Algorithmen und Datenstrukturen

Prof. Marc Fischlin, SS 2024

01

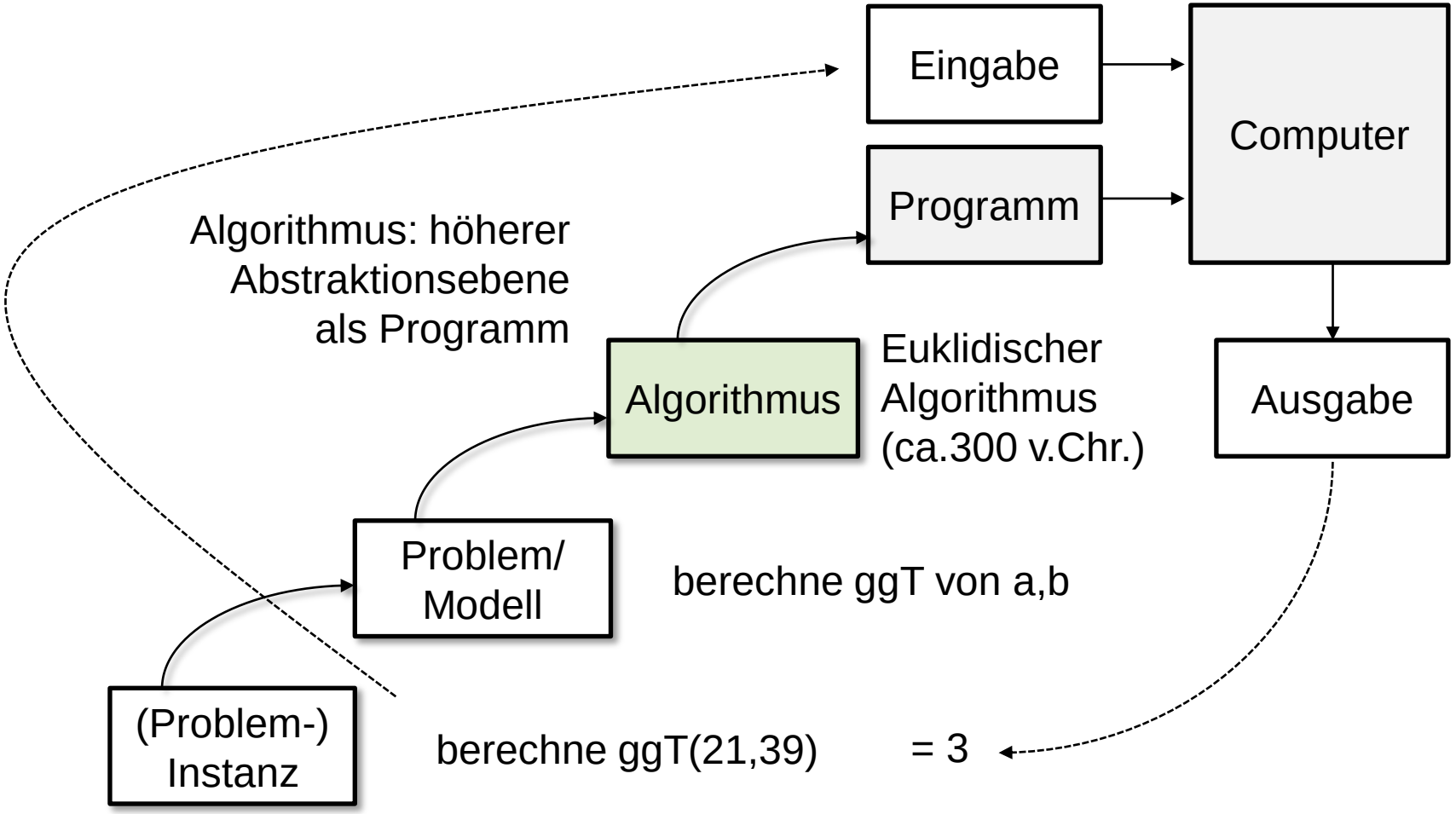
Einleitung

Folien beruhen auf gemeinsamer Veranstaltung mit Christian Janson aus dem SS 2020

Algorithmen

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
Cryptoplexity
Cryptography & Complexity Theory
Technische Universität Darmstadt
www.cryptoplexity.de

Verortung



TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
Cryptoplexity
Cryptography & Complexity Theory
Technische Universität Darmstadt
www.cryptoplexity.de

Algorithmus

Algorithmus:

Eine aus endlich vielen Schritten bestehende, ausführbare Handlungsvorschrift zur eindeutigen Umwandlung von Eingabe- in Ausgabedaten

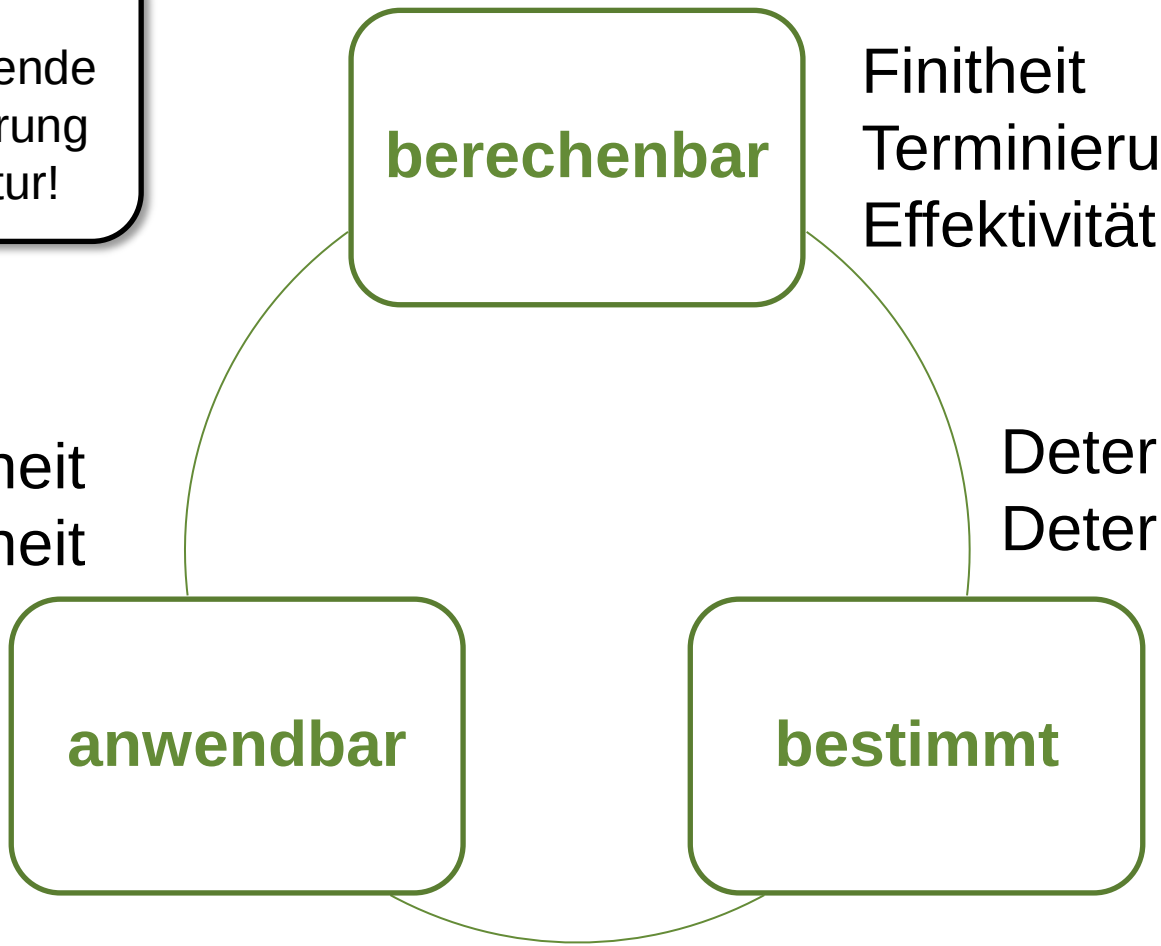
nach Cormen et al., Introduction to Algorithms

Namensgeber: Ibn Musa Al-Chwarismis (ca. 825):
Buch: Regeln der Wiedereinsetzung und Reduktion,
ins Lateinische als „Al-Chwarismis Buch“ übersetzt

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
Cryptoplexity
Cryptography & Complexity Theory
Technische Universität Darmstadt
www.cryptoplexity.de

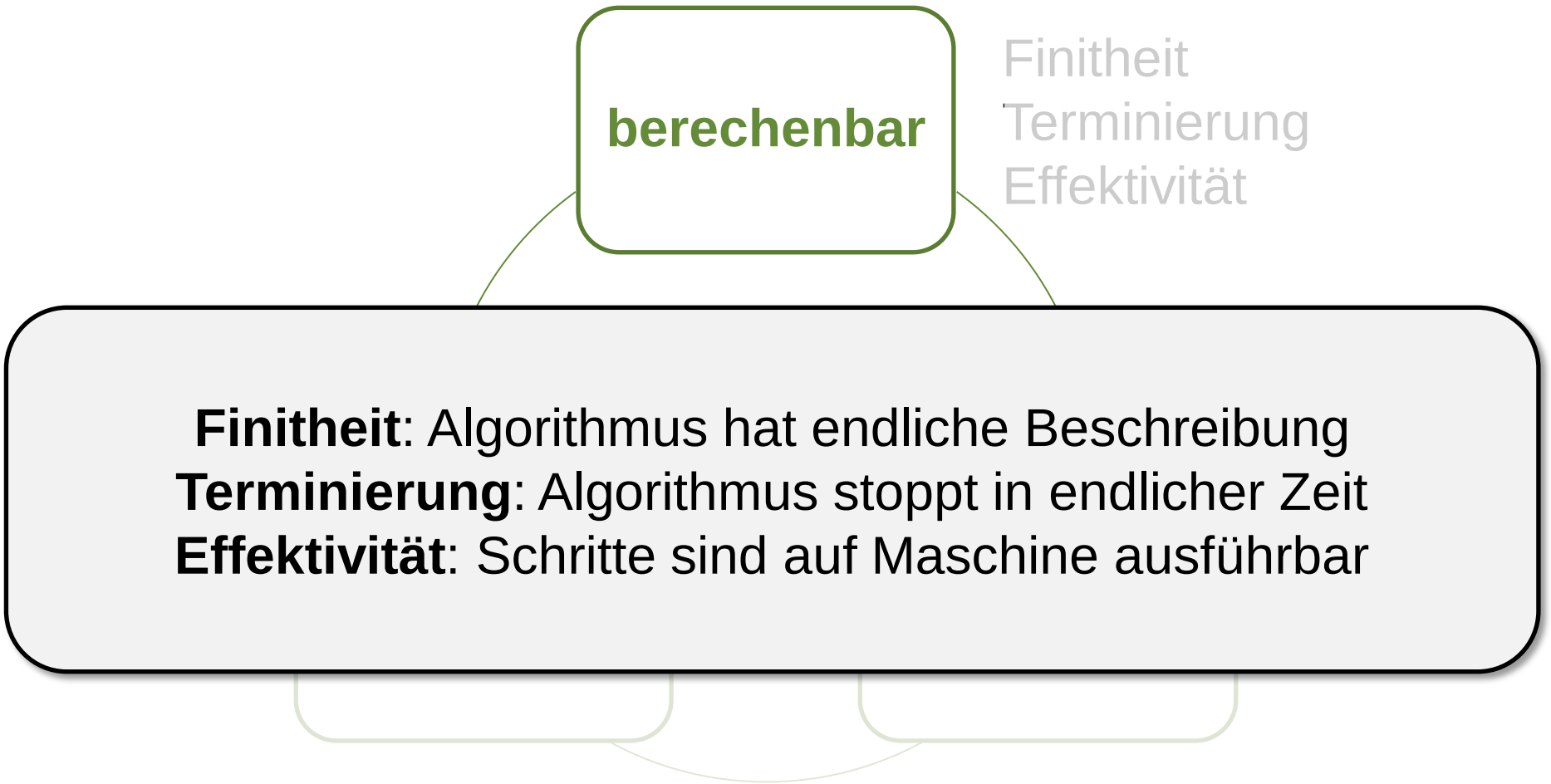
Allgemeine Charakteristika Algorithmen (I)

keine übereinstimmende Charakterisierung in der Literatur!



TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
Cryptoplexity
Cryptography & Complexity Theory
Technische Universität Darmstadt
www.cryptoplexity.de

Allgemeine Charakteristika Algorithmen (II)



Finitheit: Algorithmus hat endliche Beschreibung
Terminierung: Algorithmus stoppt in endlicher Zeit
Effektivität: Schritte sind auf Maschine ausführbar

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
Cryptoplexity
Cryptography & Complexity Theory
Technische Universität Darmstadt
www.cryptoplexity.de

Allgemeine Charakteristika Algorithmen (III)

Determiniertheit:
Algorithmus liefert bei gleicher Eingabe gleiche Ausgabe

Determinismus:
Algorithmus durchläuft für gleiche Eingabe immer die gleichen Schritte/Zustände

itheit
minierung
ktivität

Determiniertheit
Determinismus

anwendbar

bestimmt

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
Cryptoplexity
Cryptography & Complexity Theory
Technische Universität Darmstadt
www.cryptoplexity.de

Allgemeine Charakteristika Algorithmen (IV)

Allgemeinheit
Korrektheit

Allgemeinheit:
Algorithmus für
ganze Problemklasse anwendbar

Korrektheit:
Falls Algorithmus terminiert, ist die
Ausgabe richtig

anwendbar

bestimmt

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
Cryptoplexity
Cryptography & Complexity Theory
Technische Universität Darmstadt
www.cryptoplexity.de

Beispiel: Euklidischer Algorithmus (I)

```
gcd(a,b) // a,b≥0 integers

1   IF b==0 THEN
2     return a
3   ELSE  //a mod b Divisionsrest
4     return gcd(b,a mod b)
```

Finitheit: Algorithmus hat endliche Beschreibung ✓

Terminierung: Algorithmus stoppt in endlicher Zeit

Effektivität: Schritte sind auf Maschine ausführbar ✓

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
Cryptoplexity
Cryptography & Complexity Theory
Technische Universität Darmstadt
www.cryptoplexity.de

Beispiel: Euklidischer Algorithmus (II)

```
gcd(a,b) // a,b≥0 integers

1   IF b==0 THEN
2     return a
3   ELSE  //a mod b Divisionsrest
4     return gcd(b,a mod b)
```

Terminierung: Algorithmus stoppt in endlicher Zeit ✓

Divisionsrest ist stets zwischen 0 und b–1, so dass
zweites Argument in jeder Iteration um mindestens 1 kleiner wird
und schließlich Basisfall b=0 erreicht wird

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
Cryptoplexity
Cryptography & Complexity Theory
Technische Universität Darmstadt
www.cryptoplexity.de

Beispiel: Euklidischer Algorithmus (III)

```
gcd(a,b) // a,b≥0 integers

1   IF b==0 THEN
2     return a
3   ELSE  //a mod b Divisionsrest
4     return gcd(b,a mod b)
```

Determiniertheit: gleiche Eingabe, gleiche Ausgabe ✓
Determinismus: gleiche Eingabe, gleiche Schritte ✓

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
Cryptoplexity
Cryptography & Complexity Theory
Technische Universität Darmstadt
www.cryptoplexity.de

Beispiel: Euklidischer Algorithmus (IV)

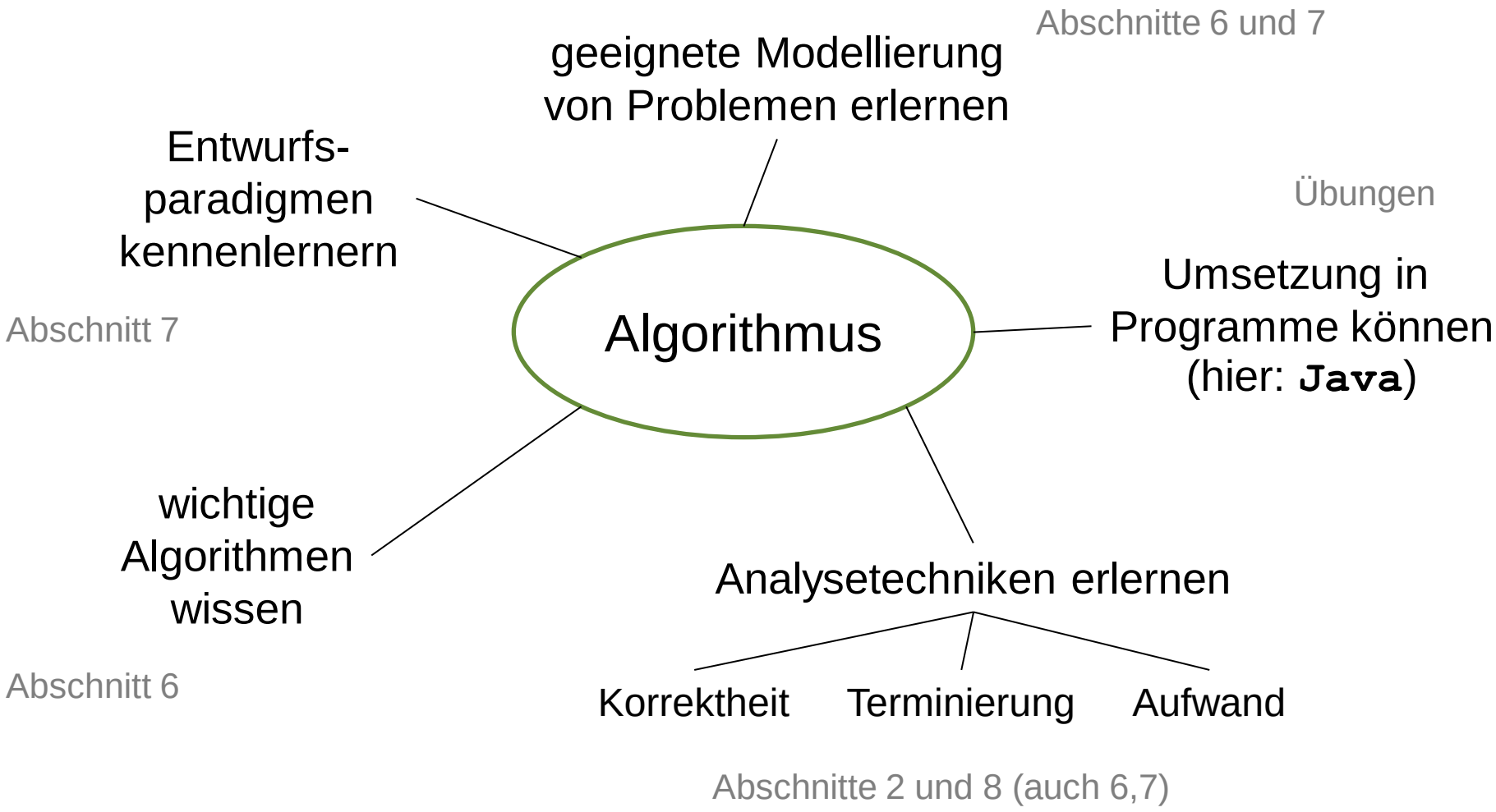
```
gcd(a,b) // a,b≥0 integers

1   IF b==0 THEN
2     return a
3   ELSE  //a mod b Divisionsrest
4     return gcd(b,a mod b)
```

Allgemeinheit: für Problemklasse anwendbar ✓
Korrektheit: falls terminiert, Ausgabe richtig ✓

Folgt aus $\gcd(a,b) = \gcd(b, a \bmod b)$ (ohne Beweis)
sowie $\gcd(a,0) = a$

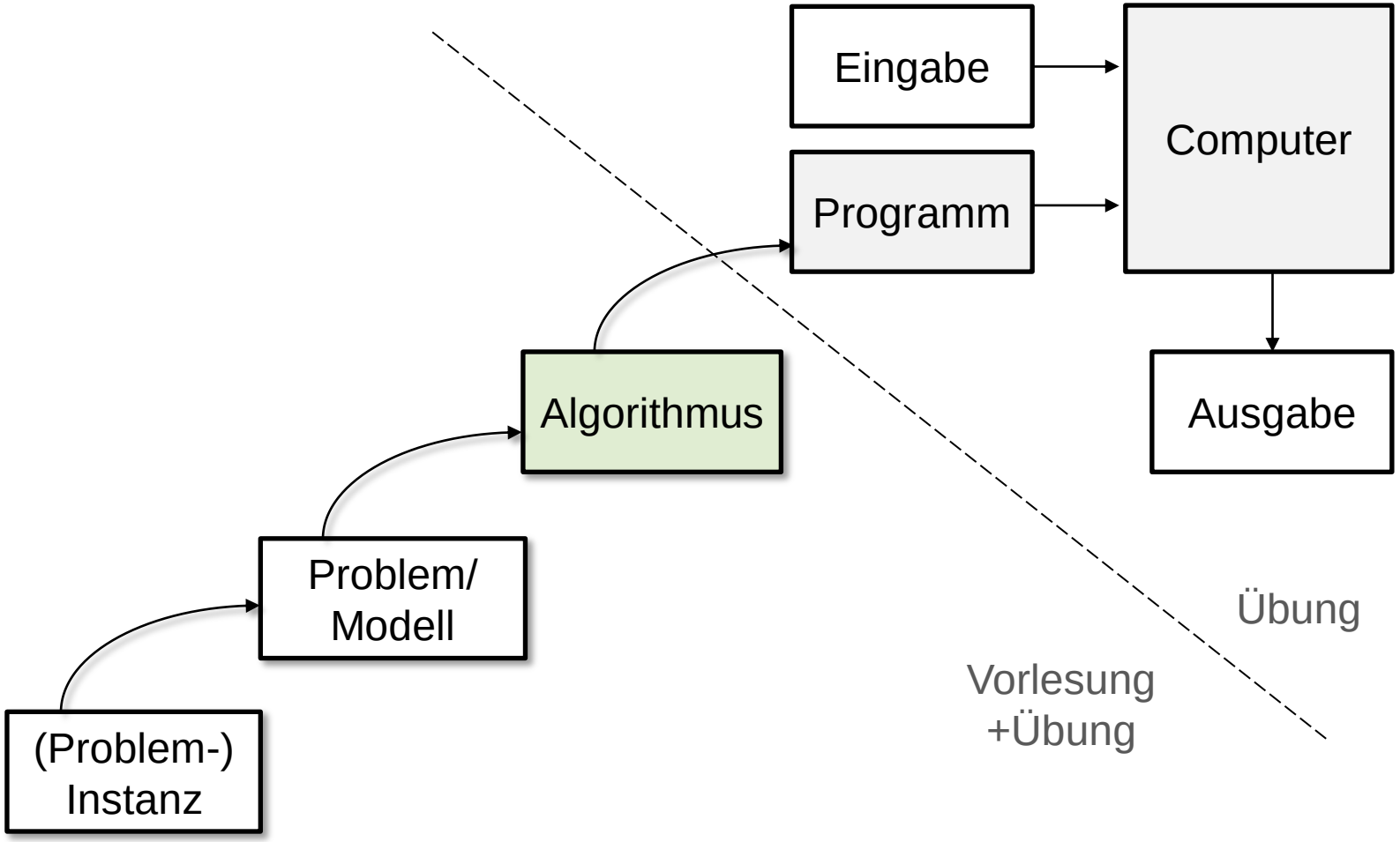
TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
Cryptoplexity
Cryptography & Complexity Theory
Technische Universität Darmstadt
www.cryptoplexity.de

Lernziele Algorithmen



TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
Cryptoplexity
Cryptography & Complexity Theory
Technische Universität Darmstadt
www.cryptoplexity.de

Vorlesung und Übung (I)



TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
Cryptoplexity
Cryptography & Complexity Theory
Technische Universität Darmstadt
www.cryptoplexity.de

Vorlesung und Übung (II)

Code generiert mittels ChatGPT auf die Frage
„Wie könnte bfs in java aussehen“, 21.März 2023

lauffähiger Java-Code

```
…
1  public void bfs(int s) {
2     boolean[] visited
                 = new boolean[V];
3     LinkedList<Integer> queue
        = new LinkedList<>();
4
5     visited[s] = true;
6     queue.add(s);
…
```

Pseudocode: einfacher Zugang

```
BFS(G,s)

1   s.color=GRAY; …
2   newQueue(Q);
3   enqueue(Q,s);
…
```

Übung

Vorlesung +Übung

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
Cryptoplexity Cryptography & Complexity Theory Technische Universität Darmstadt www.cryptoplexity.de

Wie verhalten sich
Determiniertheit (gleiche Eingabe, gleiche Ausgabe) und
Determinismus (gleiche Eingabe, gleiche Schritte/Zustände)
zueinander?

Was halten Sie von folgender Idee, die mod-Funktion
(z.B. für den Euklidischen Algorithmus) umzusetzen?

```
MOD(a,b) //a,b≥0 integers
1   WHILE a>=b DO
2      a=a-b
3   END WHILE
4   return a
```


TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
Cryptoplexity
Cryptography & Complexity Theory
Technische Universität Darmstadt
www.cryptoplexity.de

Datenstrukturen

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
Cryptoplexity
Cryptography & Complexity Theory
Technische Universität Darmstadt
www.cryptoplexity.de

Datenstrukturen

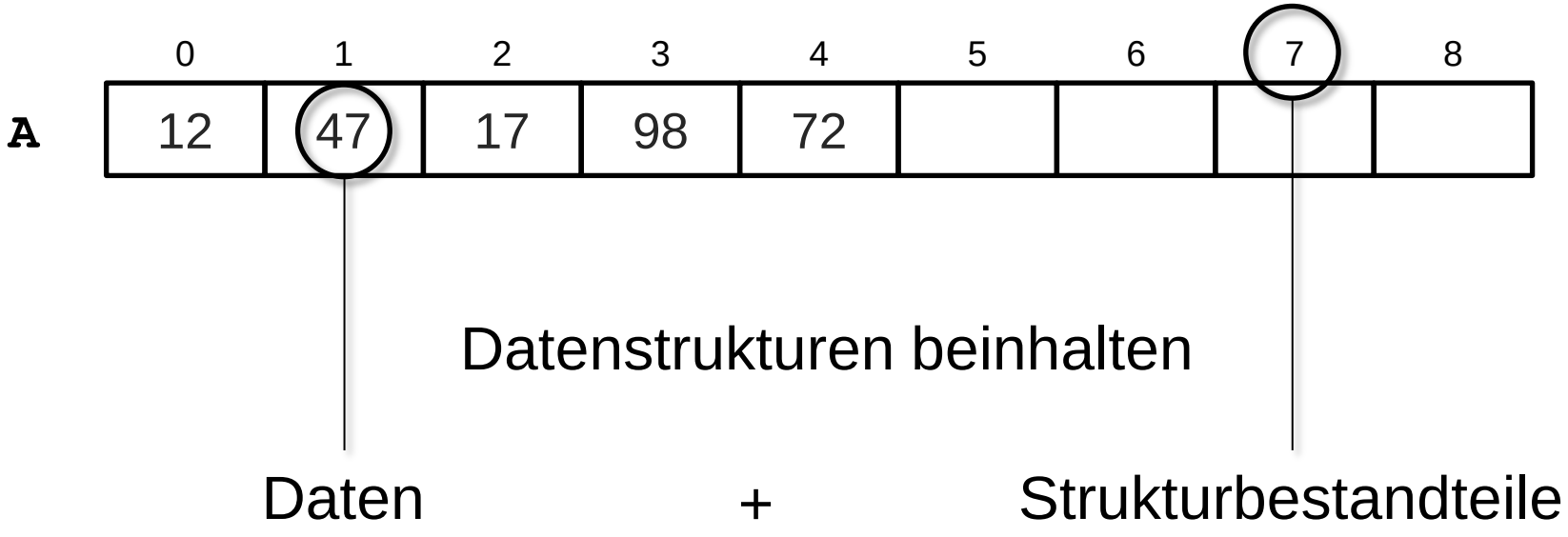
Datenstrukturen:

Eine Datenstruktur ist eine Methode,
Daten für den Zugriff und die Modifikation zu organisieren

nach Cormen et al., Introduction to Algorithms

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
Cryptoplexity
Cryptography & Complexity Theory
Technische Universität Darmstadt
www.cryptoplexity.de

Beispiel: Array



z.B. **`A[7]`** ist achter Eintrag im Speicher

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
Cryptoplexity
Cryptography & Complexity Theory
Technische Universität Darmstadt
www.cryptoplexity.de

Abstrakte Datentypen (ADTs) und Datenstrukturen

näher an der Anwendung

Abstrakter Datentyp („was“)

Beispiel:

Stack mit Operationen
`isEmpty,pop,push`

Übergang fließend; ADTs werden daher oft auch als Datenstruktur bezeichnet

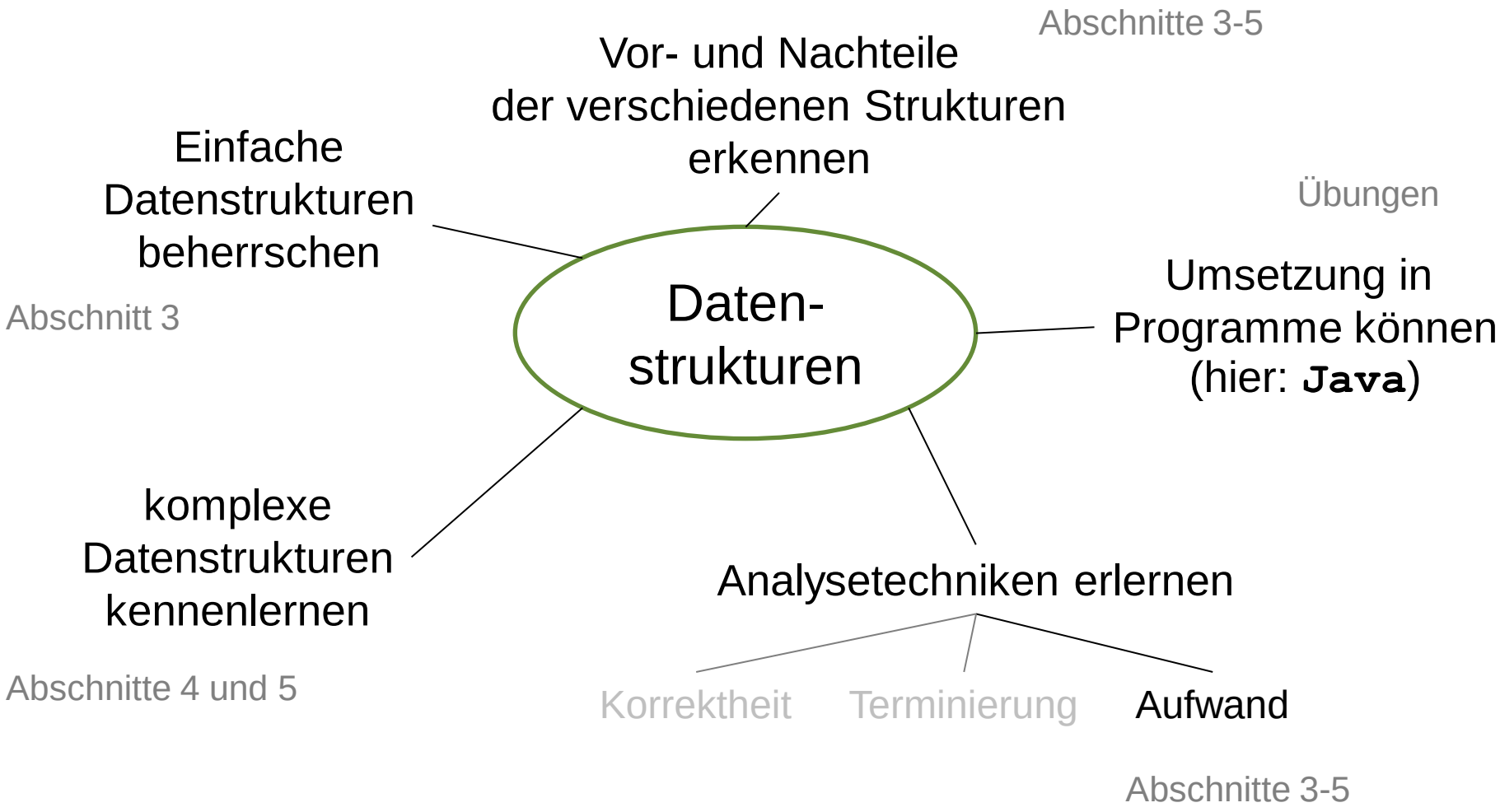
Datenstruktur („wie“)

Stack-Operationen
als Array
oder verkettete Liste

näher „an der Maschine“

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
Cryptoplexity
Cryptography & Complexity Theory
Technische Universität Darmstadt
www.cryptoplexity.de

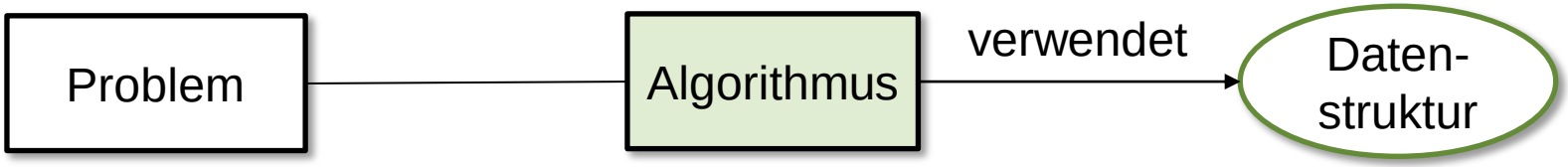
Lernziele Datenstrukturen



Algorithmen
und
Datenstrukturen

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
Cryptoplexity
Cryptography & Complexity Theory
Technische Universität Darmstadt
www.cryptoplexity.de

Datenstrukturen in Algorithmen



„Suche kürzesten Weg“

Abschnitt 6

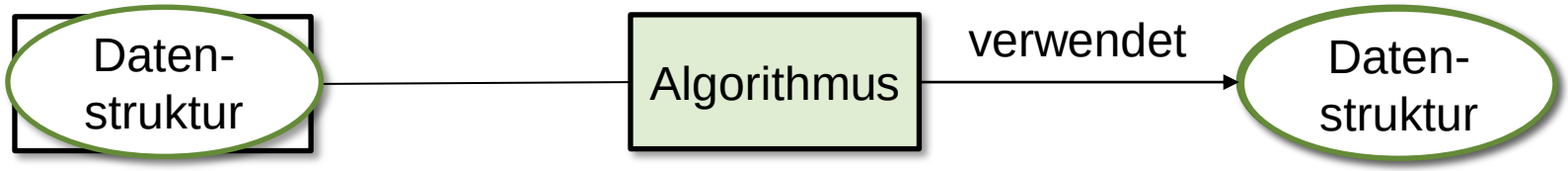
```
Dijkstra(…)

1   …
2   WHILE…
3     „gib mir den
    kleinsten Wert“
4   …
```

gesucht: Datenstruktur, mit der man leicht kleinste Einträge finden kann

wirkt sich auf Effizienz des Algorithmus aus

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
Cryptoplexity
Cryptography & Complexity Theory
Technische Universität Darmstadt
www.cryptoplexity.de

Algorithmen für Datenstrukturen



„Konstruiere eine Datenstruktur, mit der man schnell kleinste Werte finden kann“

komplexere Datenstruktur (z.B. Heap)

Abschnitt 4 (auch 3 und 5)

einfache Datenstruktur (z.B. Array)

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
Cryptoplexity
Cryptography & Complexity Theory
Technische Universität Darmstadt
www.cryptoplexity.de