EL2008 PMC - Latihan 2

Erarya Morenzo Muten

18320003

1. Jika $n \neq 0$, $T(n) = 5 \times n^0 < 6 \times n^0$. Sehingga $C = 6, n_0 = 1$

didapatkan $T(n) = 5 = O(1)$

2. Kompleksitas waktu algoritma selectionsort dapat ditulis ulang menjadi

$T(n) = \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n - 1$

Jika $n \geq 1$, maka $n \leq n^2$ dan $1 \leq n^2$, sehingga untuk semua $n \geq 1$,

$$\frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n - 1 \leq \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n^2 + n^2 = 2n^2$$

Jadi, dengan $C = 2$ dan $n_0 = 1$,

didapatkan $T(n) = n(n-1)/2 + n - 1 = O(n^2)$

3. Jika $n \geq 4$, maka $n^2 \leq 2^n$.

Sehingga untuk semua $n \geq 4$

$$6 \times 2^n + 2n^2 \leq 6 \times 2^n + 2 \times 2^n = 8 \times 2^n$$

Jadi, dengan $C = 8$ dan $n_0 = 4$,

didapatkan $T(n) = 6 \times 2^n + 2n^2 = O(2^n)$

4. Kompleksitas dapat ditulis dalam deret aritmatika $T(n) = \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n$.

Jika $n \geq 1$, maka $n \leq n^2$

Sehingga untuk $n \geq 1$,

$$\frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n \leq \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n^2 = n^2$$

Jadi, dengan $C = 1$ dan $n_0 = 1$,

didapatkan $T(n) = 1 + 2 + \dots + n = O(n^2)$

5. Jika $n \geq 1$, maka $(n-1) \leq n$

sehingga untuk semua $n \geq 1$

$$n! = 1 \times 2 \times \dots \times (n-1) \times n \leq n \times n \times \dots \times n \times n = n^n$$

Jadi, dengan $C = 1$ dan $n_0 = 1$,

didapatkan $T(n) = n! = O(n^n)$

6. Jika $n \geq 1$, maka $1^k \leq n^k$

sehingga untuk semua $n \geq 1$,

$$1^k + 2^k + \dots + n^k \leq n^k + n^k + \dots + n^k = n \times n^k = n^{k+1}$$

Jadi, dengan $C = 1$ dan $n_0 = 1$,

didapatkan $T(n) = 1^k + 2^k + \dots + n^k = O(n^{k+1})$

7. Kompleksitas dapat ditulis menjadi

$T(n) = n \times 5 \times \log(3) = n \times 2{,}39$

Jika $n \geq 3$, maka $n \times 2{,}39 \leq n$

Sehingga untuk semua $n \geq 1$,

$$5\log(3^n) \leq n$$

Jadi, dengan $C = 1$ dan $n_0 = 3$,

didapatkan $T(n) = 5\log(3^n) = O(n)$

8. Jika $n \geq 1$, maka $(n-1) \leq n$

sehingga untuk semua $n \geq 1$

$$\log(n!) = \log(n \times (n-1) \times \dots \times 1) \leq \log(n \times n \times \dots \times n)$$

$$\log(n \times n \times \dots \times n) = \log(n^n) = n\log n$$

Jadi, dengan $C = 1$ dan $n_0 = 1$,

didapatkan $T(n) = \log(n!) = O(n\log(n))$

9. Baris kompleksitas bubble sort adalah

$a = 0, 1, 3, 6, 10$

$b = 1, 2, 3, 4$

$c = 1 \quad 1 \quad 1$

Sehingga kompleksitas algoritmanya adalah $T(n) = \frac{a}{0!} + \frac{(n-1)b}{1!} + \frac{(n-1)(n-2)c}{2!}$

$T(n) = \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n$

Jika $n \geq 1$, maka $n \leq n^2$

sehingga untuk semua $n \geq 1$

$$\frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n \leq \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n^2 = n^2$$

Jadi dengan $C = 1$ dan $n_0 = 1$,

didapatkan $T(n) = \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n = O(n^2)$