Equação central do modelo de Solow

$$\dot{k}(t) = s \cdot f\big(k(t)\big) - (n + g + \delta) \cdot k(t)$$

- $s \cdot f\big(k(t)\big)$ denota o investimento efetivo, sendo $f(\cdot)$ a função de produção na forma intensiva.
- $(n + g + \delta)$ denota a depreciação na forma intensiva.
  1. $\dot{k}(t) > 0$, investimento $>$ depreciação.
  2. $\dot{k}(t) = 0$, investimento $=$ depreciação.
  3. $\dot{k}(t) < 0$, investimento $<$ depreciação.

Representação gráfica

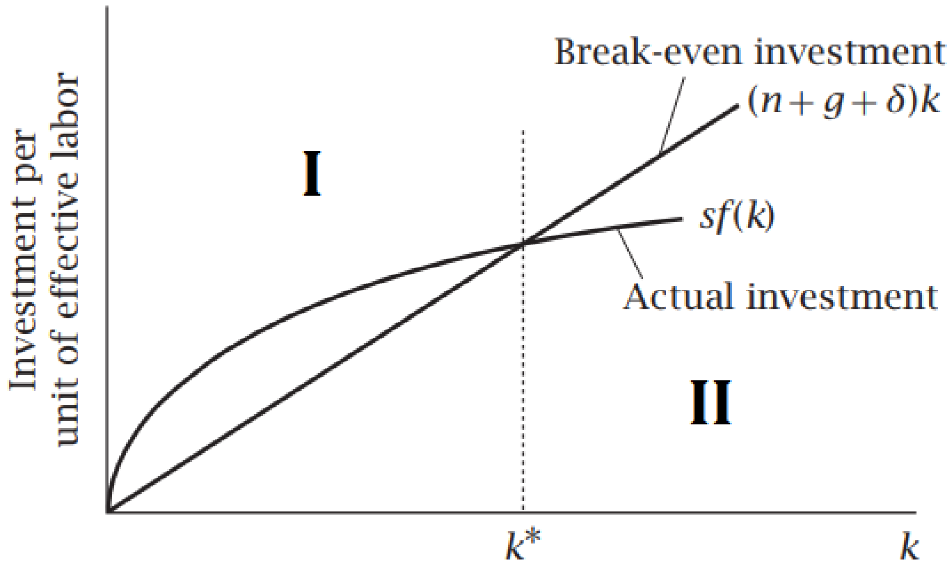

FIGURE 1.2 Actual and break-even investment

Fonte: Adaptado de Romer (2012)

Situação **I**: investimento $>$ depreciação.

Situação **II**: investimento $<$ depreciação.

k^*: estado estacionário (EE).

Dadas as hipóteses do modelo:

1. existe um único ponto de equilíbrio $\big(k^*, f(k^*)\big)$;
2. nesse estado estacionário, o estoque de capital é constante (equilíbrio estável);
3. a economia caminha em direção ao estado estacionário.

Olhando para K: no EE, qual é a taxa de crescimento do estoque de capital?

- Há uma taxa de crescimento que é dada pela depreciação. O estoque de capital fica constante se crescer na mesma taxa em que se deprecia.
- Para AL (trabalho efetivo), a taxa de crescimento será dada pela soma dos termos $(n + g)$.

- A taxa de crescimento $(n+g)$ também será aplicável para a taxa de crescimento de K.
  - Como $k = \frac{K}{AL} \Rightarrow k^*$ cte., então K e AL devem crescer à mesma taxa.

$$
\begin{aligned}
k^* = \frac{K}{AL} \Leftrightarrow K = k^* AL \Rightarrow \ln K = \ln k^* + \ln(AL) \\
\therefore \frac{d}{dt}\big(\ln K\big) = \frac{d}{dt}\big(\ln k^*\big) + \frac{d}{dt}\big(\ln(AL)\big) \\
\frac{\dot{K}}{K} = \frac{1}{k^*} \cdot 0 + \frac{1}{AL}\big(\dot{A}L + A\dot{L}\big) \\
\frac{\dot{K}}{K} = \frac{\dot{A}}{A} + \frac{\dot{L}}{L} \Rightarrow \dot{K} = (n+g)K
\end{aligned}
$$

Diagrama de fases:

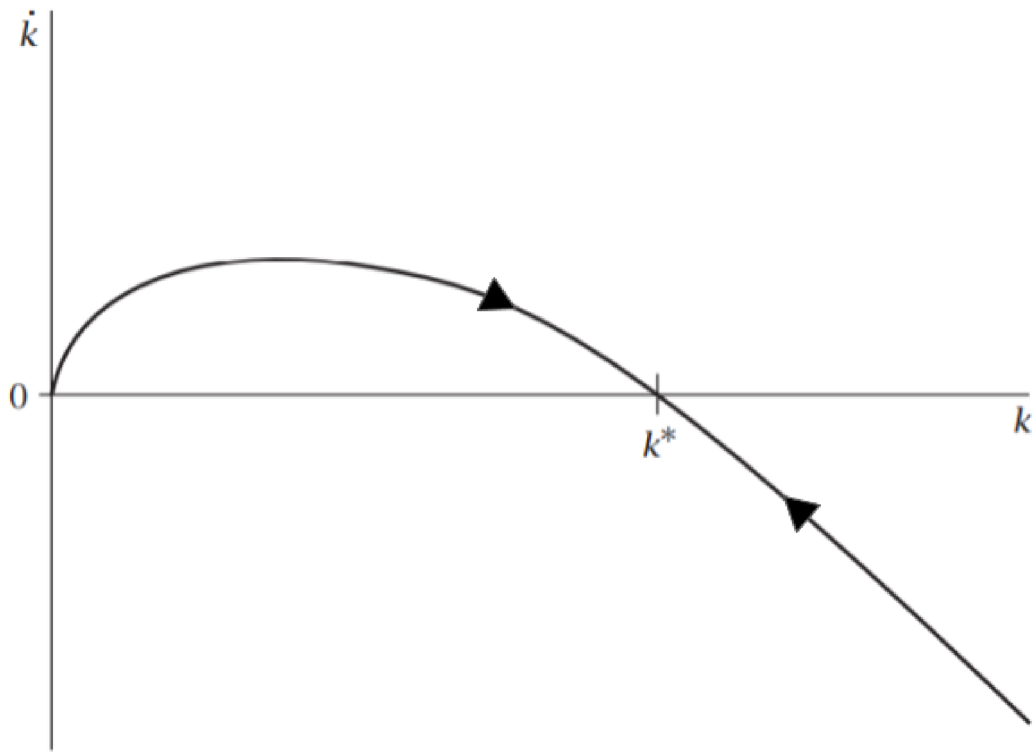

FIGURE 1.3 The phase diagram for k in the Solow model

Fonte: Adaptado de Romer (2012).

Crescimento balanceado:

- Se a função de produção tem retornos constantes de escala, e suas variáveis estão crescendo a uma taxa $(n+g)$, significa que o produto Y também cresce a uma taxa $(n+g)$.
- Se o capital e o produto estão crescendo na mesma velocidade, a sua relação é constante.
  - Relação capital-produto $\frac{K}{Y}$ é constante.

> Não há progresso técnico de ponto de vista do capital (produtividade do capital é constante), o que decorre do pressuposto do modelo: $A \cdot L$.

- Decorre também da homogeneidade da função de produção:

$$cY = f(cK, cAL) = cf(K, AL) \Rightarrow \frac{K}{Y} \text{ cte.}$$

- E o produto e o capital per capita?

$$\begin{aligned} k^* = \frac{K}{AL} \Leftrightarrow K = k^* AL \ \ (\div L) \Rightarrow \frac{K}{L} = k^* A \\ \Rightarrow \ln\left(\frac{K}{L}\right) = \ln k^* + \ln A \\ \therefore \frac{d}{dt}\left[\ln\left(\frac{K}{L}\right)\right] = \frac{d}{dt}\left(\ln k^*\right) + \frac{d}{dt}\left(\ln A\right) \\ \left(\frac{K}{L}\right)^{-1} \frac{d}{dt}\left(\frac{K}{L}\right) = \frac{1}{k^*} \cdot 0 + \frac{\dot{A}}{A} \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{K}{L}\right) \Big/ \frac{K}{L} = g \end{aligned}$$

Variação na taxa de poupança:

Suponhamos um aumento permanente em s: choque de poupança.

- $\uparrow s$ (por exemplo, $s_{\text{OLD}} \rightarrow s_{\text{NEW}}$) $\rightarrow$ investimento efetivo $>$ depreciação $\rightarrow \dot{k} > 0$ (i. e., $k_{\text{NEW}} > k_{\text{OLD}}$).

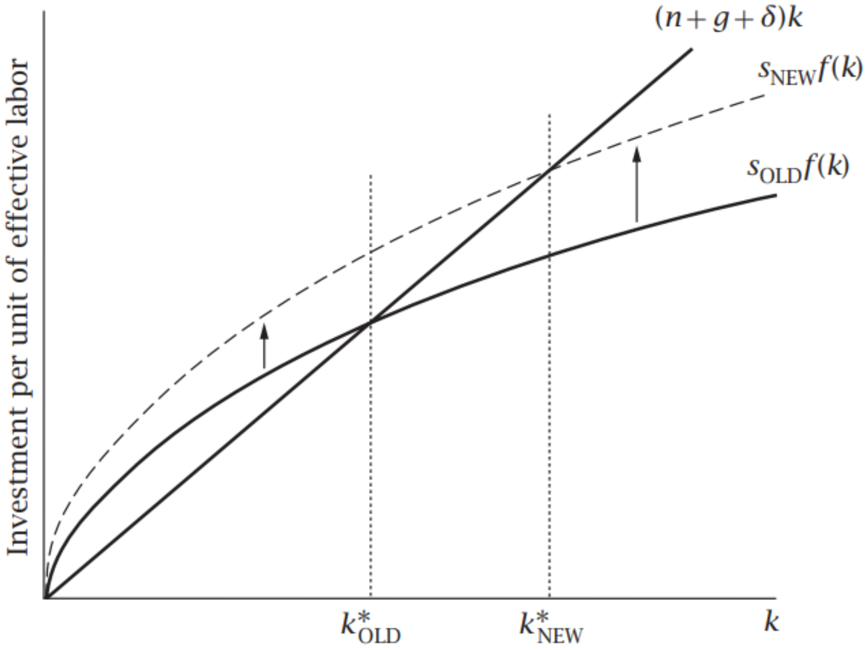

FIGURE 1.4 The effects of an increase in the saving rate on investment

Fonte: Romer (2012).