

## 2<sup>5</sup> – 1 Olimpiada Mexicana de Matemáticas

Examen Estatal – Yucatán Primer Día - 28 de Abril 2016

## Instrucciones:

Responde en las hojas en blanco que se te proporcionan.

Todas las hojas deben tener tu nombre.

No intentes dos ejercicios distintos en una misma hoja.

Indica todos tus razonamientos, son tan importantes como la respuesta final.

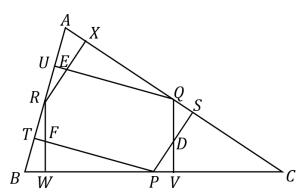
- 1. Lina escoge un número de 3 cifras distintas y que ninguna sea cero. Amanda escribe los 5 números que se pueden formar revolviendo las cifras del número que escogió Lina. Por ejemplo, si Lina escoge 123, Amanda escribe 312, 213, 132, 231, 321. Si la suma de los números que escribió Amanda es 3231, ¿qué número escogió Lina? Encuentra todas las posibles respuestas.
- 2. En el reino de Marinola, los magos Deeds y Drini realizan un duelo mágico. En una pared está escrito un número y cada día el mago Deeds lanza un hechizo que cambia el número, aumentando en 113 al número que había el día anterior (por ejemplo, si hoy está el número 53, mañana estará 166).

El mago Drini conoce un contrahechizo que le permite cambiar el orden de los dígitos del número en la pared (si la pared tiene 403, puede hacer que cambie a 340, 043, etc.), pero sólo lo puede usar después de que Deeds lance el suyo (aunque no es obligatorio que Drini use el suyo todos los días).

Si algún día el número de la pared llega a ser mayor que 1000, el mago Deeds gana el duelo. Hoy el número en la pared es 777 ; Puede el mago Drini evitar que el mago Deeds gane el duelo?

Si lo puede hacer, explica detalladamente el modo en que lo puede evitar. Si no lo puede hacer, explica detalladamente el por qué siempre llegará un día en el que la pared tenga un número mayor a 1000.

3. Considera un triángulo acutángulo *ABC* en el que *P*, *Q*, *R* son los puntos medios de los lados *BC*, *CA* y *AB* respectivamente. Traza las perpendiculares *PS*, *PT*, *QU*, *QV*, *RW*, *RX* hacia los lados, como muestra la figura.



Sea D la intersección de PS con QV, E la intersección de QU con RX, y F la intersección de RW con PT. Demuestra que el área del hexágono PDQERF es la mitad del área del triángulo ABC.



## $2^2 + 3^3$ Olimpiada Mexicana de Matemáticas

Examen Estatal – Yucatán Segundo Día - 29 de Abril 2016

## Instrucciones:

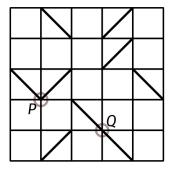
Responde en las hojas en blanco que se te proporcionan.
Todas las hojas deben tener tu nombre.

No intentes dos ejercicios distintos en una misma hoja.

Indica todos tus razonamientos, son tan importantes como la respuesta final.

- 4. El granjero Darío tiene varios cochinos. Si los dos más pequeños pesan juntos la cuarta parte de lo que pesarían todos juntos, pero los tres más pesados pesan juntos 3/5 de lo que pesarían todos juntos, ¿cuántos cochinos tiene el granjero Darío? Encuentra todas las posibles respuestas.
- 5. Sea ABC un triángulo isósceles (AB = AC) y X algún punto en el lado BC. Toma puntos P y Q en los lados AB y AC, respectivamente, de manera que APXQ sea un paralelogramo. Sea Y el punto que obtienes al reflejar X con respecto a la línea PQ. Demuestra que  $\angle ABY = \angle ACY$ .
- 6. Mauricio dibuja una cuadrícula de 5×5. A continuación, dibuja diagonales en algunos de los 25 cuadritos, de manera que no haya dos diagonales que se toquen

Por ejemplo, en la siguiente figura hay diagonales que sí se tocan (en el punto P y también en el punto Q)



¿Cuál es la mayor cantidad de diagonales que puede dibujar Mauricio sin que haya diagonales que se toquen?

Justifica tu respuesta.