



## Examencito de Junio

4 de junio de 2013

**Problema 1.** Sea  $M$  un conjunto con  $n$  elementos. Determina el número de parejas de conjuntos  $(A, B)$  tales que  $A \subseteq B \subseteq M$ .

**Problema 2.** Demuestra que si  $n$  es un entero mayor a 1, entonces la ecuación

$$y^n = (x+1)^2 + (x+2)^2 + \cdots + (x+99)^2$$

no tiene soluciones enteras.

**Problema 3.** Sea  $ABC$  un triángulo y  $P$  un punto en su interior de tal forma que  $PB = PC$ . En el exterior del triángulo  $ABC$  se construyen los triángulos  $QAC$  y  $RAB$  de tal manera que  $\triangle PBC \sim \triangle QAC \sim \triangle RAB$ . Demostrar que el cuadrilátero  $AQPR$  es un paralelogramo.

**Problema 4.** Si  $a, b, c, d$  son números reales tales que

$$a^3 + b^3 + c^3 + d^3 = a + b + c + d = 0,$$

demuestra que existen dos de esos números cuya suma es igual a cero.