## Санкт-Петербургский государственный университет Прикладная математика и информатика

Отчет по учебной практике 1 (научно-исследовательской работе) (семестр 1)

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА SSA В МАШИННОМ ОБУЧЕНИИ ДЛЯ ПРОГНОЗА ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

Выполнил:

Ежов Федор Валерьевич группа 20.Б03-мм

Научный руководитель: к.физ.-мат.н., доцент Голяндина Нина Эдуардовна Кафедра Статистического Моделирования

# Оглавление

Введен	ше							• •					•	•	• •			3
Глава	1. Sing	gular S	spect	rum	Ana	alysi	s											4
1.1. Базовый алгоритм SSA																4		
	1.1.1.	Этап	1. По	строе	ение	трае	ктор	ной	мат	риц	ы (Е	Злог	жен	ие)	•			4
	1.1.2.	Этап :	2. Sin	gular	Val	ue D	ecom	posit	ion	(SV	D)				• •			5
	1.1.3.	Этап :	3. Гр	уппи	ровк	a												5
	1.1.4.	Этап	4. Ди	агона	альн	oe yc	редн	ение										Ę
1.2.	Пример	разло	жени	я ря	да													6
Глава 2. Использование SSA в машинном обучении												10						
2.1.	Статья	$N^{\underline{0}}1$ .																10
2.2.	Статья	$N^{\underline{0}}2$ .													• •			12
2.3.	Статья	№3 .																14
2.4.	Статья	$N^{\underline{0}}4$ .												•				16
Заключение										18								
Список литературы										19								

## Введение

Метод Singular Spectrum Analysis (SSA) — хорошо развитая методология анализа и прогнозирования временных рядов, которая включает в себя множество различных, но взаимосвязанных методов. Область применения SSA очень широка — от непараметрической декомпозиции и фильтрации временных рядов до оценки параметров и прогнозирования.

В этой работе были поставлены следующие задачи: разобраться в методике SSA, в частности в базовом алгоритме SSA. Провести самостоятельное разложения временного ряда методом SSA с помощью библиотеки Rssa на языке R. Рассмотреть статьи, где метод SSA применяется вместе с алгоритмами machine learning для расширения знаний практического применения метода SSA.

## Глава 1

## Singular Spectrum Analysis

Метод SSA используется для разложение исходного ряда в сумму рядов, которые легко интерпретировать и понять их поведение. Обычно исходный ряд раскладывается в сумму трех рядов: тренд — медленно меняющаяся компонента, сезонность — циклическая компонента с фиксированным периодом и шум.

### 1.1. Базовый алгоритм SSA

Базовый SSA состоит из четырех этапов:

- 1. Построение траекторной матрицы (Вложение).
- 2. SVD.
- 3. Группировка.
- 4. Диагональное усреднение.

Рассмотрим каждый этап подробнее.

Пусть  $F=(f_0,\ldots,f_{N-1})$  — временной ряд, где N>2. Также будем предполагать, что найдется хоть одно  $f_i\neq 0$ , то есть ряд не нулевой. Обычно считается, что  $f_i=f(i\Delta)$  для некоторой функции f(t), где t — время, а  $\Delta$  — некоторый временной интервал.

#### 1.1.1. Этап 1. Построение траекторной матрицы (Вложение)

Выберем целое L — длина окна, такое что 1 < L < N. Тогда K = N - L - 1. Построим вектора  $X_i = (f_{i-1}, \dots, f_{i+L-2})^T$ , для  $1 \le i \le K$ . Составим из векторов  $X_i$  траекторную матрицу:

$$\mathbf{X} = [X_1 : \dots : X_K] = \begin{pmatrix} f_0 & f_1 & f_2 & \dots & f_{K-1} \\ f_1 & f_2 & f_3 & \dots & f_K \\ f_2 & f_3 & f_4 & \dots & f_{K+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{L-1} & f_L & f_{L+1} & \dots & f_{N-1} \end{pmatrix}.$$

Получили матрицу X размерностью  $L \times K$ , составленную из пересекающихся частей исходного временного ряда. Можно заметить, что на побочных диагоналях стоят одинаковые числа, такая матрица называется ганкелевой. Существует взаимно-одно-значное соответствие между ганкелевыми матрицами  $L \times K$  и рядами длиной N = L + K - 1.

### 1.1.2. Этап 2. Singular Value Decomposition (SVD)

На данном этапе применяется метод SVD к траекторной матрице **X**. Пусть **S** =  $\mathbf{X}\mathbf{X}^T$  и  $\lambda_1 > \ldots > \lambda_L$  — собственные числа матрицы **S**,  $U_1, \ldots, U_L$  — ортонормированная система базисных векторов, соответствующих собственным числам. Обозначим  $V_i = \frac{X^T U_i}{\sqrt{\lambda_i}}$  и  $d = max\{i: \lambda_i > 0\}$ . Тогда сингулярное разложение матрицы **X** запишется следующим образом:

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}_1 + \ldots + \mathbf{X}_d$$
, где  $\mathbf{X}_i = \sqrt{\lambda_i} U V^T$ ,

Набор  $(\sqrt{\lambda_i}, U_i, V_i^T)$  будем называть і-й собственной тройкой.

#### 1.1.3. Этап 3. Группировка

На этапе группировки все значения  $1\dots d$  делятся на m непересекающихся групп $I_1,\dots,I_m$ . Пусть,  $I_j=\{i_1,\dots,i_p\}$ , тогда результирующая матрица соответствующая группе  $I_j$  имеет вид:  $\mathbf{X}_{I_j}=\mathbf{X}_{i_1}+\dots+\mathbf{X}_{i_p}$ .

Такие матрицы вычисляются для каждой группы, тем самым можно записать разложение для матрицы в сгруппированном виде:

$$\mathbf{X} = \sum_{j=1}^{m} \mathbf{X}_{I_j},$$

Процедура составление групп  $I_j$  называется группировкой собственных троек. Она подробно описана в книге Analysis of Time Series Structure: SSA and Related Techniques 2001 [1].

#### 1.1.4. Этап 4. Диагональное усреднение

Пусть  $\mathbf{Y}$  — матрица  $L \times K$ , L < K.  $y_{ij}$  - элементы матрицы, где  $1 \leqslant i \leqslant L$ ,  $1 \leqslant j \leqslant K$ . Также пусть N = L + K - 1. Диагональное усреднение преобразует матрицу  $\mathbf{Y}$  в ряд  $g_0, \ldots, g_{N-1}$  по формуле:

$$g_k = \begin{cases} \frac{1}{k+1} \sum_{m=1}^{k+1} y_{m,k-m+2} &, \text{ для } 0 \leqslant k < L-1 \\ \frac{1}{L} \sum_{m=1}^{L} y_{m,k-m+2} &, \text{ для } L-1 \leqslant k < K \\ \frac{1}{N-k} \sum_{m=k-K+2}^{N-K+1} y_{m,k-m+2} &, \text{ для } K \leqslant k < N \end{cases}$$

Применяя диагональное усреднение к каждой результирующей матрицы, получаем m рядов  $F^{(k)}=(f_1^{(k)}\dots f_{N-1}^{(k)}).$  Тогда исходные ряд F раскладывается в сумму рядов:

$$F = \sum_{k=1}^{m} F^{(k)}.$$

### 1.2. Пример разложения ряда

Продемонстрируем работу метода SSA. Пользоваться будем библиотекой Rssa из языка R. В качестве исходного ряда возьмем простую функцию (рис. 1)  $f(t) = f_1(t) + f_2(t) + \epsilon(t)$ , где  $0 \leqslant t \leqslant 250$   $f_1(t) = 0.05t + 5$  – тренд,  $f_2(t) = \sin(2\pi \frac{t}{T})$  – сезонность, период T = 25 и  $\epsilon(t)$  - гауссовский шум в точке t.

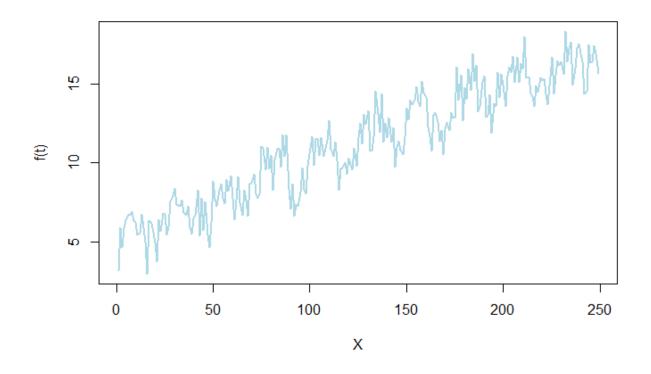


Рис. 1

По теории рекомендуется брать длину окна L=N/2. Также  $f_2(t)$  – гармонический ряд и  $\omega<1/2$ , если K и L делятся нацело на T, то элементы фазовых векторов этого

ряда в этом случае будут представлены sin и cos. Зададим L=125. Применим метод ssa из библиотеки Rssa к исходному ряду и посмотрим на нормы компонент (рис. 2).

### Component norms

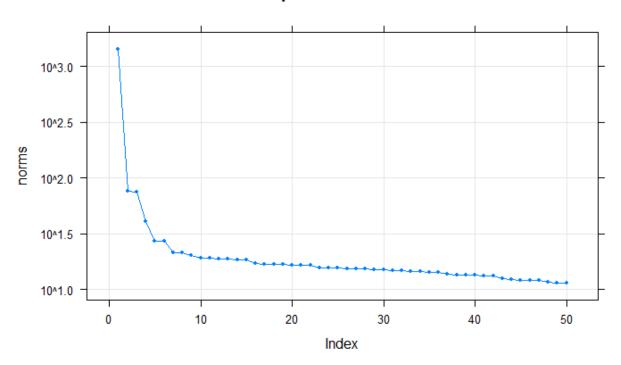


Рис. 2

Следуя теории, нам нужно найти 4 компоненты, так как наш ряд состоит из линейного ряда и гармонического ряда с частотой  $\omega < 1/2$ . Ранги обоих этих рядов равны двум. Теперь займемся группировкой компонент. Построим график собственных векторов (рис. 3).

Посмотрим на рисунок 3. На нем можно заметить, что компоненты 1 и 4 — медленно-меняющиеся, значит их можно отнести к тренду. Компоненты 2 и 3 больше похожи на sin и cos, зная что изначальная сезонная была гармоническим рядом, относим их к сезонности. Компоненты 5 и 6 из-за своей непостоянной амплитуды больше похожи на шум. Также их вклад в сумму довольно мал, поэтому их можно отнести к шуму.

Далее применяем функцию reconstruct и раскладываем ряд в сумму трех рядов: F1 – тренд, F2 – сезонность и Residuals – остатки.

res = reconstruct(s, groups = list(c(1, 4), c(2,3)))

### **Eigenvectors**

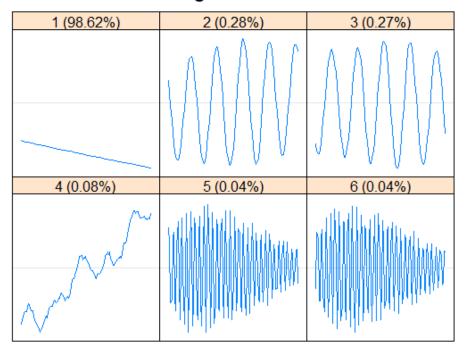


Рис. 3

### plot(res)

Посмотрим на рисунок 4. На графике Original мы можем наблюдать наш исходный ряд. На графике F1 изображена медленно-меняющаяся монотонно возрастающая функцию. Как уже говорилось, график функции в ячейке F1 описывает тренд исходного ряда. Теперь посмотрим на график F2, на нем изображен sin, данная функция описывает сезонность исходного ряда. Зная, что в нашем исходном ряду тренд задавался как  $f_1(t) = 0.05t + 5$ , а сезонность  $f_2(t) = \sin(2\pi \frac{t}{T})$  можно сказать, что метод успешно выделил тренд и сезонность из исходного ряда. Наконец, посмотрим на график Residual. Обратим внимание, что почти все значение лежат в интервале от -2 до 2. Зная, что шум пришел из распределения N(0,1), можно сказать, что 95 процентов всех значений лежат в интервале  $[-2\sigma, 2\sigma]$ . Следовательно можно предположить, что третье слагаемое в полученной после разложения сумме: остатки - это и есть шум.

## **Reconstructed Series**

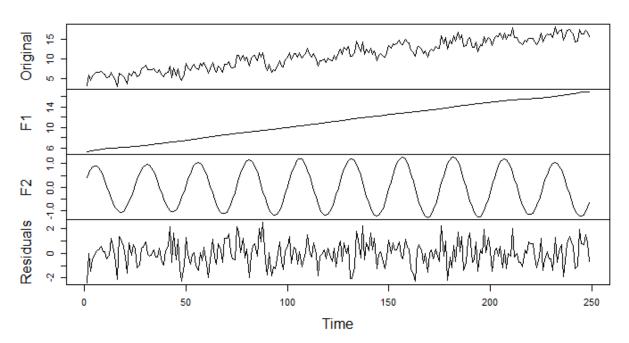


Рис. 4

## Глава 2

## Использование SSA в машинном обучении

Метод SSA — мощный инструмент для обработки данных. С его помощью можно уменьшать шум в данных или выделять полезные признаки из данных. В этой главе обозреваются разные способы использования SSA в методах машинного обучения. В качестве примеров были взяты четыре статьи, в которых разными методами решалась задача прогнозирования. Ниже представлен обзор каждой статьи. Ссылки на статьи доступны в списке литературы.

#### 2.1. Статья №1

Статья «The incorrect usage of singular spectral analysis and discrete wavelet transform in hybrid models to predict hydrological time series» [2] была написана в 2017 учеными Kongchang Du, Ying Zhao, Jiaqiang Lei из Синьцзянского института географии и экологии. В ней обозревается некорректность использования SSA и метода DWT в качестве предобработки данных для дальнейшего их использования в artificial neural network (ANN) или support vector machine (SVM). Сравнение двух данных подходов проводилось на основе задачи прогнозирования рядов в гидрологической области.

**Данные** В качестве данных использовался усредненное количество месячных осадков в Индии в промежутке от января 1871 года до декабря 2013 года. Длина временного ряда равна 1716.

Данные разбиваются для следующим образом: выборка *train* содержит в себе первые 750 значений, выборка *validation* содержит значения 751-900, значения 901-1000 используется для «inner» теста, значения 1001-1100 – для «outer» теста.

**Тесты «inner» и «outer»** В статье используются два типа тестирования. Изначальный ряд имел длину 1100 значений. Авторы задали границу M=1000, первые M значений были исходного ряда предобрабатывались с помощью SSA и используются для построения модели ANN и дальше выполнялся тест на выборке «inner» (то есть

модель обучалась на выборке train, валидация проводилась на выборке validation, тестировалась на выборке «inner» теста). Авторы статьи отмечают, что при таком подходе и обучающая выборка и метки были предобработанны с помощью SSA.

«outer» тест, был выбран авторами для приближения к реальности модели, чтобы проверить предсказательные возможности модели за границей M. После того как модель ANN уже была построена, она пытается предсказать значение M+K, используя предшествующие значения. После значение M+K используется для предсказания следующих значений (то есть начиная со значений  $M-11,\ldots,M$  предсказывается значение M+1, потом используя значения  $M-10,\ldots,M+1$  предсказывается M+2 и т.д.). Авторы статьи никак не отмечают в статье изменения стратегии обучения модели для теста «outer», из чего можно сделать предположения, что результаты на тесте «outer» получатся неудовлетворительными (используются значения 1-900 для построения модели, а тестируются на 1000-1100).

Artificial Neural Network В статье модель ANN для прогнозирования данных описывают следующей формулой:

$$x_t = f(X_t, w, \theta, m, h) = \theta_0 + \sum_{i=1}^h w_j^{out} \phi(\sum_{i=1}^m w_{ji} x_{t-i} + \theta_j),$$

где x — интересующий нас гидрологический временной ряд, m — размер скользящего окна,  $\phi$  — функция активации,  $w_{ij}$  — вес между і-й элементом входного вектора и ј-м элементом скрытого слоя,  $\theta_j$  — смещения, связанные с ј-м элементом скрытого слоя,  $w_j^{out}$  — вес между ј-м элементом скрытого слоя и выходным слоем,  $\theta_0$  — смещение, связанное с выходным слоем. Все параметры оптимизируются с помощью метода back-propagation. Модель использует значения  $[t-m,\ldots,t-1]$  ряда для прогнозирования значения t. Также авторы статьи утверждают, что для достижения достаточной сложности модели достаточно иметь один скрытый слой.

**Использование SSA** SSA используется для предобработки данных. В статье авторы задают L – длина окна в методе SSA равна 12, а также используют 7 первых собственных троек для реконструкции ряда методом SSA. Далее последние 12 значений реконструированного ряда используются в качестве входного слоя в ANN, в качестве меток используется текущее ground truth значение количества месячных осадков.

**Метрики** Для сравнения моделей использовались следующие метрики: root mean square errors (RMSE), mean absolute errors (MAE), Nash-Sutcliffe coefficient (NS).

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (Y_{i_{observed}} - \hat{Y}_i)^2},$$

$$MAE = \frac{1}{N} |\sum_{i=1}^{N} (Y_{i_{observed}} - \hat{Y}_i)|,$$

$$NS = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{N} (\hat{Y}_i - Y_{i_{observed}})^2}{\sum_{i=1}^{N} (Y_{i_{observed}} - \bar{Y}_{i_{observed}})^2}.$$

**Результаты** Авторы заявляют, что сравнение показало обычных и гибридных моделей показало наличие малой точности гибридных моделей на «outer» тесте и, напротив, большую на «inner» тесте. Обычные модели показали примерно одинаковые результаты в обоих тестах. Авторы обуславливают такой исход тем, что метод SSA для реконструкций ранних значений ряда использует «будущие», что приводит к высокому показателю точности на «inner» тесте.

### 2.2. Статья №2

Статья «Comparison of ARIMA, SSA, and ARIMA – SSA Hybrid Model Performance in Indonesian Economic Growth Forecasting» [3] была написана в июле 2020 года учеными Muhammad Fajar и Sri Hartini Rachmad из «BPS-Statistics Indonesia». В работе ставится задача сравнение точности трех подходов в задаче прогнозирования экономического роста Индонезии. В статье рассматриваются следующие методы прогнозирования: ARIMA, SSA и ARIMA-SSA.

Данные В статье используются данные экономического роста (квартал к кварталу) начиная с 1983 Q2 до 2018 Q2 взятые из «Badan Pusat Statistik» (BPS). Данные для тестов были разделены следующим образом: 20% наблюдений(28 прогнозов на будущее), 10% наблюдений(14 прогнозов на будущее), 5% наблюдений(7 прогнозов на будущее) и 3% наблюдений(4 прогнозов на будущее). Таким образом получилось 4 теста (то есть в первом тесте используется 80% данных для тренировки модели, а 20% для тестирования. Во втором тесте используется 90% для тренировки, 10% для тестирования модели

и также по аналогии с другими двумя наборами данных). В статье явно не обговаривается, используется ли SSA только на тренировочных данных.

**ARIMA** Autoregressive-Moving Average. В общем модель  $ARIMA(p,d,q)(P,D,Q)^S$  для временного ряда  $x_t$  выглядит так:

$$\Phi_P B^S \phi_p (1 - B)^d (1 - B^S)^D x_t = \theta_q(B) \Theta_Q(B^S) \epsilon_t.$$

С обозначениями можно подробнее ознакомиться в статье в разделе 2.2.1.

Параметры модели вычисляются с помощью метода правдоподобия. Лучший вариант модели ARIMA выбирается на основе информационного критерия AIC.

**Использование SSA** В этой статье метод SSA использовался для прогнозирования данных (подробнее о методе SSA в следующем параграфе). ARIMA-SSA — гибридный метод совмещающий в себе модель ARIMA и метод SSA. Авторы предполагают, что значения временных рядов состоят из линейных и нелинейных компонент, поэтому их можно представить в виде:

$$x_t = P_t + N_t,$$

где  $P_t$  – линейная компонента, а  $N_t$  – нелинейная компонента. В гибридном методе ARIMA используется для предсказания линейной компоненты, тогда остаток – есть нелинейная компонента. Для предсказаний нелинейных компонент используется SSA.

$$\hat{x}_{T+h} = \hat{P}_{T+h} + \hat{N}_{T+h},$$

где  $\hat{x}_{T+h}$  является результатом прогнозирования ряда x на периоде  $T+h,\ P_{T+h}$  является результатом прогнозирования P на периоде  $T+h,\ N_{T+h}$  является результатом прогнозирования N на периоде T+h и h – предстоящий период.

Прогнозирование SSA В этой статье использовался рекуррентный метод SSA с оценкой коэффициента min-norm LRR (Linear Recurrence Relation). Коэффициент LRR вычислялся следующим образом.

1. Входные данные:  $\mathbf{P} = [P_1, \dots, P_r]$  – матрица, состоящая из собственных векторов  $U_i$  с шага SVD. Определим  $\bar{\mathbf{P}}$  – матрица  $\mathbf{P}$  без последнего ряда.

- 2. Из каждого вектора-столбца  $P_i$  возьмем последнюю компоненты, обозначим ее  $\pi_i$ .
- 3. Посчитаем:  $v^2 = \sum_{i=1}^r \pi^2$ .
- 4. Посчитаем коэффициент min-norm LRR:

$$R = \frac{1}{1 - v^2} \sum_{i=1}^r \pi_i \bar{\mathbf{P}}_i.$$

- 5. Из пункта 4 получаем:  $R = (\alpha_{r-1}, \dots, \alpha_1)$ .
- 6. Считаем прогнозируемое значение:

$$\hat{x}_n = \sum_{i=1}^{r-1} \alpha_i \tilde{x}_{n-1}, \quad n = T+1, \dots, T+h.$$

**Метрики** В статье для оценки качества моделей используется метрика RMSE.

**Результаты** Сравнение показал, что гибридная модель ARIMA-SSA показывает большую точность в задачи прогнозирования роста экономики, чем методы SSA и ARIMA по отдельности.

### 2.3. Статья №3

Статья «SSA-based hybrid forecasting models and applications» [4] написанна в октябре 2020 года учеными Winita Sulandari, Subanar, Suhartono, Herni Utami, Muhammad Hisyam Lee и Paulo Canas Rodrigues. В статье рассматривается способ комбинирования SSA с другими методами для улучшения точности в задачи прогнозирования временных рядов со сложными паттернами. В работе рассматривается две модификации модели TLSAR(Two-Level Seasonal Autoregressive) — TLSNN (Two-Level Seasonal Neural Network).

Данные В работе использовалось два набора данных. Первый датасета «Monthly accidental deaths in USA» авторы статьи делят данные следующим образом: от января 1973 года до декабря 1978 года — тренировочный датасет, начиная с января 1979 года по июнь 1979 года — тестовый датасет. Второй датасет «Daily electricity load of Jawa-Bali in the specific hours» собранный за период первого января 2009 года по 31 декабря 2011. Однако, данные - это только электрическая нагрузка в 01.00, 02.00, 03.00

и 04.00 до полудня. Таким образом получаются 4 разных временных ряда, в связи с влиянием привычек индонезийских граждан в месяц Рамадана. Каждый из 4ех временных рядов были разбиты на выборки следующим образом: первые 1088 наблюдений — тренировочный датасет, последние 41 наблюдение — тестовый датасет. В статье явно не обговаривается, используется ли SSA только на тренировочных данных.

TLSNN и TLCSNN Две предложенные модели называемые two-level seasonal neural networks (TLCSNN) и the two-level complex seasonal neural networks (TLCSNN). Обе модели являются модификациями TLSAR. В детерминированную компоненту были включены полиномиальный тренд и изменяющаяся во времени синусоидальная функция, чтобы захватить более сложную картину во временном ряду. В этом случае результаты декомпозиции SSA облегчают идентификацию и определение правильной детерминированной функции для каждого компонента TLSNN и TLCSNN. Как правило, TLSNN и TLCSNN выражаются в следующей формуле:

$$Y_t = S_t + Z_t$$

где  $Y_t$  наблюдение в момент времени t,  $S_t$  – детерминированная компонента, а  $Z_t$  – стохастическая компонента. Разница в двух моделях заключается в разной форму  $S_t$ .  $Z_t$  аппроксимируется с помощью нейронной сети (NN). Подробнее о этих моделях можно прочесть в статье в параграфе 2.1.

Использование SSA В статье SSA используется в качестве feature-extraction. Метод SSA используется на изначальном временом ряде, раскладывая его на тренд, несколько колебательных составляющих и шум. Используется алгоритм описанный в главе 1.1 «Базовый алгоритм SSA». Далее, полученные ряды идут на вход в детерминированная модели TLSAR и TLSNN. Основывая на w-матрицах корреляции временной ряд для данных «Monthly accidental deaths in USA» был разбит на 4 компоненты (см. в статье Figure 1(b)). Окно для метода SSA — L было выбрано равным 24, пропорционально периоду. В ввиду схожести результатов для четырех рядов в данных «Daily electricity load of Jawa-Bali in the specific hours» авторы приводят выбранные параметры для метода SSA только для четвертого ряда. Авторы выбрали длину окна L равной 490, ряд был разбит на 3 компоненты (см. в статье Figure 3)

**Метрики** В статье используются метрики RMSE и MAPE.

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left| \frac{Y_{i_{observed}} - \hat{Y}_{i}}{Y_{i_{observed}}} \right|.$$

Результаты В итоге гибридные модели показали результаты лучше, чем модель TLSAR. В статье отмечается значительный прирост в точности. Авторы связывают это с тем, что детерминированные компоненты моделей TLSNN и TLCSNN, построенных на основе результатов декомпозиции SSA, учитывали не только линейный тренд, но и квадратичный или другой полином более высокого порядка для захвата других трендовых поведений. Также стохастическая компонента TLSNN и TLCSNN была моделирована с помощью NN, что помогло преодолеть проблему нелинейной взаимосвязи в данных.

### 2.4. Статья №4

Статья «Linking Singular Spectrum Analysis and Machine Learning for Monthly Rainfall Forecasting» [5] была написана в мае 2020 года учеными Ра Ousman Bojang, Tao-Chang Yang, Quoc Bao Pham и Pao-Shan Yu из национального университета Ченг-Кунг. В статье рассматривается способ предобработки данных с помощью метода SSA для улучшения точности в задачи прогнозирования в гидрологической области. В статье сравниваются две гибридные модели SSA-LSSVR и SSA-RF.

Данные Данные были собраны из Тайваньского бюро водных ресурсов, которое включает ежемесячные данные об осадках за 1958–2018 годы для каждого измерительного прибора осадков в водоразделе Шихмена и за 1981–2017 годы для каждого измерительного прибора осадков в водоразделе водохранилища Деджи. Для каждого водораздела водохранилища первые 70% всего сбора данных использовались в качестве выборки train, а оставшиеся 30% - для валидации. Описательную статистику данных можно посмотреть в статье в таблице 3 (Table 3). Авторы отмечают, что подают на вход SSA подпоследовательность ряда из тренировочной выборки.

LS-SVM и Random Forest Прогнозирования после предобработки данных с помощью SSA проводилось с помощью хорошо известного Random Forest (RF) и least-squares support vector machine (LS-SVM). LS-SVM — новый тип модели SVM. Вместо решения

задачи выпуклого квадратичного программирования решения LS-SVM достигаются путем решения серии линейных уравнений. Это изменение снижает вычислительную сложность и делает LS-SVM более привлекательным. Более подробно про LS-SVM написано в статье в главе 3.1. Стандартные модели LS-SVM и RF обучались на тренировочном датасете, валидационная выборка использовалась для кросс-валидации.

Использование SSA SSA использовался в качестве feature-extraction. Выбирается подпоследовательность из изначального ряда в качестве учителя, далее методом SSA выделяется из подпоследовательности тренд и периодические компоненты. Длина окна L определяется заранее. Таким образом авторы статьи выделяют новые компоненты из изначального ряда. Далее, модели LS-SVR и RF обучались на всех компонентах. В статье использовался базовый алгоритм SSA описанный в главе 1.1. Схему работы гибридных моделей SSA-LSSVR и SSA-RF можно посмотреть в статье на изображении 2 (Figure 2, с. 10).

**Метрики** Для оценки качества работы моделей авторами статьи использовались метрики RMSE и NS.

Результаты Одним из основных выводов является то, что гибридные модели (SSA-LSSVR и SSA-RF) имеют лучшие показатели точности, чем стандартные модели (LS-SVR и RF) для обоих наборов данных. Можно сделать вывод, что гибридные модели представляют собой перспективный подход к моделированию, который может применяться для прогнозирования месячных осадков в исследуемом регионе. Однако две гибридные модели работают по-разному в двух водоразделах (SSA-LSSVR работает лучше, чем SSA-RF в одном водоразделе, но хуже - в другом).

## Заключение

В работе был рассмотрен базовый алгоритм SSA. Приведен пример разложения простого ряда на тренд и сезонность методом SSA с помощью библиотеки Rssa на языке R. Также в работе были рассмотрены 4 статьи, в которых различным образом применялся метод SSA вместе с алгоритмами machine learning. Статьи были детально изучены и будут использоваться в дальнейшем для повторения экспериментов, описанных в статьях, или в качестве основы для проведения собственных исследований с использованием SSA и алгоритмами machine learning.

## Список литературы

- 1. Golyandina, N., Nekrutkin, V., & Zhigljavsky, A. (2001). Analysis of time series structure: SSA and related techniques. Chapman & Hall/CRC.
- 2. Kongchang Du, Ying Zhao, Jiaqiang Lei (2017). The incorrect usage of singular spectral analysis and discrete wavelet transform in hybrid models to predict hydrological time series.
- 3. Muhammad Fajar, Sri Hartini Rachmad (2020). Comparison of ARIMA, SSA, and ARIMA SSA Hybrid Model Performance in Indonesia Economic Growth Forecasting.
- 4. Winita Sulandari, Subanar, Suhartono, Herni Utami, Muhammad Hisyam Lee, Paulo Canas Rodrigues (2020). SSA-based hybrid forecasting models and applications.
- 5. Pa Ousman Bojang, Tao-Chang Yang, Quoc Bao Pham, Pao-Shan Yu (2020). Linking Singular Spectrum Analysis and Machine Learning for Monthly Rainfall Forecasting.