subfiles

Exercice

On considère le système suivant :

$$\begin{cases} \dot{x_1} = x_3^2 + u_1 + u_2 \\ \dot{x_2} = x_2 x_3 + u_2 \\ \dot{x_3} = u_1 \\ y_1 = x_1 - x_3 y_2 = x_2 \end{cases}$$

1. Pour vérifier si le système est linéarisable par retour statique on commence par calculer les dérivées successives :

$$\dot{y_1} = \dot{x_1} - \dot{x_3} = x_3^2 + u_2 \Rightarrow r_1 = 1$$

$$\dot{y_2} = x_2 x_3 + u_2 \Rightarrow r_2 = 1$$

ainsi r$=2$

$$\begin{pmatrix} \dot{y_1} \\ \dot{y_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_3^2 \\ x_2 x_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$$

u s'exprime donc en fonction de D^{-1}, D n'est pas inversible implique qu'il n'y a pas de bouclage linéarisant statique.

2. Pour le bouclage dynamique, les commandes sont dépendantes du temps. Si on ne rajoute pas de dynamique, on ne trouve pas un r assez grand, on rajoute donc $\dot{x_4} = \omega$ et $\dot{u_2} = \omega$ est une nouvelle commande :

$$\begin{aligned} \ddot{y_1} &= 2x_3\dot{x_3} + \dot{u_2} \\ &= 2x_3 u_1 + \dot{u_2} \text{donc } r_1 = 2 \\ \ddot{y_2} &= \dot{x_2} x_3 + x_2 \dot{x_3} + \dot{u_2} \\ &= x_2 x_3^2 + x_4 x_3 + x_2 x 2 u_1 + \omega \end{aligned}$$

Ainsi, le système se met sous forme normale :

$$\begin{aligned} z_1 &= y_1 \\ z_2 &= y_2 \\ \dot{z_1} &= z_3 \\ \dot{z_3} &= 2x_3 u_1 + \omega = v_1 \\ \dot{z_2} &= z_4 \\ \dot{z_4} &= x_2 x_3^2 + x_4 x_3 + x_2 u_1 + \omega = v_2 \end{aligned}$$

ainsi, on a :

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ x_2 x_3^2 + x_4 x_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2x_3 & 1 \\ x_2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ \omega \end{pmatrix}$$

Ainsi, D(x) (la matrice devant le vecteur de commande, hein !) est inversible si $2x_3 - x_2 \neq 0$.
Si cette condition est réalisable alors le modèle est linéarisable.