# Projet : inversion d'un modèle non linéaire, application en hydraulique

Février 2019

## 1 Contexte

On s'intéresse à l'inversion statistique d'un modèle nommé $H$, c'est-à-dire à la calibration des paramètres de la loi de son entrée multidimensionnelle $X$ telle que

$$Y = H(X, d)$$

à partir de données bruitées $Y^* = Y + U$, et où $d$ est un ensemble de conditions connues. Un tel problème est considéré dans l'article suivant (libre d'accès) :

`http://www.dl.begellhouse.com/journals/52034eb04b657aea,5303738564693bb8,1afa60bd79303936.html`

Le modèle simplifié, pour la simulation, est défini ainsi :

$$H(X, d) \quad = \quad \left( X_2 + \left( \frac{\sqrt{5000}}{300\sqrt{55 - X_2}} \times \frac{d}{X_1} \right)^{0.6}, \frac{d^{0.4} X_1^{0.6} (55 - X_2)^{0.3}}{300^{0.4} \times 5000^{0.3}} \right),$$

où

$$\begin{aligned} X &= \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} \sim \mathcal{N}\Big( \begin{pmatrix} 30 \\ 50 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5^2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Big), \\ d &\sim \text{Gumbel}\Big(1013, -458\Big), \end{aligned}$$

et $U \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, 10^{-5} \cdot I_2)$. Le vecteur $X$ est un vecteur de coefficient de frottements (dits de Strickler).

Choisissons une forme *a priori* : $X \sim \mathcal{N}(m, C)$ tel que *a priori*

$$m|C \sim \mathcal{N}(\mu, C/a)$$

et

$$C \sim \mathcal{IW}(\Lambda, \nu)$$

avec $\Lambda = t \cdot \widetilde{C}_{\text{Exp}}$.

**Question 1.** Décrivez la calibration du prior dans le cas suivant. Nous nous intéressons à un tronçon de 50 km de la Garonne (Figure 1), pour lequel la dimension de $X$ est restreinte à 4.


FIGURE 1 – Profil de la Garonne.

Vous pourrez trouver des renseignements sur ce prior dans l'article suivant :

`https://arxiv.org/abs/1508.05628`

**Question 2.** Mettez en place un algorithme de calcul *a posteriori* de la loi de $X$ et testez-le.

**Question 3.** On propose de contraindre le calcul *a posteriori* de la covariance $C$ de $X$ en supposant que $H$ est linéarisable, soit que le modèle est approximable par

$$Y^* = aX + \epsilon,$$

et en imposant que $|aCa^T| > |\mathrm{Cov}(U)|$. Proposez une façon de construire une telle approximation et adaptez l'algorithme de façon à respecter ou non la contrainte en simulation. Constate-t-on des différences en termes de résultat *a posteriori* ?

**D'autres questions suivront en fonction de l'avancée du travail...**