2019-2020

Soluciones a la prueba Etapa Escuela de la Olimpiada de Matemáticas para Primaria, 2019-2020.

Olimpiada de Matemáticas en Yucatán
ommyuc@gmail.com

Sobre los problemas de la Olimpiada de Matemáticas.

Antes de proceder a presentar las soluciones, es importante dar una breve descripción de los motivos por los cuales se seleccionan dichos problemas.

La prueba no está diseñada para evaluar el avance escolar

El primer punto importante es que el objetivo de la prueba no tiene como objetivo medir el grado de avance de los alumnos en sus centros escolares, sino el poder encontrar soluciones creativas con herramientas elementales.

Es por ello que las pruebas no están correlacionadas con los temas específicos de los planes de estudio, aunque, como se explica más adelante, se cuida que *sea posible resolverlas* con las herramientas que los niños ya deben haber adquirido. Por ejemplo, consideremos el problema que apareció en un Examen de Zona:

> 8. Multiplica todos los números impares que son mayores que 6 pero que son menores que 60. ¿Cuál es el dígito de las unidades en el resultado?
>
> a) 3 b) 5 c) 7 d) 9

El objetivo no es determinar si el alumno sabe multiplicar o no, y aunque se puede resolver efectuando la multiplicación $7 \times 9 \times 11 \times 13 \times \cdots \times 57 \times 59$, existe una solución más creativa:

> Solución. Cualquier número impar multiplicado por un número terminado en 5, da como resultado otro número terminado en 5, por lo que a partir del 15 y en adelante, todos los resultados terminarán en 5 y por tanto la respuesta es la opción b).

Obsérvese que, con un poco de ingenio, no fue necesario efectuar toda la operación planteada.

La prueba no es una evaluación de los docentes

Como consecuencia de lo anterior, la prueba no es tampoco una evaluación de los profesores. Debido a que no está evaluando el avance escolar sino la habilidad e ingenio del niño, el resultado de los mismos en la prueba no debe considerarse como una evaluación de la práctica en el aula, la cual tiene un objetivo diferente.

Sin embargo, para ayudar a los profesores que sí tengan interés en trabajar este tipo de habilidades con algunos alumnos, es por lo que cada año se elabora un Taller para Docentes al que se invita a los profesores. Estos talleres anuales se imparten en diferentes sedes del estado (para que no se limite únicamente a los profesores de Mérida) durante fines de semana, para no interferir con las actividades regulares, y por lo regular participan más de un centenar de profesores que voluntariamente se inscriben a los mismos.

La filosofía del evento es que el trabajo y capacitación profesores es muy importante pues al ayudar a un profesor se planta una semilla que dura muchos años.

La prueba necesita seleccionar alumnos para las etapas nacionales.

Adicionalmente, las distintas pruebas necesita ser un filtro adecuado para seleccionar una delegación que represente al Estado de Yucatán frente a las delegaciones de los otros estados en los diferentes Concursos Nacionales.

Es por ello que el estilo de problemas debe ser acorde en estilo a los que suelen presentarse en las Olimpiadas de etapas posteriores (aunque con un grado de dificultad menor). Y esta es otra razón por la cual una evaluación similar a las escolares no sería apropiada, pues estaría seleccionando habilidades diferentes a las que son necesarias para tener éxito en los concursos nacionales. Finalmente, por la necesidad de ser un filtro adecuado, cada etapa es ligeramente más difícil que la anterior.

Cabe destacar que, en etapas posteriores del proceso, los alumnos reciben preparación en la Facultad de Matemáticas para adquirir herramientas adicionales y estrategias para la competencia, pero estas herramientas adicionales no son necesarias para las etapas iniciales de la prueba.

Los problemas presentados deben poderse resolver con métodos elementales.

Finalmente, es necesario que todos los problemas de las primeras etapas se puedan resolver sin el uso de herramientas como álgebra u otros temas más avanzados.

Esto no quiere decir que estas herramientas no se puedan usar, sino quiere decir que un alumno, aunque carezca de ellas, con ingenio suficiente, puede encontrar la solución a los problemas. Anteriormente dimos un ejemplo de solución, y damos un par de ejemplos más para explicar este punto.

El siguiente problema apareció en la misma prueba de Zona en 2017:

> 10. Víctor piensa un número. Si le suma 3, al resultado lo multiplica por 2 y luego le resta 1, el resultado final es 2017. ¿Cuánto suman los dígitos del número que pensó Víctor?
>
> a) 10 b) 6 c) 4 d) 7

Aparentemente, este es un problema "de álgebra", pues para resolverlo habría que plantear la ecuación $2(x+3)-1=2017$ y resolverla. Sin embargo, **es posible resolver este problema sin el uso de álgebra**.

Solución: La solución razonada es la siguiente, con una estrategia de "trabajar hacia atrás", usando únicamente lógica:

- Si el resultado final es 2017, antes de restar el 1 se tenía el 2018.
- Pero si se obtuvo 2018 después de multiplicar por 2, en el paso anterior debíamos tener el número 1009.
- Mas, para tener 1009 luego de sumar 3, el número inicial debía ser 1006 y por tanto la respuesta es d) 1+0+0+6=7.

Otro ejemplo, de la prueba de Etapa Sector del año pasado:

> 5. Hay 13 monedas en el bolsillo de Luci, algunas son de 5 pesos y otras de 10 pesos. ¿Cuál de los siguientes no puede ser el valor total de sus monedas?
>
> a) \$125 b) \$115 c) \$80 d) \$70 e) \$60

Nosotros como docentes, estamos *acostumbrados* a que este tipo de problemas con cantidades desconocidas se resuelven usando un sistema de ecuaciones. Por ejemplo, si el valor total fuese $125, denotando por a al número de monedas de 5 pesos y por b a la cantidad de monedas de 10 pesos, obtendríamos el sistema:

$$5a + 10b = 125$$
$$a + b = 13.$$

Planteando los diferentes sistemas, deduciríamos cuál no tiene solución. **Sin embargo, es posible resolver el problema sin usar álgebra:**

> Solución: Nuevamente, basta usar un poco de lógica. La menor cantidad de dinero que se puede reunir, es aquella que usa únicamente monedas de 5 pesos (pues si cambiamos alguna moneda de 5 por otra de 10, aumentaría el total). Pero teniendo 13 monedas de 5 pesos obtendríamos $65 y esa es la menor cantidad posible. Por tanto, no es posible obtener $60 y la respuesta es la opción e).

Una parte importante del trabajo que realizamos con los profesores es desarrollar esta capacidad de encontrar soluciones alternativas, fuera del proceso mecánico, que permitan (al docente y a sus alumnos) hallar alternativas más simples, fomentando el uso del pensamiento creativo.

Los niños pueden resolver los problemas

Durante las tres décadas que este programa lleva realizándose en Yucatán, hemos constatado que los niños poseen un talento que a los adultos nos resulta sorprendente.

Quizás debido a que la formación que recibimos en nuestra infancia tenía un enfoque más repetitivo y mecánico, nos acostumbramos a pensar de cierta forma y se nos pasa por alto que un niño no tiene esas limitaciones que nosotros hemos adquirido, y que esa libertad de pensamiento les permite, en muchas ocasiones, encontrar soluciones muy simples e ingeniosas que a los adultos no se nos hubiera ocurrido.

Esto es quizás el mayor éxito del programa de las Olimpiadas de Matemáticas, el dar un espacio a que los niños descubran que las matemáticas son algo más que realizar cuentas de forma mecánica, y con ello, reducir la aversión a las mismas, pues cuando un niño termina diciéndose a sí mismo "*las matemáticas no me gustan porque son difíciles*", es muy difícil quitar esa percepción posteriormente. Y creemos que, la mejor forma de evitar llegar a ese punto es demostrar, con el ejemplo, que no es así, desde una edad temprana.

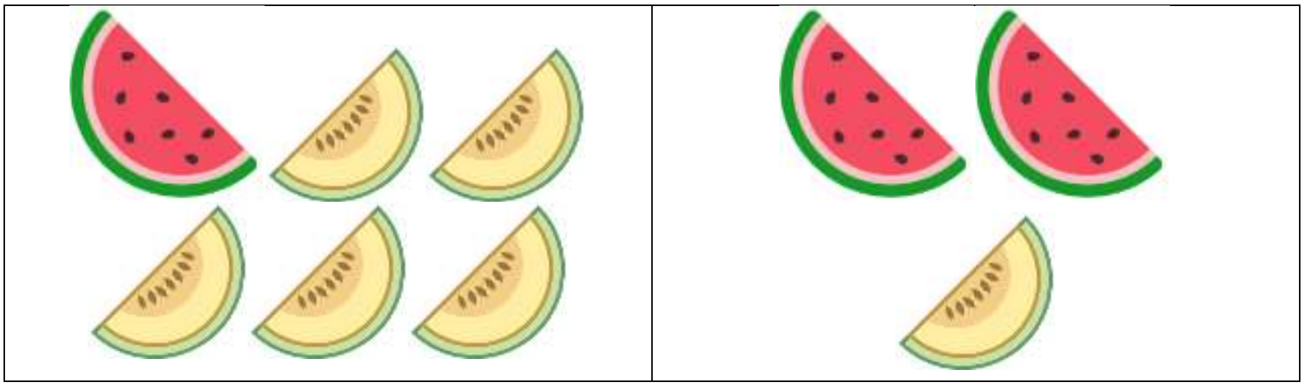
Mérida Yucatán.

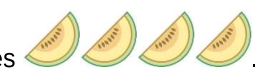
M.M. Pedro Sánchez

1. **1. Una sandía y cinco melones pesan lo mismo que 1 melón y 2 sandías. ¿A cuántos melones equivalen tres sandías?**

a) 12 **b) 15** **c) 9** **d) 6** **e) 10**

Solución. No es necesario un sistema de ecuaciones, sino mejor una representación visual.

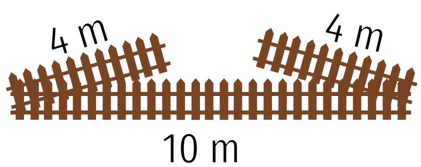


Al hacer la comparar, vemos que una sandía  es el equivalente de 4 melones . Por tanto, tres sandías serán equivalentes a 12 melones.

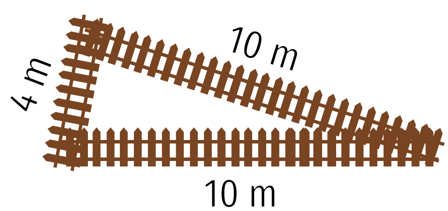
2. **Un terreno tiene forma triangular y dos lados miden lo mismo. Hay un lado que 4 metros y otro mide 10 metros. Don Darío quiere cercar el terreno con alambre. ¿Qué tan largo debe ser el alambre para que encierre el terreno?**

a) 14 m **b) 18 m** **c) 24 m** **d) Hay más de una posibilidad** **e) No se puede saber**

Solución. Hay dos posibilidades: que la medida repetida sea 4 metros o que la medida repetida sea 10 metros. Sin embargo, el primer caso es realmente imposible: no es posible formar un triángulo que tenga medidas 10m, 4m y 4m, porque "no cerraría":



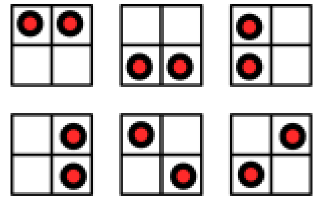
Entonces la única posibilidad es que un lado mida 4m y los otros dos midan 10 m:



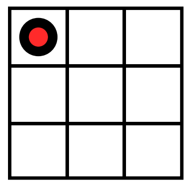
Por tanto el alambre que necesita (es decir, la medida del perímetro) es 24 metros.

3. En la figura se muestran las 6 formas que hay de colocar dos fichas en un tablero de 2×2 (no importa en qué orden se ponen las fichas, sólo importa qué casillas se usan). ¿Cuántas formas hay de colocar dos fichas en un tablero de 3×3?

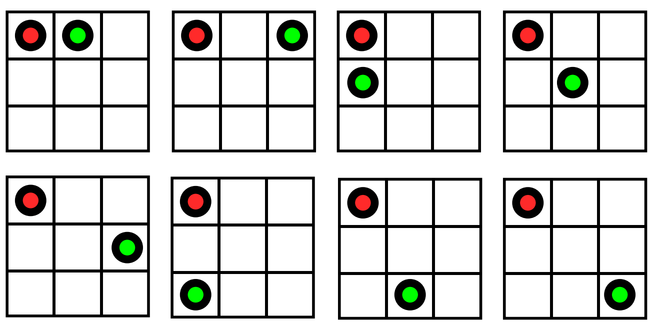
a) 9 **b) 27** **c) 30** **d) 36** **e) 72**



Solución. Vamos a contar las formas de una manera ordenada. Por ejemplo, nos podemos preguntar ¿cuántas formas hay de poner las dos fichas, de manera que la esquina superior izquierda esté ocupada?

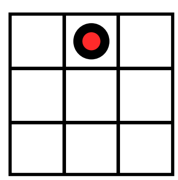


La respuesta es que habrá 8 formas, dependiendo de en dónde se coloque la otra ficha (para diferenciar las 8 opciones, pondremos la segunda ficha en verde):

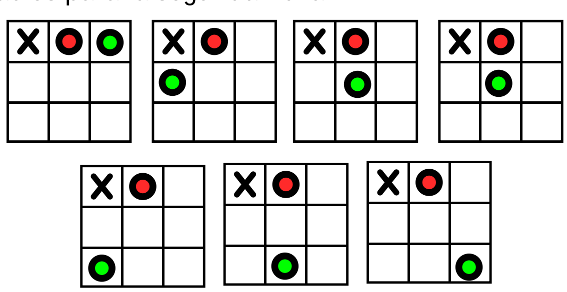


Una vez puesta la ficha roja, solo quedan 8 posiciones para la verde

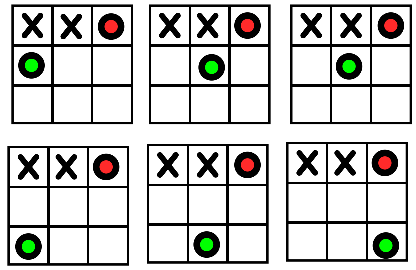
Luego nos podemos preguntar en cuántos arreglos, la ficha roja queda en la segunda casilla:



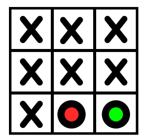
Para no repetir posiciones, en la esquina ya no podemos poner nada (así que la marcamos con una X) y vemos que solo quedan 7 espacios para la segunda ficha:



Es mismo razonamiento nos dice que cuando ponemos la roja en la tercera casilla, sólo nos quedan 6 posiciones para la verde:



Continuando el patrón, al cambiar la primera ficha, obtendremos en las siguientes posibilidades: 5, 4, 3, 2 hasta llegar a solo 1 cuando la roja está en la casilla 8:



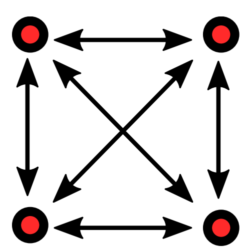
Por tanto la cantidad total de posibilidades es: 8+7+6+5+4+3+2+1 = 36.

4. **En un torneo deportivo, cada equipo juega solo 3 veces (juega contra otros 3 equipos rivales, una vez contra cada uno). Si en total se jugaron 12 partidos en el torneo, ¿cuántos equipos había?**

a) 4 **b) 8** **c) 12** **d) 24** **e) 48**

Solución. Aquí usaremos el razonamiento lógico. Si cada equipo juega 3 veces, aparentemente el número de partidos es el triple del número de equipos (y por tanto debería haber 4 equipos únicamente).

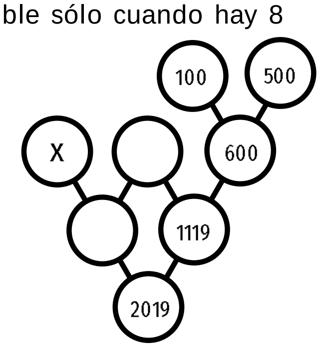
Sin embargo, no estamos tomando en cuenta que cada partido está contado dos veces (el partido de A contra B lo contamos como partido de A y también como equipo de B). Entonces en el razonamiento anterior estamos obteniendo el doble del número real de partidos. La siguiente figura muestra que con 4 equipos en realidad hay 6 partidos:



Entonces, para que haya 12 partidos, necesitamos que el triple del número de equipos sea 24 (porque el triple del número de equipos es el doble del número de partidos). Esto es posible sólo cuando hay 8 equipos.

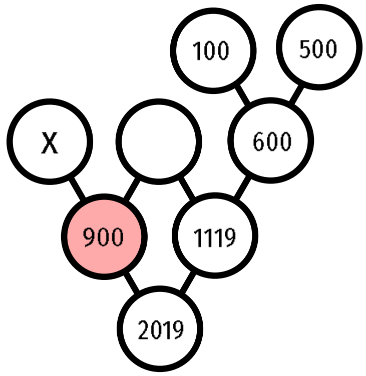
5. **Los círculos en la figura se llenan de manera que en cada círculo esté un número que sea igual a la suma de los dos círculos que están arriba de él. ¿Qué número debe ir en el círculo marcado con la x?**

a) 481 **b) 381** **c) 281** **d) 581** **e) 681**

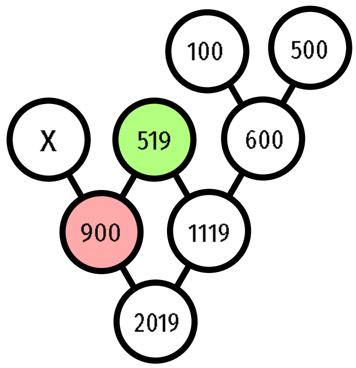


Solución. Vamos a proceder razonando sobre la figura:

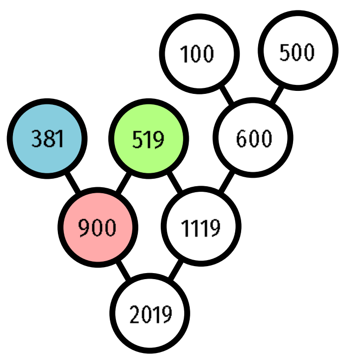
En el círculo marcado en rojo, debe ir el número 900, para que el círculo que está hasta abajo pueda ser 900+1119 = 2019.



Pero entonces, en el círculo vacío (que colorearemos con verde) debe ir 1119-600 = 519:



Sin embargo, para que el número del círculo rojo sea 900, es necesario que en el círculo marcado con la X, esté el número 900 - 519 = 381:



6. **Juan está leyendo un libro de 276 páginas. El primer día leyó la tercera parte del libro. El segundo día leyó la cuarta parte de las páginas que le faltaban. ¿Qué fracción del total del libro ya leyó?**

   a) 7/12 del total **b) 5/12 del total** **c) 1/3 del total** **d) 3/4 del total** **e) 1/2 del total**

Solución. Si el libro tiene 276 páginas, como el primer día leyó la tercer parte, leyó 92 y faltan por leer 184.

El segundo día leyó la cuarta parte de 184, es decir, 46 páginas. Hasta ese momento lleva leído: 92+46 páginas, es decir, 138 páginas. Pero 138 es la mitad de 276, por lo que la fracción es ½ del total.

7. Si multiplicas el número de 6 cifras ABCDE4 por 4, obtienes como resultado el número de 6 cifras 4ABCDE. Si cada letra representa un dígito diferente, ¿cuánto vale A+B+C+D+E?

a) 20 **b) 14** **c) 16** **d) 13** **e) 17**

Solución. Vamos a comenzar planteando la multiplicación del número 4ABCDE por 4, pues ya sabemos que el resultado será el número 4ABCDE. Lo planteamos tal y como aprendemos en primaria:

$$\begin{array}{cccccc} a & b & c & d & e & 4 \\ \times & & & & & 4 \\ \hline 4 & a & b & c & d & e \end{array}$$

Ahora, imagina que empiezas a efectuar la multiplicación. ¿Cómo empiezas? Multiplicando 4 por 4. Al hacerlo obtenemos 16, lo cual quiere decir que se pone el 6 debajo y se lleva 1.

$$\begin{array}{cccccc} a & b & c & d & e & 4 \\ \times & & & & & 4 \\ \hline 4 & a & b & c & d & 6 \end{array}$$

Pero entonces eso quiere decir que la letra E vale 6 ¿Qué se usó? Saber el procedimiento para efectuar una multiplicación. Como ya sabemos que E=6, también podemos ponerlo en la primera línea:

$$\begin{array}{cccccc} a & b & c & d & 6 & 4 \\ \times & & & & & 4 \\ \hline 4 & a & b & c & d & 6 \end{array}$$

¿Cómo continúa la multiplicación? Ahora se multiplica 6 × 4=24, pero como llevábamos 1, tenemos 25. Entonces ponemos un 5 debajo y llevamos 2.

$$\begin{array}{cccccc} a & b & c & d & 6 & 4 \\ \times & & & & & 4 \\ \hline 4 & a & b & c & 5 & 6 \end{array}$$

Pero eso quiere decir que la letra D vale 5. Si la cambiamos en la línea superior, tenemos la siguiente multiplicación:

$$\begin{array}{r} a\,b\,c\,5\,6\,4 \\ \times \qquad\quad 4 \\ \hline 4\,a\,b\,c\,5\,6 \end{array}$$

¿Cómo continúa la multiplicación? Ahora se multiplica 5 × 4=20, pero como llevábamos 2, tenemos 22. Entonces ponemos un 2 debajo y otra vez llevamos 2.

$$\begin{array}{r} a\,b\,c\,5\,6\,4 \\ \times \qquad\quad 4 \\ \hline 4\,a\,b\,2\,5\,6 \end{array}$$

Mas, como C=2, lo podemos cambiar en la línea de arriba:

$$\begin{array}{r} a\,b\,2\,5\,6\,4 \\ \times \qquad\quad 4 \\ \hline 4\,a\,b\,2\,5\,6 \end{array}$$

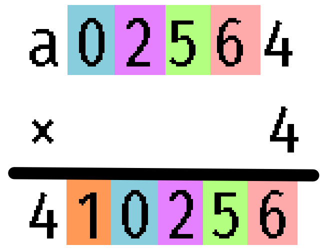
¿Cómo continúa la multiplicación? Ahora se multiplica 2 × 4 = 8, pero como llevábamos 2, el resultado es 10: ponemos el 0 debajo y llevamos 1.

$$\begin{array}{r} a\,b\,2\,5\,6\,4 \\ \times \qquad\quad 4 \\ \hline 4\,a\,0\,2\,5\,6 \end{array}$$

Hemos descubierto que B=0. Lo cambiamos en la línea de arriba:

$$\begin{array}{r} a\,0\,2\,5\,6\,4 \\ \times \qquad\quad 4 \\ \hline 4\,a\,0\,2\,5\,6 \end{array}$$

Para terminar, multiplicamos 0 × 4 = 0, pero llevábamos 1, así que el resultado es 1. Lo ponemos debajo y no llevamos nada:



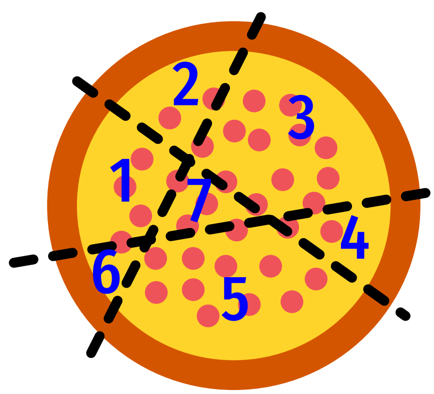
En este momento, ya conocemos los 5 números y podemos concluir que

A + B + C + D + E = 1 + 0 + 2 + 5 + 6 = 14.

8. Usualmente, en cierta pizzería se cortan pizzas redondas con 4 cortes rectos que pasan por el centro y quedan divididas en 8 pedazos. Sin embargo, los domingos, los pizzeros se alocan y solo hacen 3 cortes rectos, por donde se les ocurra (no tienen que ser por el centro, aunque los cortes siempre son rectos). ¿Cuál es la mayor cantidad de pedazos en que puede quedar dividida la pizza en un domingo? (Los pedazos pueden tener formas diferentes)

a) 4 pedazos **b) 5 pedazos** **c) 6 pedazos** **d) 7 pedazos** **e) 8 pedazos**

Solución. La mayor cantidad de pedazos se obtiene cuando los cortes no pasan por un mismo punto (ya sea el centro o cualquier otro). Por tanto, el máximo número de pedazos que se puede obtener es 7, como se aprecia en la siguiente figura.

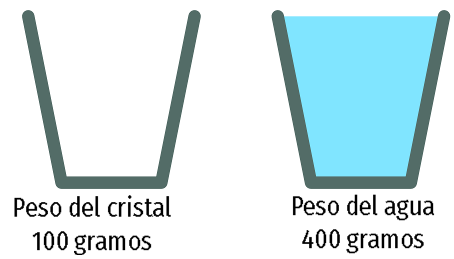


9. Un vaso vacío pesa 100 gramos. El mismo vaso lleno pesa 500 gramos. ¿Cuánto pesa el vaso lleno a la mitad?

a) 50 g **b) 200 g** **c) 250 g** **d) 300 g** **e) 275 g**

Solución. Para este problema hay que observar que al llenar el vaso, se está añadiendo 400 g de agua.

Pero entonces, llenar el vaso a la mitad quiere decir que se añadió solo 200 gramos de agua. El peso entonces será de 300 gramos: 100 del cristal y 200 de la mitad de agua.

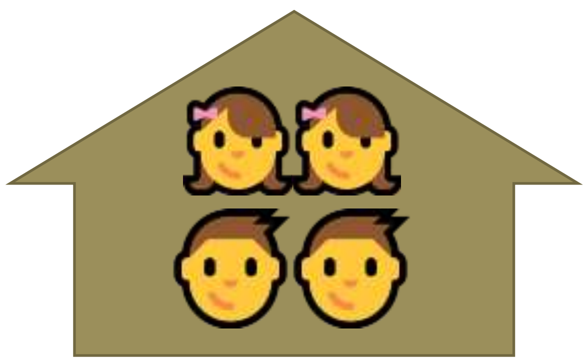


10. En un salón de clase, cada estudiante tiene al menos 2 compañeros y al menos 1 compañera. ¿Cuál es la menor cantidad de estudiantes que puede haber en el salón?

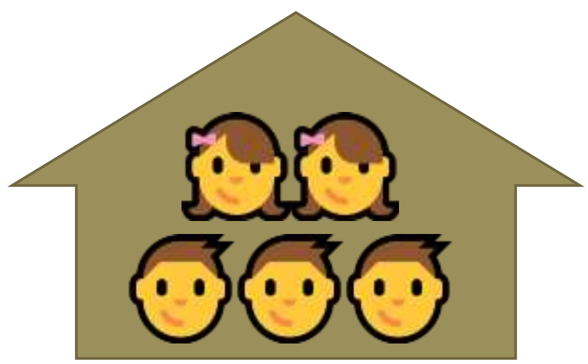
a) 3 **b) 4** **c) 5** **d) 6** **e)**

Para que cada niña tenga 2 compañeros, debe haber *al menos* 2 niñ0s y *al menos* 2 niñas (por que si sólo hubiera una niña, no tendría compañera).

Entonces en el salón tenemos al menos:



Notemos, sin embargo, que cada uno de los niños, aunque tiene al menos una compañera, solo tendría 1 compañero. Por eso es necesario que haya un niño más.



Ahora, cada estudiante tiene al menos 1 compañero y 2 compañeras. Por tanto, el mínimo número de estudiantes es cinco.

Preguntas comunes sobre la Olimpiada de Matemáticas.

¿Qué es la Olimpiada de Matemáticas?

la Olimpiada de Matemáticas es un programa que busca, a través de la realización de un concurso de matemáticas, promover el estudio de esa disciplina de una forma alejada de las dinámicas tradicionales que promueven la memorización.

En México se realiza desde hace más de 3 décadas años, inicialmente a nivel bachillerato, y que actualmente incluye también la participación de alumnos de secundaria y primaria.

¿Quién organiza la Olimpiada de Matemáticas?

A nivel nacional, la organización de la Olimpiada Mexicana de Matemáticas está a cargo de la Sociedad Matemática Mexicana quien designa un profesor como delegado para coordinar su realización en cada estado. En Yucatán, desde sus inicios, la Universidad Autónoma de Yucatán es quien, a través de su Facultad de Matemáticas, acepta la tarea para organizar el Concurso Estatal, que en el que participaban originalmente sólo estudiantes de bachillerato.

Sin embargo, desde hace dos décadas, la Secretaría de Educación y la Universidad Autónoma de Yucatán han establecido un convenio de colaboración para extender la participación en el evento a estudiantes de Secundaria, Primaria y Educación Indígena.

¿En qué concursos nacionales participa Yucatán?

Existen tres Olimpiadas Nacionales de Matemáticas en las que Yucatán participa:

La **Olimpiada Mexicana de Matemáticas para Educación Básica (OMMEB)**, convocada por la Sociedad Matemática Mexicana, dirigida a los alumnos de 4º, 5º, y 6º grado de primaria, así como 1º y 2º de Secundaria.

La **Olimpiada Nacional de Matemáticas para Alumnos de Primaria y Secundaria (ONMAPS)**, convocada por la Asociación Nacional de Profesores de Matemáticas, en la que participan nuestros alumnos de 3º de Secundaria.

La **Olimpiada Mexicana de Matemáticas (OMM)**, convocada también por la Sociedad Matemática Mexicana, en la que participan alumnos de bachillerato junto con alumnos avanzados de otros niveles educativos.

Los alumnos ganadores de las competencias OMM y OMMEB son invitados a integrarse a una preselección nacional de la que se escogen los alumnos que participarán en diferentes competencias internacionales el año siguiente.

¿Cuál es el temario para las Olimpiadas de Matemáticas?

Como se señaló en la introducción, este concurso no busca medir el avance escolar ni el desempeño de los docentes en el aula, por lo que no es una evaluación basada en los planes de estudio. Los problemas, como ilustran las soluciones antes presentadas, se pueden resolver mediante el razonamiento ordenado y la aplicación ingeniosa de conocimientos básicos.

En particular, no hay un temario distinto para primaria y para secundaria, pues en ambos niveles lo único que se pide es que el alumno pueda realizar operaciones básicas (sumas, multiplicaciones, etc.) con enteros, fracciones, calcular áreas de formas elementales, razonamientos lógicos, y otros conocimientos básicos. Comparando los documentos con las soluciones de los exámenes de primaria y secundaria, se puede incluso observar que hay problemas muy similares en ambos niveles y que los razonamientos usados para las soluciones en ambos casos son muy parecidos.

Aunque los exámenes son progresivamente más elaborados en su dificultad, para poder funcionar efectivamente como filtro, todos los problemas propuestos en las etapas iniciales se pueden resolver sin hacer uso de álgebra. Por otro lado, debido a que el nivel requerido para una participación exitosa a nivel nacional sí requiere el uso de técnicas que quizás no se hayan visto en el salón de clase, los alumnos ganadores en las etapas posteriores son invitados a tomar talleres de preparación en donde se les entrena para alcanzar el nivel requerido para triunfar a nivel nacional.

¿Puedo solicitar que alguien prepare a mi hijo o alumno?

Durante las etapas iniciales no proporcionamos entrenamientos particulares para participantes, en ninguno de los niveles, pues no es factible dar atención simultánea a miles de alumnos que son seleccionados inicialmente. Por otro lado, parte de los objetivos del programa en el estado, consisten en fomentar el entrenamiento en los propios centros escolares, por lo que anualmente se ofrecen talleres de capacitación gratuitos para profesores que deseen trabajar con alumnos en sus centros escolares.

Adicionalmente, luego de la realización de las etapas iniciales, invitamos a todos los alumnos ganadores de la Etapa Estatal (en primarias) y de la Etapa Modalidad (en secundaria) a talleres de entrenamiento gratuitos en donde se les explican estrategias para resolución de problemas. Este acompañamiento de preparación continúa durante todo el resto del proceso, no sólo a nivel estatal sino incluso nacional e internacional, pues año con año estudiantes yucatecos llegan a competir internacionalmente y reciben entrenamiento constante hasta el último nivel.

¿Pueden enviar un entrenador al a escuela de mi hijo?

Por razones similares, no solemos enviar profesores para preparar alumnos de escuelas específicas. Sin embargo, como se mencionó antes, anualmente se ofrecen varios talleres gratuitos para proporcionar herramientas a los docentes para que sean ellos mismos quienes puedan acompañar a sus alumnos en las etapas iniciales.

Estos talleres los realizamos gracias al apoyo proporcionado por la Secretaría de Educación y se invita a profesores que tengan alumnos ganadores de las Etapas Estatales de Primaria, Primaria en Educación Indígena, y Secundaria, aunque mientras haya cupo disponible, aceptamos a todo profesor interesado, incluso aunque no tenga alumnos ganadores en el año en curso.

Los talleres para profesores suelen realizarse los fines de semana de enero y febrero, y la información específica de los mismos puede solicitarse con los profesores de la Secretaría de Educación que amablemente nos ayudan a coordinar la Olimpiada.

Valoramos muchísimo el trabajo con profesores, pues preparar un alumno es muy gratificante, pero trabajar con un profesor es plantar una semilla que dará fruto durante muchos años.

M.M. Pedro David Sánchez Salazar ommyuc@gmail.com