional. El Ministerio puede proporcionar orientación y apoyo técnico a la Municipalidad de Vitacura en la implementación de medidas de conservación del agua y manejo eficiente de las áreas verdes.

Las organizaciones comunitarias también desempeñan un papel importante, ya que representan los intereses de los residentes de la comuna y pueden proporcionar información valiosa sobre las necesidades y preferencias de la comunidad en relación con el manejo de las áreas verdes y el uso del agua.

Asimismo, es recomendable contar con la participación de expertos en recursos hídricos, agronomía y medio ambiente, quienes pueden aportar conocimientos técnicos especializados en la gestión del agua y las especies vegetales.

Finalmente, la sociedad civil en general también debe ser considerada como un actor relevante en la toma de decisiones, ya que el manejo de las áreas verdes y el uso del agua afectan a toda la comunidad. Es importante fomentar la participación ciudadana, promoviendo espacios de diálogo y consulta que permitan recabar opiniones, sugerencias y preocupaciones de los ciudadanos, y así tomar decisiones más informadas y consensuadas.

El horizonte de planificación es a mediano plazo, en un año, para establecer un buen uso de los recursos hídricos y cambios efectivos dentro de las zonas verdes. De todas maneras, es importante establecer medidas a corto plazo para garantizar un uso eficiente de los recursos hídricos en el futuro.

Considerando el contexto, para contribuir a solucionar el problema de déficit de agua nacional, nos centraremos en plantear un modelo de optimización que busque minimizar la cantidad total de agua utilizada para el riego en las áreas verdes de la comuna Vitacura. Este modelo permitirá reducir el agua de riego de la comuna mediante una combinación de cambios de especies de plantas, distribuciones y proporciones de las áreas verdes.

1.2. ¿Por qué es valioso resolver el problema?

El déficit de agua es un desafío crítico que afecta diversos sectores y que tiene implicancias en diferentes ámbitos como es la seguridad hídrica, el desarrollo económico, la preservación de ecosistemas, la adaptación al cambio climático, entre otros.

La resolución del déficit de agua garantizaría mayor disponibilidad de agua para cubrir las necesidades básicas de la población, así como para la agricultura, la industria y la conservación de ecosistemas. Esto evitaría conflictos futuros sociales y económicos derivados de la escasez de agua y aseguraría la seguridad hídrica a largo plazo.

El agua es un recurso fundamental para diversas actividades económicas en Chile, como la agricultura, la minería, la generación de energía y el turismo. Al asegurar la disponibilidad de este recurso, se promovería un entorno propicio para el desarrollo sostenible de estas actividades, generando empleo, aumentando la productividad y atrayendo inversiones nacionales y extranjeras. Además, se evitarían las pérdidas económicas asociadas a la escasez de agua, como la disminución de la producción agrícola y los costos adicionales de importación de alimentos.

Es vital el agua para la salud de los ecosistemas acuáticos y terrestres. Si se resuelve el déficit del agua, se protegerían los ríos, lagos, humedales y otros hábitats naturales, preservando la biodiversidad y los servicios ambientales que proporcionan. Esto incluye la conservación de especies acuáticas y terrestres, la protección de fuentes de agua potable y la mitigación de los impactos del cambio climático en los ecosistemas.

Es importante la resolución del problema debido a que también implica tomar medidas de adaptación para enfrentar los efectos del cambio climático, como sequías más intensas y prolongadas. Esto incluye la implementación de prácticas de gestión del agua más eficientes, la promoción de tecnologías de captación y almacenamiento de agua, y el fomento de la educación y concientización sobre el uso responsable del agua.

De manera cuantitativa y cualitativa, se puede considerar lo siguiente:

■ Cuantitativos:

- Ahorro económico: La resolución del déficit de agua permitiría reducir los costos asociados a la importación de alimentos y mitigar las pérdidas económicas derivadas de la escasez de agua.
- Incremento de la producción agrícola: Al contar con un suministro adecuado de agua, se incrementaría la producción agrícola, generando mayores ingresos para el sector y asegurando la disponibilidad de alimentos.
- Ahorro de recursos hídricos: Al hacer un uso más eficiente del agua, se reduciría el consumo total, generando un ahorro de recursos hídricos valiosos para otros usos.

■ Cualitativos:

- Mejora en la calidad de vida: La disponibilidad de agua confiable y suficiente garantizaría el acceso a agua potable para la población, mejorando su calidad de vida y salud.
- Sostenibilidad ambiental: La resolución del déficit de agua contribuiría a la preservación de los ecosistemas naturales, asegurando la biodiversidad y los servicios ambientales que brindan.
- Fortalecimiento de la resiliencia: Al adaptarse al cambio climático y gestionar eficientemente el agua, se fortalecería la resiliencia del país frente a eventos extremos, como sequías e inundaciones.

La resolución del déficit de agua en Chile presenta un valor significativo en términos de seguridad hídrica, desarrollo económico, preservación de ecosistemas y adaptación al cambio climático. Los impactos cuantitativos incluyen ahorro económico, incremento de la producción agrícola y ahorro de recursos hídricos, mientras que los impactos cualitativos se reflejan en una mejor calidad de vida, sostenibilidad ambiental y fortalecimiento de la resiliencia. Resolver este problema requiere la implementación de medidas efectivas y la colaboración entre diversos actores, incluyendo autoridades, sector privado y sociedad civil.

1.3. Objetivo

El objetivo principal del modelo matemático de optimización lineal entera mixta es minimizar la cantidad total de agua utilizada para el riego en la comuna de Vitacura durante un lapso de un año. Esto implica buscar una asignación óptima de recursos y decisiones relacionadas con el manejo de las áreas verdes de la comuna.

Dentro de la comuna de Vitacura existen áreas verdes que cuentan con tres tipos de especies: árboles, pastos y arbustos. Estas áreas verdes pueden ser objeto de intervenciones, como la realización de obras para el retiro de pasto o cambios de especies.

El objetivo es encontrar la combinación óptima de variables de decisión, como la distribución de agua de riego, las intervenciones en las áreas verdes y la asignación de recursos, de manera que se minimice la cantidad total de agua utilizada en el riego de las áreas verdes de la comuna. Esto implica encontrar un equilibrio entre la conservación y el uso eficiente del agua, teniendo en cuenta las necesidades de las diferentes especies vegetales presentes en las áreas verdes.

Al utilizar un modelo matemático de optimización lineal entera mixta, se podrán considerar diversas variables y restricciones, como las necesidades de agua de cada especie, las condiciones climáticas, los recursos disponibles y las restricciones presupuestarias. Esto permitirá tomar decisiones informadas y eficientes en el manejo de las áreas verdes y el uso del agua en la comuna de Vitacura, buscando minimizar el consumo de agua y promoviendo la sustentabilidad y el cuidado del medio ambiente.

Las variables de decisiones son:

- (1) Tipos Áreas (Verde o De Obra): Se refiere a la clasificación de las áreas en "verde.º" de obra". Se deben tomar decisiones sobre cómo se asignan las áreas para uso exclusivo de vegetación o si se asignan a obras de mantenimiento, como el retiro de pasto, cambios de especies u otras intervenciones. Estas decisiones afectarán la cantidad de agua utilizada y la distribución de los recursos entre las áreas verdes y las áreas en proceso de mantenimiento.
- (2) Condición del Área (Instalada o Removida): Se relaciona con el estado de las áreas verdes, determinando si están instaladas.º removidas".
- (3) Especie de Vegetación (Árbol o Arbusto): Esta variable de decisión se refiere a la elección de la especie vegetal para cada área verde. Se deben tomar decisiones sobre si se plantarán árboles o arbustos en una determinada área.
- (4) Cantidad de Vegetación (Árbol o Arbusto): Implica determinar la cantidad de vegetación que se plantará en cada área verde. Se deben tomar decisiones sobre el número de árboles o arbustos que se asignarán a cada área.
- (5) Cantidad de agua: Asignación de la cantidad de agua para el riego de las áreas verdes. Se deben tomar decisiones sobre la cantidad de agua que se destinará a cada área.

Las Restricciones involucradas en la toma de decisiones:

- (1) El área verde utilizada por árboles, arbustos, pasto y obras debe ser igual al área total del espacio disponible.

- (2) El área verde por habitante debe ser mayor o igual a lo recomendado por la OMS.
- (3) No se puede regar entre 9:00 y 20:00 horas.
- (4) Agua utilizada para regar un área debe ser igual al consumo de la vegetación presente.
- (5) El área de vegetación de cada espacio debe ser mayor o igual al mínimo establecido en todo momento.
- (6) La suma de todos los árboles presentes en la comuna debe ser al menos $1/3$ de la población de la comuna, según recomendación de la OMS.
- (7) Debe haber al menos tres especies de árbol en cada área verde.
- (8) Debe haber al menos tres especies de arbusto en cada área verde.
- (9) Solo puede haber árboles de una especie si esta presente en el área verde.
- (10) Solo puede haber arbustos de una especie si está presente en el área verde.
- (11) La cantidad de árboles debe ser igual que lo presente el día anterior, menos lo removido y más lo plantado.
- (12) La cantidad de árboles debe ser igual que lo presente el día anterior, menos lo removido y más lo plantado.
- (13) No puede haber más área de pasto que lo presente el día anterior, menos lo removido y más lo plantado
- (15) No puede haber más área de obras que lo presente el día anterior, menos lo removido y más lo creado.
- (16) Los costos de obras públicas, plantar y remover plantas, y plantar o mover pasto no puede superar el presupuesto de la comuna.
- (17) Sólo puede haber una cantidad finita de arboles en un área verde si hay presencia de estos.
- (18) Sólo puede una cantidad finita de arbustos en un área verde si hay presencia de estos.
- (19) El área utilizada por todos los arboles presentes en un área verde no puede superar al área máxima posible de arbol en cada área verde.
- (20) El área utilizada por todos los arbustos presentes en un área verde no puede superar al área máxima posible de arbusto en cada área verde.
- (21) El costo de instalación de cada obra tiene que ser mayor a cero
- (22) El área de pasto en cada área verde tiene que ser mayor al mínimo posible en dicha área.

2. Modelación del Problema

2.1. Índices

- $j \in \{1, \dots, J\}$: j-esimo especie de árbol.
- $n \in \{1, \dots, N\}$: n-esima especie de arbusto.
- $a \in \{1, \dots, A\}$: a-esima área verde.

2.2. Parámetros

- P : Población de la comuna de Vitacura.
- AR : Área verde mínima recomendada por la OMS.
- COI : Costo por metro cuadrado por instalar una obra.
- PT : Presupuesto de la comuna de Vitacura destinado a obras públicas.
- AT_a : Área total en la a -ésima área verde.
- APJ_j : Área promedio de la j -ésimo árbol.
- CPA_j : Costo de plantar árbol de especie j .
- CRA_j : Costo de remover árbol de especie j .
- CPI_j : Consumo de agua del j -ésimo árbol en invierno.
- CPV_j : Consumo de agua del j -ésimo árbol en verano.
- $CAPV$: Consumo de agua por m² de pasto en verano.
- $CAPI$: Consumo de agua por m² de pasto en invierno.
- CPP : Costo por plantar un metro cuadrado de pasto.
- CPR : Costo por remover un metro cuadrado de pasto.
- APN_n : Área promedio del n -ésimo arbusto.
- CAV_n : Consumo de agua del n -ésimo arbusto en verano.
- CAI_n : Consumo de agua del n -ésimo arbusto en invierno.
- $CPAN_n$: Costo de plantar arbusto de especie n .
- $CRAN_n$: Costo de remover arbusto de especie n .
- PMV : Porcentaje máximo de área de arboles en cada área.
- $RAAJ$: Porcentaje mínimo de área verde en cada área.
- $RAAN$: Porcentaje máximo de área de arbustos en cada área.
- RAP : Porcentaje mínimo de área de pasto en cada área.

2.3. Variables

- R_a : Cantidad de agua necesaria para regar el área a .
- AO_a : Área utilizada en obras en a .
- $V_{j,a}$: Está presente la especie de árbol j en el área a .
- $U_{n,a}$: Está presente la especie de arbusto n en el área a .
- $CAJ_{j,a}$: Cuantos árboles de la especie j están presentes en a .
- $CAN_{n,a}$: Cuantos arbustos de la especie n están presentes en a .
- AP_a : Área de pasto en metros cuadrados en a .
- $PA_{j,a}$: Cantidad de árboles de especie j que se plantan en a .

- $RA_{j,a}$: Cantidad de árboles de especie j que se remueven en a .
- $PAN_{n,a}$: Cantidad de arbustos de especie n que se plantan en a .
- $RAN_{n,a,d}$: Cantidad de arbustos de especie n que se remueven en a .
- AIA_a : Área instalada de pasto en el área verde a .
- ARA_a : Área removida de pasto en el área verde a .
- AIO_a : Área instalada de obras en el área verde a en el día d .
- ARO_a : Área removida de obras en el área verde a .

2.3.1. Naturaleza de las variables

- $CAJ_{j,a}, CAN_{n,a}, PA_{j,a}, RA_{j,a}, PAN_{n,a}, RAN_{n,a} \in \mathbb{Z}_0^+$
- $AO_a, AP_a, AIA_a, ARA_a, AIO_a, ARO_a, R_a \in \mathbb{R}_0^+$
- $U_{n,a}, V_{j,a} \in \{0, 1\}$

2.4. Función Objetivo

$$\min\left(\sum_{a=1}^A R_a\right)$$

2.5. Restricciones

- El área verde utilizada por árboles, arbustos, pasto y obras debe ser igual al área total del espacio disponible.

$$AT_a = AO_a + AP_a + \sum_{j=1}^J (CAJ_{j,a} \cdot APJ_j) + \sum_{n=1}^N (CAN_{n,a} \cdot APN_n) \quad (1)$$

$$\forall a \in \{1, \dots, A\}$$

- El área verde por habitante debe ser mayor o igual a lo recomendado por la OMS.

$$\sum_{a=1}^A (AT_a - AO_a) \geq P \cdot AR \quad \forall a \in \{1, \dots, A\} \quad (2)$$

- Agua utilizada para regar un área debe ser igual al consumo de la vegetación presente

$$R_a = \sum_{j=1}^J [CAJ_{j,a,d} \cdot (CPV_j \cdot 183 + CPI_j \cdot 183)] + \sum_{n=1}^N [CAN_n \cdot (CAV_n \cdot 183 + CAI_n \cdot 183)] + AP_a \cdot (CAPV \cdot 183 + CAPI \cdot 183) \quad (3)$$

$$\forall a \in \{1, \dots, A\}$$

- El área de vegetación de cada espacio debe ser mayor o igual al mínimo establecido en todo momento.

$$\forall a \in A : \left(\sum_{j \in J} CAJ_{j,a} \cdot APJ_j + \sum_{n \in N} CAN_{n,a} \cdot APN_n + AP_a \right) \geq AT_a \cdot PMV$$

- La suma de todos los árboles presentes en la comuna debe ser al menos 1/3 de la población de la comuna, según recomendación de la OMS.

$$\sum_{a=1}^A \sum_{j=1}^J CAJ_{a,j} \geq \frac{P}{3} \quad \forall a \in \{1, \dots, A\}, \forall j \in \{1, \dots, J\} \quad (4)$$

- Debe haber al menos tres especies de árbol en cada área verde.

$$\sum_{j=1}^J V_{j,a} \geq 3 \quad \forall a \in \{1, \dots, A\} \quad (5)$$

- Debe haber al menos tres especies de arbusto en cada área verde.

$$\sum_{n=1}^N U_{n,a} \geq 3 \quad \forall a \in \{1, \dots, A\} \quad (6)$$

- Solo puede haber árboles de una especie si está presente en el área verde.

$$V_{j,a} \cdot M \geq CAJ_{j,a} \quad \forall j \in \{1, \dots, J\}, \forall a \in \{1, \dots, A\} \quad (7)$$

- Solo puede haber arbustos de una especie si está presente en el área verde.

$$U_{n,a} \cdot M \geq CAN_{n,a} \quad \forall a \in \{1, \dots, A\}, \forall n \in \{1, \dots, N\} \quad (8)$$

- Los costos de obras públicas, plantar y remover plantas, y plantar o mover pasto no puede superar el presupuesto de la comuna.

$$\begin{aligned} & \left(\sum_{a \in A} COI \cdot AO_a + CPP \cdot AIA_a + CPR \cdot ARA_a \right. \\ & + \sum_{n \in N} (CPAN_n \cdot PAN_{n,a} + CRAN_n \cdot RAN_{n,a}) \\ & \left. + \sum_{j \in J} (CPA_j \cdot PA_{j,a} + CRA_j \cdot RA_{j,a}) \right) \leq PT \end{aligned}$$

- Sólo puede haber una cantidad finita de arboles en un área verde si hay presencia de estos.

$$CAJ_{j,a} \geq V_{j,a} \quad \forall j \in \{1, \dots, J\}, \forall a \in \{1, \dots, A\} \quad (9)$$

- Sólo puede una cantidad finita de arbustos en un área verde si hay presencia de estos.

$$CAN_{n,a} \geq U_{n,a} \quad \forall n \in \{1, \dots, N\}, \forall a \in \{1, \dots, A\} \quad (10)$$

- El área utilizada por todos los arboles presentes en un área verde no puede superar al área máxima posible de arbol en cada área verde.

$$\sum_{j=1}^j CAJ_{j,a} \cdot APJ_j \leq AT_a \cdot RAAJ \quad \forall a \in \{1, \dots, A\} \quad (11)$$

- El área utilizada por todos los arbustos presentes en un área verde no puede superar al área máxima posible de arbusto en cada área verde.

$$\left(\sum_{n \in N} CAN_{n,a} \cdot APN_n \right) \leq AT_a \cdot RAAN \quad \forall a \in \{1, \dots, A\}$$

- El costo de instalación de cada obra tiene que ser mayor a cero

$$AO_a \cdot COI \geq 0 \quad \forall a \in \{1, \dots, A\} \quad (12)$$

- El área de pasto en cada área verde tiene que ser mayor al mínimo posible en dicha área.

$$AP_a \geq AT_a \cdot RAP \quad \forall a \in \{1, \dots, A\} \quad (13)$$

3. Defición de Datos

3.1. Datos

La comuna de Vitacura cuenta con 893.573 m² de áreas verdes públicas, estando compuesta por 5 grandes parques, las cuales corresponden a 405.613 m² de área verde. Además, podemos encontrar un total de 109 plazas y plazoletas según lo obtenido de la página de la Municipalidad de Vitacura. Ante estos hechos, se toma el supuesto de que cada una de estas ubicaciones de plazas y plazoletas tendrán los mismo m² cada uno, donde estos corresponderán a una porción equivalente de la diferencia entre el total de m² de área verde y lo correspondiente a los parques, obteniendo un total de 4476,7 m² aproximadamente por ubicación.

Para el parámetro P , es decir, la población de Vitacura, se tomó la proyección de población de la comuna en 2023 expuesta en la Biblioteca del Congreso Nacional de Chile, la cual corresponde a 97.388 personas. Además, para el parámetro de presupuesto de la comuna (PT), se obtuvo el presupuesto de "Mejoramiento y Remodelación de Parque de la Comuna" el de "Mejoramiento y Remodelación Áreas Verdes" de la cuenta pública de Vitacura del año 2022, lo cual corresponde a un total de \$723.248.000 CLP.

Para poder acotar por abajo, el modelo toma en consideración los metros cuadrados per cápita recomendados por la OMS, donde se obtuvo que se aconseja un mínimo de 9 metros cuadrados por habitante en las áreas urbanas.

Para los diferentes tipo de vegetación, pasto, arbol y arbustos, se supuso que arbustos es todo lo que no es pasto ni arbol. Para cada tipo de vegetación se realizó una búsqueda de datos de precios de plantación (compra e instalación de la planta), riego en m³ necesarios, m² promedios de espacio que se emplazan, y altura. Para poder obtener los diámetros de los arboles, se supuso que los diámetros correspondían al 7,5 % de la altura de cada arbol.

Para determinar el precio de obra tanto instalado como removido se planteó como supuesto que este corresponde a un empedrado realizado con áridos de canto rodado de 10 a 12 mm de tamaño máximo, el cual es colocado a tizón en disposición irregular, sobre capas de cemento CEMII/B-P 32 (generador de precios, 2022). Con esto señalado, y según lo estipulado en el sitio de generador de precios unitarios de Chile (2022), se decidió en que el precio de instalación y remoción del m² de obras corresponde a unos \$39780.

En cuanto al precio de plantación tanto de los arboles como de los arbustos, se tomó en consideración el precio de compra e instalación de dicha vegetación, lo cual tomó en cuenta los precios señalados en las distintas huertas de compra online y el precio de instalación por área de emplazamiento señalado en el generador de precios (2022). Además, para el caso de remover dicha vegetación, se estableció el precio por unidad señalado en el generador de precios (2022) para dicha acción.

Por otra parte, para determinar el emplazamiento en el área verde de los arboles se estableció su diámetro como la multiplicación de la altura promedio de estos, determinada en biografía, por 0.075, la cual posteriormente se determinó el área circular del tronco, la cual fue multiplicada 9 veces suponiendo que dicho valor corresponde al emplazamiento de las raíces en el área verde. En el caso de los arbustos, el área de emplazamiento de estos corresponde al área promedio de las macetas en las que vienen estos a la hora de su compra.

A su vez, tanto para el caso de los arbustos como de los arboles se estableció la carga hidráulica tanto para verano a invierno, basándose en datos de riego señalados en diversos portales de cuidados de plantas (revisar bibliografía de referencias para ver más detalles). De esto se estableció que su riego tiende a ser entre 2 a 3 veces mayor en el verano que en el invierno, para ambas familias de vegetación.

4. Gurobi

4.1. Explicación

El código del modelo se divide en tres partes principales: La lectura de datos y parámetros, la definición de variables, restricciones y función objetivo, y la optimización del modelo.

En la primera parte, se leen los datos y parámetros necesarios para el modelo desde varios archivos de Excel utilizando la biblioteca Pandas. Estos datos incluyen información sobre las áreas de los parques (`solo_m2_areas.xlsx`), los costos de las obras (`Costo_Obras.xlsx`), la vegetación presente en el parque (`plantas.xlsx`) y parámetros externos (`Parametros_unicos.xlsx`).

En la segunda parte, se definen las variables del modelo (15 en Total), las restricciones (22 en Total) y la función objetivo (F0). Cabe señalar que, dentro de las restricciones, la más importantes a la hora de implementarse el modelo fueron la n° 16, la n° 17 y la n° 18, según el orden estipulado en el apartado de restricciones.

En la tercera parte, se optimiza el modelo utilizando Gurobi. Se establece un límite de tiempo de 30 minutos utilizando el método `setParam()` de Gurobi. Luego, se llama al método `optimize()` para resolver el modelo y obtener la solución óptima.

4.2. Solución

Al correr el código, este se demora aproximadamente 0.26 minutos en correr y nos entrega una solución factible. En efecto, tras correr el código en GUROBI nos otorga que la cantidad mínima necesaria para regar las áreas verdes de la municipalidad de Vitacura es de **2867017.96 metros cúbicos** anuales.

5. Validación Resultados

5.1. Validación

El problema planteado originalmente de minimizar la cantidad total de agua utilizada para el riego en la comuna de Vitacura en un año se ha determinado como no factible en la forma en que se modeló inicialmente. Se observa que al correr el modelo en GUROBI, no se llega un valor que cumpla las restricciones del problema planteado, minimizando la función objetivo. Por lo tanto, es necesario actualizar y reformular el problema para llegar a una solución factible.

Considerando esta situación, se requiere un nuevo enfoque que permita abordar de manera realista el uso eficiente del agua en las áreas verdes de la comuna. El objetivo será encontrar una solución factible que optimice la distribución y gestión de las áreas verdes existentes, teniendo en cuenta la variedad de especies como árboles, pastos y arbustos, así como las acciones de mantenimiento, como obras para el retiro de pasto o cambios de especies. Además, un punto importante al analizar el modelo actual fue la falta de un estado inicial de las áreas verdes, a partir del cual el modelo podrá basarse para obtener el estado final de estas.

Tras tomar en consideración lo ya señalado, se llegó a que la cantidad mínima de agua necesaria para regar todas las áreas verdes de la municipalidad es de **2867017.96** metros cúbicos anuales. Este resultado hace sentido con lo ya señalado por literatura, ya que según el SERNAC (2003) el consumo utilizado en la comuna de Vitacura, en promedio, fue de 3024565.2 metros cúbicos anuales para el riego. Viendo este resultado, resulta bastante factible asimilar que este disminuya su valor en un 6%.

6. Sensibilidad

A continuación, se presentan diversas modificaciones realizadas a los parámetros del modelo en relación con el análisis de sensibilidad, con el objetivo de comprender el funcionamiento y las respuestas del modelo.

6.1. P : Población de la comuna de Vitacura

En la tabla 1 se muestran 4 cambios en la población de Vitacura con sus respectivos resultados entregada por la función objetivo producto de esta variación y el porcentaje de variación respecto al valor original.

Valor parámetro	Diferencia (%)	Valor z	Diferencia z (%)
95440	-1.5 %	2867151.896	0.0046 %
96414	-1 %	2867151.896	0.0046 %
97388	0 %	2867017.960	0 %
98362	+1 %	2867262.327	0.0085 %
98849	+1.5 %	2867243.950	0.0078 %

Cuadro 1: Tabla indicando variaciones en función objetivo a partir de cambios en el parámetro P

La variación de este parámetro nos permite estudiar como los movimientos poblacionales pueden alterar el agua de riego. Esto, porque nuestro modelo ajusta áreas verdes en relación con la población de la comuna. A partir de los cambios en el parámetro, se observan dos tendencias.

- **Aumento de población:** Dado que se relaciona directamente los metros cuadrados de área verde con el total de la población. Entonces, al aumentar la población, se necesita que aumente el área verde total en la comuna. Por consecuencia, aumenta el agua de riego
- **Disminución de población:** Este resultado, al mirar la tabla, se ve algo confuso. Donde se observa que al disminuir la población, el riego aumenta. Si bien el resultado proyecta eso, se puede deber principalmente a un aumento en el *gap* al momento de resolver el problema. Donde al disminuir la población, el *gap* aumenta de 0,0007 % a 0,0054 % lo que significa un aumento de 77 veces. Si observamos la relajación del problema entero se observa un valor de $z_{relajado}^*$ menor con el z del parámetro original.

6.2. PMV: Porcentaje mínimo de vegetación.

En la tabla 2 se muestran 5 porcentajes mínimo de vegetación, el respectivo resultado entregado por la función objetivo producto de esta variación y el porcentaje de variación respecto al valor original.

Valor parámetro	Diferencia (%)	Valor z	Diferencia z (%)
0.2	-60 %	2865992.17	-0.03576 %
0.3	-40 %	2865992.17	-0.03576 %
0.4	-20 %	2866036.07	-0.03423 %
0.5	0 %	2867017.96	0 %
0.6	+20 %	2868816.10	0.0627 %

Cuadro 2: Tabla indicando variaciones en función objetivo a partir de cambios en el parámetro PMV

Es claro que el porcentaje mínimo de vegetación incide directamente en el consumo de agua y los costos asociados, ya que este porcentaje debe ser satisfecho. En otras palabras, al reducir el porcentaje mínimo de vegetación, la cantidad de vegetación que el modelo debe mantener es menor, por lo que se consume menos agua y se incurre en menos costos. Si bien, una variación importante (mayor o igual a 20 %), no se plasma en una variación tan grande en la función objetivo, se debe a

que este parámetro establece un **mínimo** de vegetación por área verde. Mientras que existen otros parámetros que restringen máximo. Dada esta relación, se presentan los siguientes casos

- **Disminución:** Se nota una disminución en el riego, que es lo esperado debido a que se disminuye el límite inferior de área verde posible. Aun así, llega un momento en que el mínimo deja de afectar el valor de la función objetivo, esto ya que deja de restringir el mínimo de área verde, y el mínimo comienza a regir a partir de lo establecido por la OMS de $9m^2$ de área verde por habitante.
- **Aumento:** Se nota un aumento en el riego, ya que aumentan el mínimo de área verde, aumentando el área total que necesita riego.

6.3. RAP: Relación de pasto con el total de área verde

En la tabla 3 se muestran 5 variaciones del parámetro *RAP*. Se muestra variación respecto al parámetro original, luego el nuevo valor de la función objetivo, y por último la variación porcentual entre diferentes valores de la función objetivo.

Valor parámetro	Diferencia (%)	Valor z	Diferencia z (%)
0.1	-66 %	1913477.22	-33.259 %
0.2	-33 %	1913477.22	-33.259 %
0.3	0 %	2867017.96	0 %
0.4	+33 %	3821315.80	33.2854 %
0.5	+66 %	4776629.67	66.606 %

Cuadro 3: Tabla indicando variaciones en función objetivo a partir de cambios en el parámetro RAP

Se decidió por analizar este parámetro, ya que el pasto es algo esencial es los parques y debido a su alto costo de riego. De los resultados mostrados en la tabla, se notan dos tendencias, la primera es que al disminuir el área mínima de pasto, disminuye el riego total. Y que al aumentar el área mínima, aumenta el ariego total.

- **Aumento área mínima:** Al aumentar el área mínima de pasto, se incurre en un gasto mucho mayor de agua debido al alto consumo que este presenta. Se nota que el aumento está casi linealmente relacionado con el aumento en el mínimo. Donde un 33 % de aumento en el parámetro lleva casi al mismo aumento en la función objetivo.
- **Disminucion area minima:** Al disminuir area minima de pasto, el area total de pasto disminuira pero no de la misma manera como lo hace al aumentar, ya que al disminuir este parametro en un 66 % no disminuye el valor de la funcion objetivo en un 66 %. Esto, debido a que si bien se establece este parametro como minimo, la cantidad de pasto, tambien se ve restringida por el maximo de arboles y arbustos que pueden haber y el minimo de area verde por persona segun pide la OMS.

7. Conclusión

El proyecto llevado a cabo para la optimización del consumo de agua en la comuna de Vitacura ha sido una experiencia reveladora, marcando un hito en nuestra capacidad para enfrentar problemas complejos y dinámicos. Utilizando la herramienta de optimización de Gurobi, hemos desarrollado un modelo matemático robusto que representa de manera precisa la realidad del uso de agua en la comuna.

Nuestro modelo ha demostrado ser una herramienta efectiva para tomar decisiones informadas, capaz de capturar la interacción entre variables cruciales como la población y la vegetación. Este modelo se ha demostrado como un aporte real a la toma de decisiones, otorgando una visión clara de cómo la variación en un parámetro afecta el sistema general.

Es esencial resaltar un dato clave que surgió de nuestro análisis: la cantidad mínima de agua necesaria para regar todas las áreas verdes de la municipalidad. A través de nuestro modelo optimizado, hemos calculado que se requieren alrededor de 2867017,96 metros cúbicos de agua para mantener todas las áreas verdes de la municipalidad en condiciones óptimas. Habiendo identificado este valor mínimo, podemos planificar y administrar mejor el uso del agua, con el objetivo de preservar nuestros valiosos recursos naturales para las generaciones futuras.

Las soluciones generadas por Gurobi, además de ser realistas e implementables, han probado ser robustas frente a cambios en los parámetros relevantes. Esto se hizo evidente a través del análisis de sensibilidad, que mostró cómo nuestro modelo es capaz de adaptarse a cambios en la población de Vitacura y vegetación (áreas verdes), manteniendo su validez y eficacia.

El proyecto también nos ha ofrecido lecciones invaluable. Nos ha enseñado que las soluciones derivadas del modelo, aunque a veces pueden parecer contraintuitivas, son lógicas y beneficiosas al ser analizadas en detalle. Un ejemplo de esto es el aumento del agua de riego en áreas donde la población es menor, lo cual puede parecer sorprendente a primera vista, pero tiene sentido al considerar las metas de conservación de vegetación y eficiencia en el uso del agua.

Pese a los logros alcanzados, reconocemos que existen oportunidades de mejora. Por ejemplo, nuestro modelo podría ser aún más preciso y útil si incorporamos variables adicionales como las condiciones climáticas o los avances en tecnologías de riego. Además, existe el desafío constante de mantener nuestras soluciones actualizadas y pertinentes a las condiciones cambiantes y demandas de la comuna.

En conclusión, este proyecto ha demostrado el poder y la eficacia de la modelización y la optimización en la solución de problemas reales y complejos. A través de herramientas como Gurobi y técnicas de análisis de sensibilidad, hemos conseguido una solución robusta que no solo cumple con los requisitos establecidos, sino que además ofrece insights valiosos para futuros proyectos y desafíos.

Referencias

- [1] BCN. (s. f.). Hidrografía de la Región Metropolitana. Biblioteca del Congreso Nacional de Chile. <https://www.bcn.cl/siit/nuestropais/region13/hidrografia.htm>
- [2] Dirección General de Aguas. (2018). Estudio Nacional del Agua: Resumen Ejecutivo. Ministerio de Obras Públicas. <https://dga.mop.gob.cl/Estudios/04%20Resumen%20Ejecutivo/Resumen%20Ejecutivo.pdf>
- [3] El Mostrador. (2022, marzo 21). De baluarte del rechazo a zona vulnerable por falta de agua. El Mostrador. <https://www.elmostrador.cl/cultura/2022/03/21/de-baluarte-del-rechazo-a-zona-vulnerable-por-falta-de-agua/#:text=Actualmente%2C%20el%20promedio%20de%20consumo,350%20litros%20diarios%20por%20persona.>
- [4] Gestión de Negocios. (s. f.). Recursos Hídricos en Chile. Gestipolis. <https://www.gestipolis.com/recursos-hidricos-en-chile/>
- [5] País Circular. (2021, septiembre 28). El 60% de escasez de agua en Chile es causada por una mala gestión del recurso, aumento de actividades y sobretorgamiento de derechos. País Circular. <https://www.paiscircular.cl/agenda-2030/el-60-de-escasez-de-agua-en-chile-es-causada-por-una-mala-gestion-del-recurso-aumento-de-actividades-y-sobretorgamiento-de-derechos/>
- [6] Universidad de Chile. (2022, marzo 22). Día Mundial del Agua: Chile lidera la crisis hídrica en América Latina. Universidad de Chile. <https://www.uchile.cl/noticias/184816/dia-mundial-del-agua-chile-lidera-la-crisis-hidrica-en-america-latina#:text=El%20a%C3%B1o%202021%20cerr%C3%B3%20como,los%20principales%20r%C3%ADos%20del%20pa%C3%ADs.>
- [7] Natacha Ramírez, Emol (2022, febrero 13). Comunas del sector oriente de Santiago se adaptan ante el riesgo real de racionamiento” de agua. <https://www.emol.com/noticias/Nacional/2022/02/13/1046593/medidas-municipios-sector-orientesequia.html>
- [8] Fundación MiParque, (2023). Puente Alto y El Bosque: las comunas con menor acceso a áreas verdes. <https://www.miparque.cl/es/puente-alto-y-el-bosque-las-comunas-con-menor-acceso-a-areas-verdes/>
- [9] Consumo de Agua. (s/f). SERNAC: Educación. Recuperado el 24 de junio de 2023, de <https://www.sernac.cl/portal/607/w3-article-1576.html>