ENGINEERING A COMPILER

9.3.4 – 9.3.6

山本 航平

簡単な復習

SSA (Static Single-Assignment) 形式のルール：

1. 手続き内の各計算は一意の名前を定義する
2. 手続き内の各使用は単一の名前を参照する

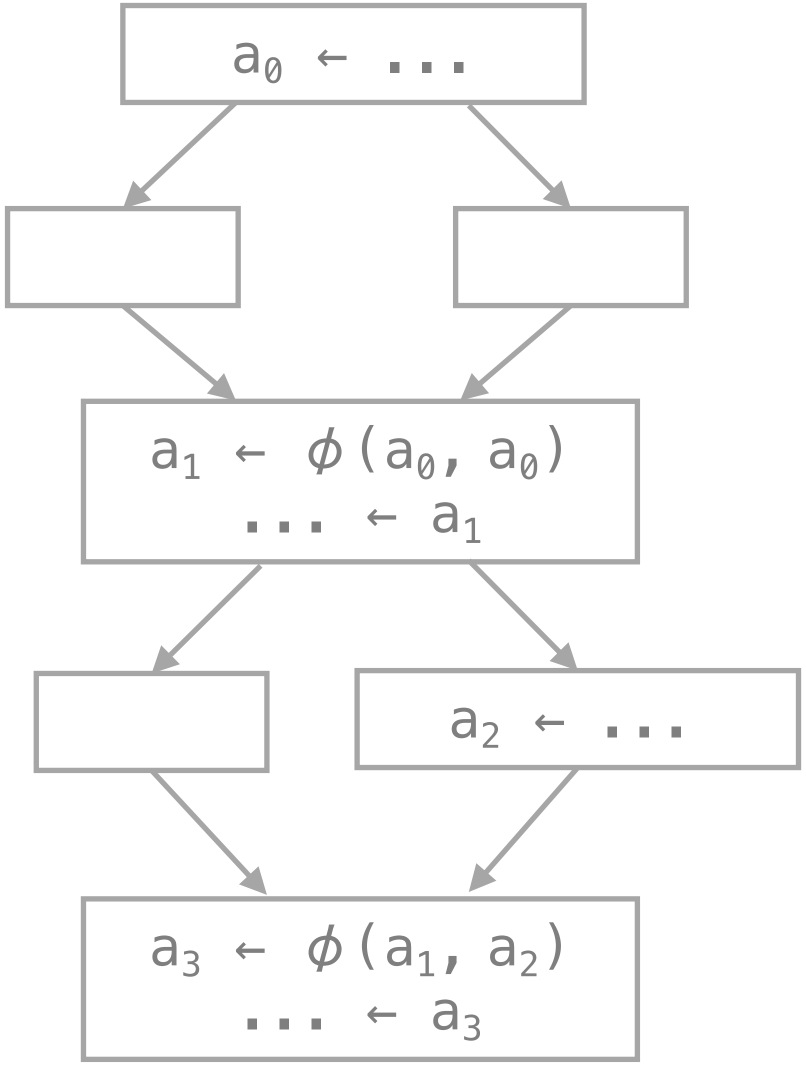
同じ変数には静的に一度しか代入されない

簡単な復習

9.3.1 : A Naive for Building SSA Form

・CFG の合流点すべてに ϕ 関数を挿入する

→ 無駄な ϕ 関数が多く挿入されるため
必要な箇所だけ挿入したい

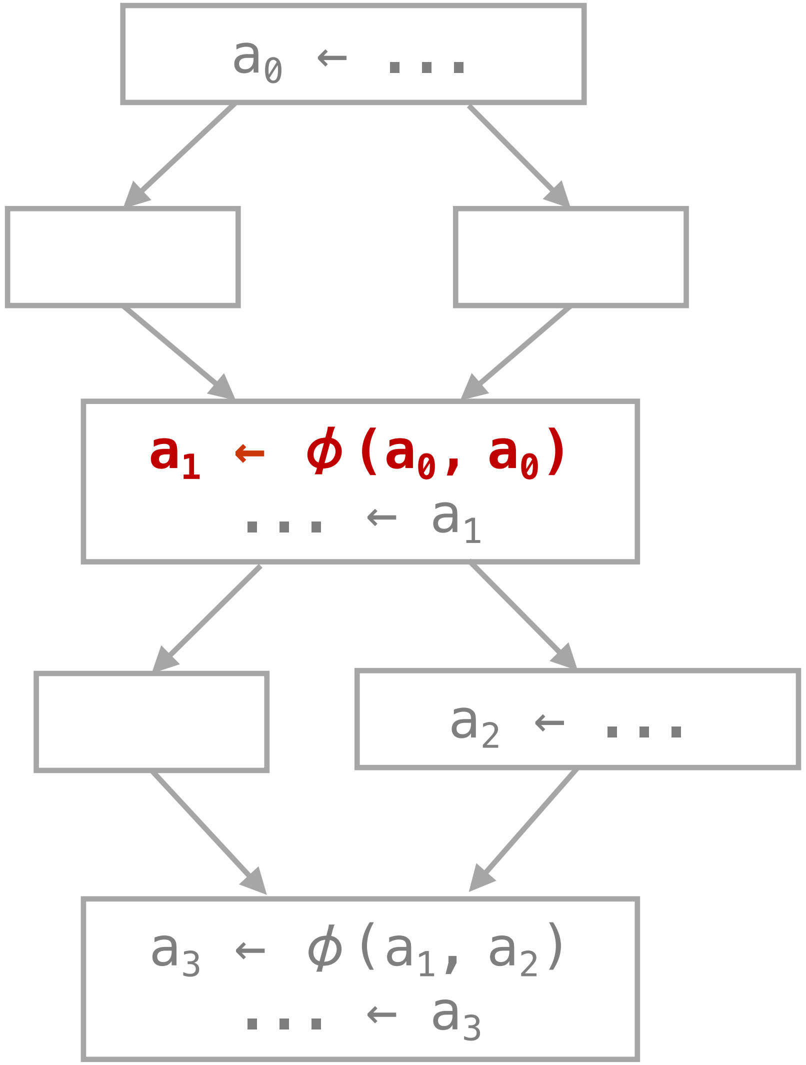


簡単な復習

9.3.1 : A Naive for Building SSA Form

・CFG の合流点すべてに ϕ 関数を挿入する

→ 無駄な ϕ 関数が多く挿入されるため
必要な箇所だけ挿入したい

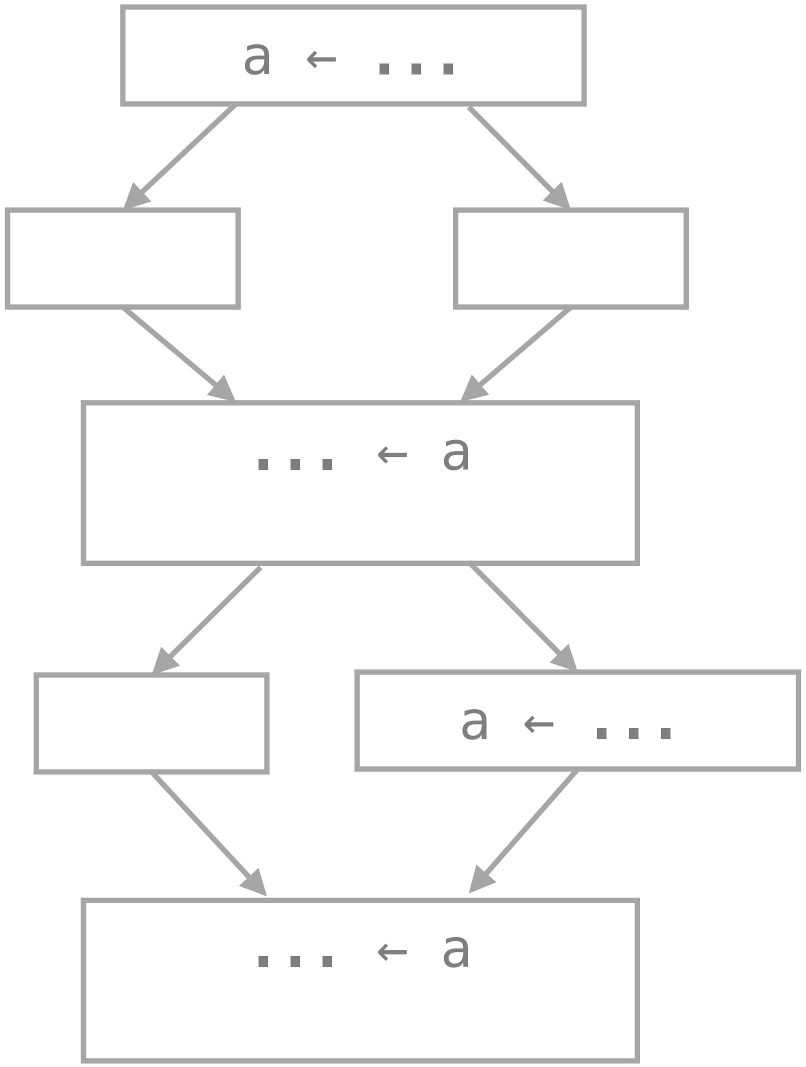


簡単な復習

支配関係を考慮した SSA を構築する

9.3.2 : Dominance Frontiers

- CFG の支配関係から，ϕ 関数が必要な基本ブロックを特定する



簡単な復習

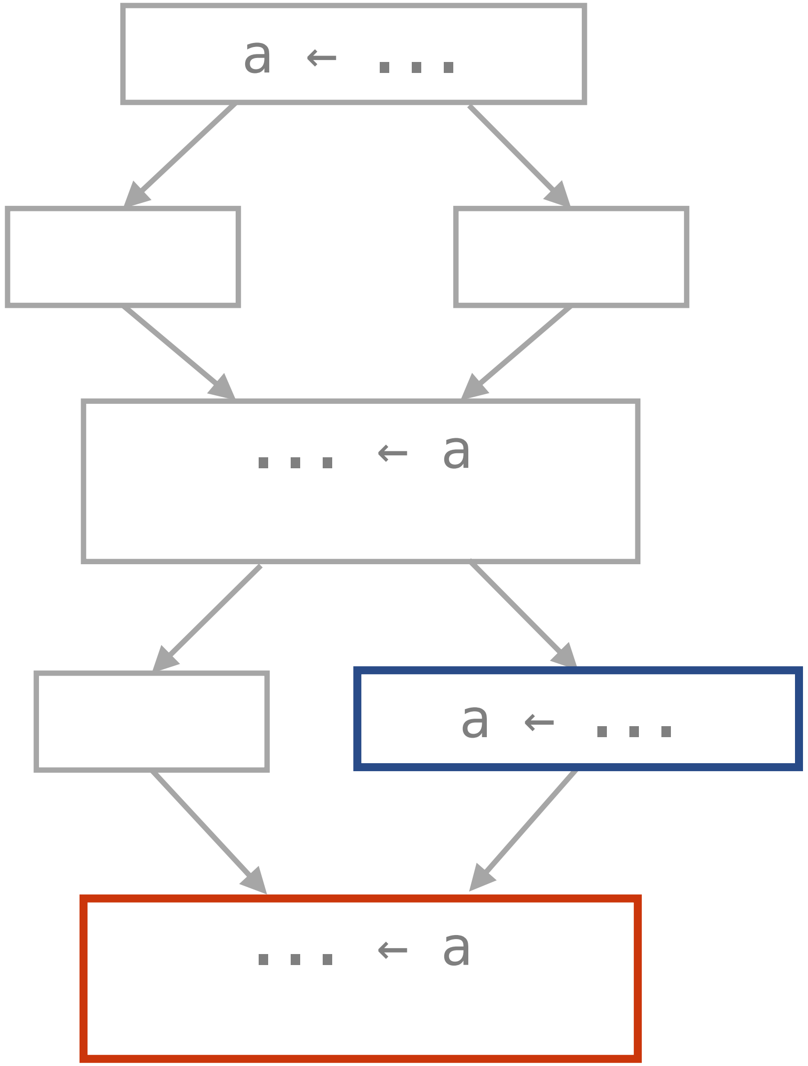
支配関係を考慮した SSA を構築する

9.3.2 : Dominance Frontiers

- CFG の支配関係から，ϕ 関数が必要な基本ブロックを特定する

例： で定義された変数は

でφ関数が必要



簡単な復習

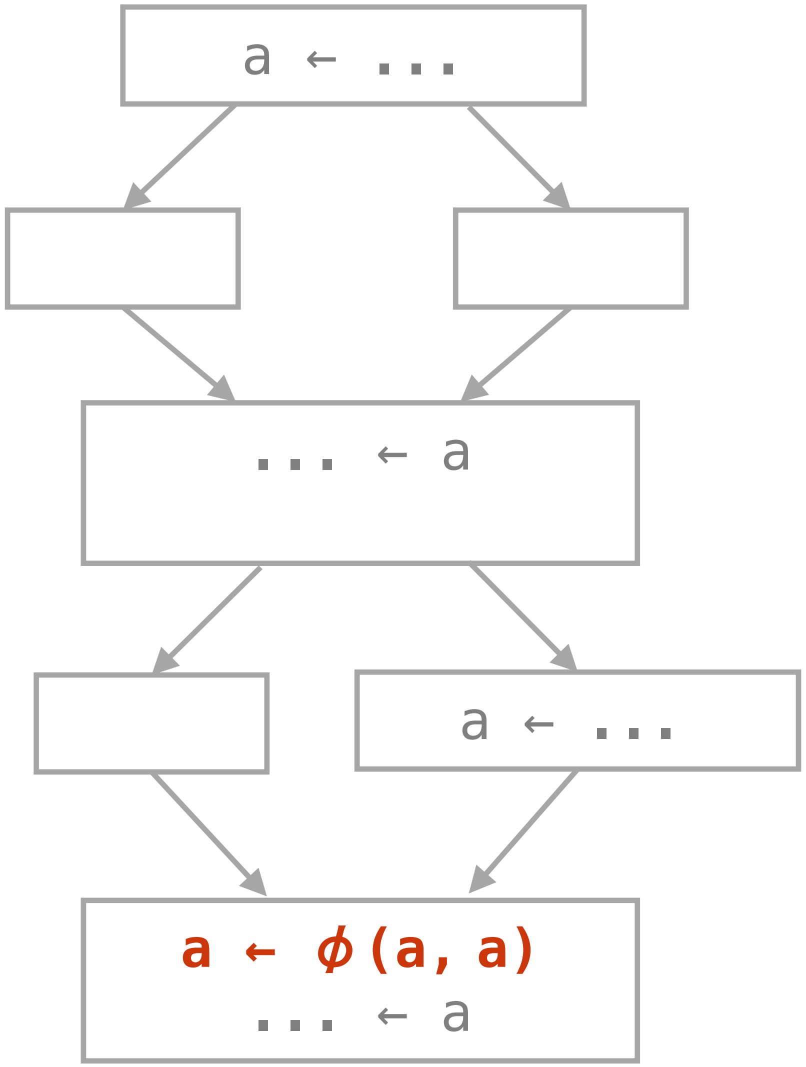
支配関係を考慮した SSA を構築する

9.3.2 : Dominance Frontiers

・CFG の支配関係から, ϕ 関数が必要な基本ブロックを特定する

9.3.3 : Placing ϕ-Functions

・DF集合に基づいて ϕ 関数を挿入

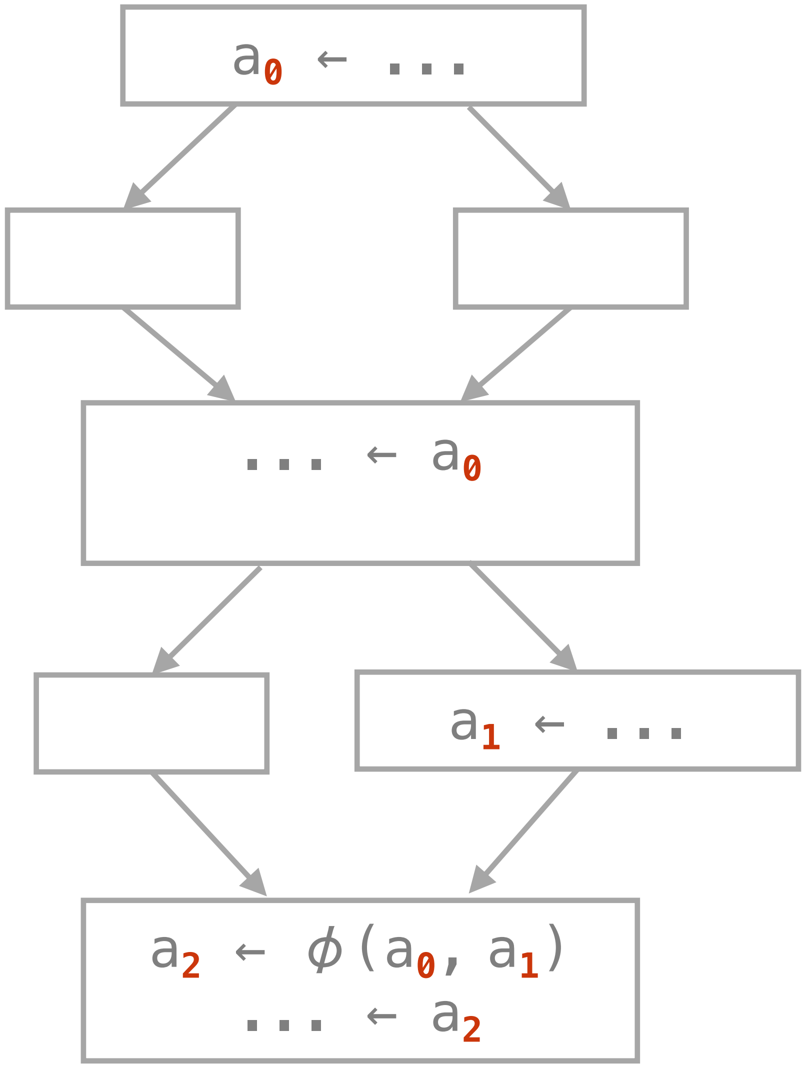


今回やること

支配関係を考慮した SSA を構築する

9.3.4 : Renaming

・変数名の変更



今回やること

支配関係を考慮した SSA を構築する

9.3.4 : Renaming

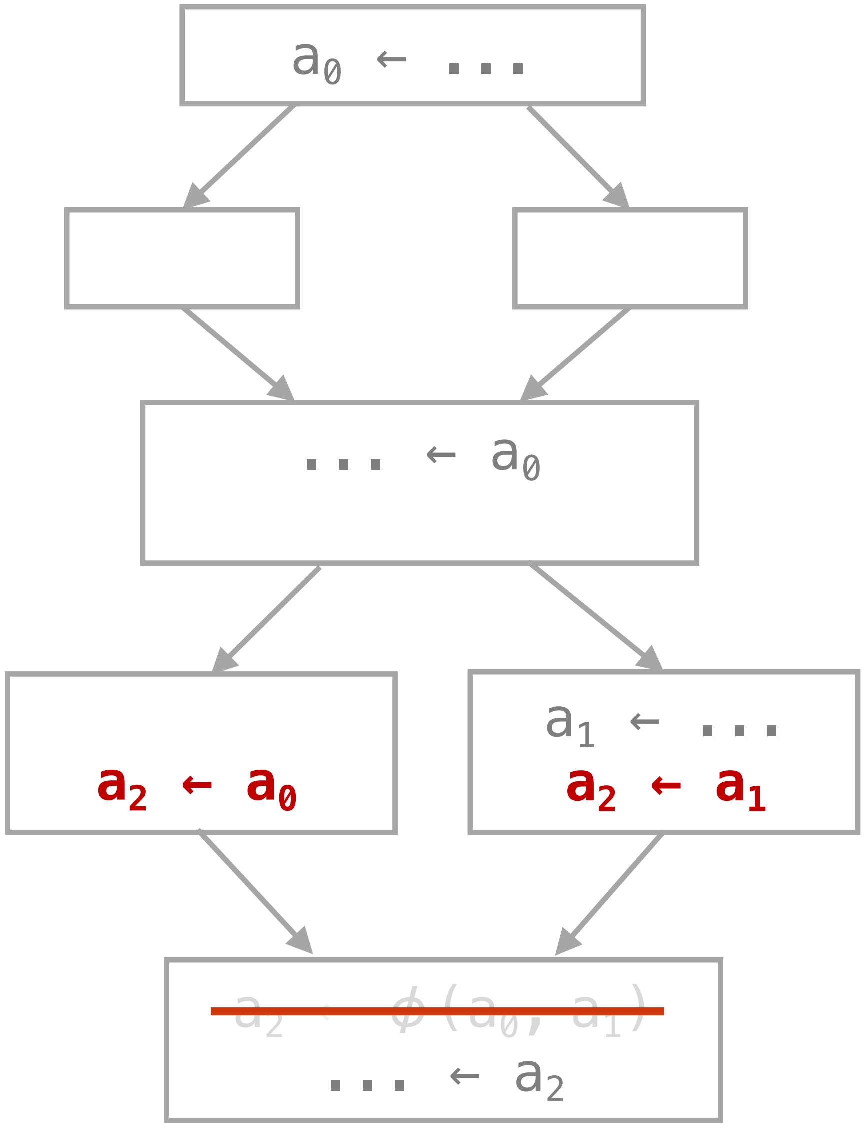
・変数名の変更

9.3.5 : Translation out of SSA Form

・SSA を通常の形式に変換

・ϕ関数のない形にコードを変換

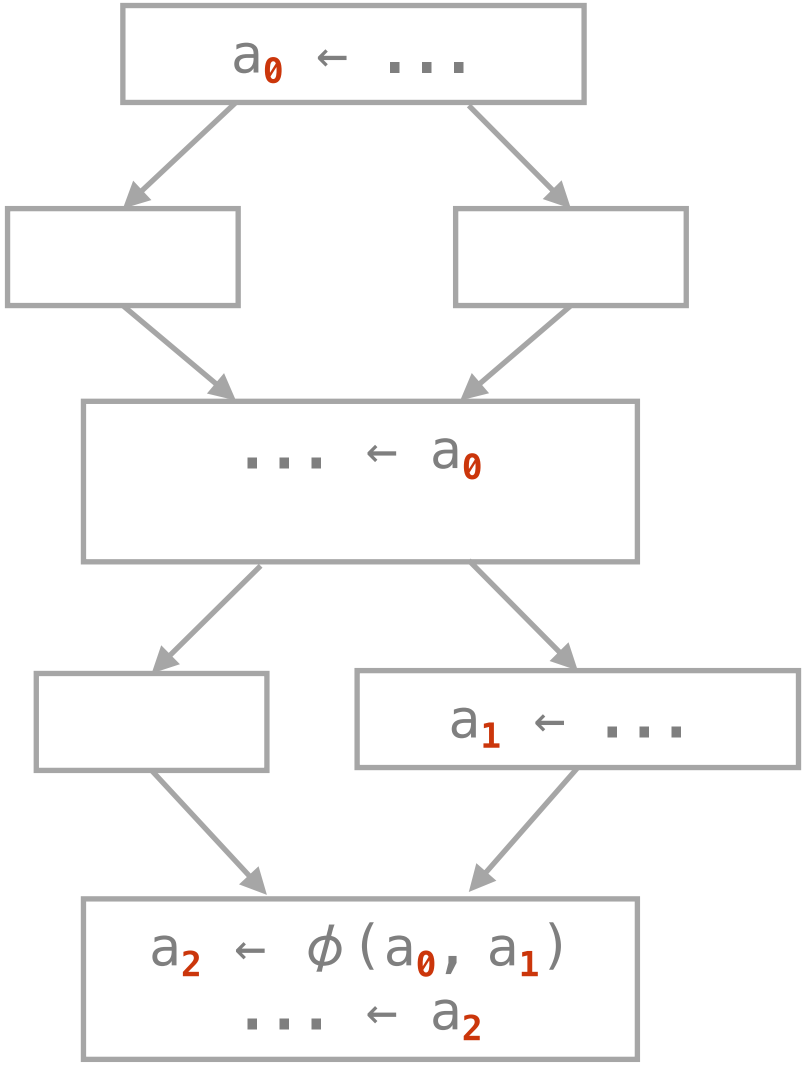
(コンピュータはϕ関数をそのまま実行できない)



9.3.4 Renaming

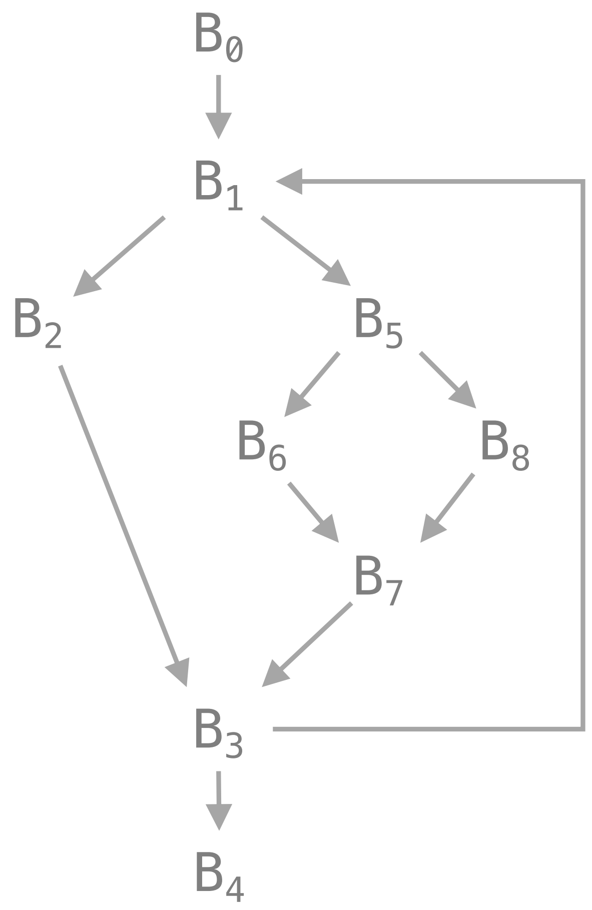
- 変数名の変更

- 元々の変数名をベース名として
  0 → 1 → … と添え字をつける

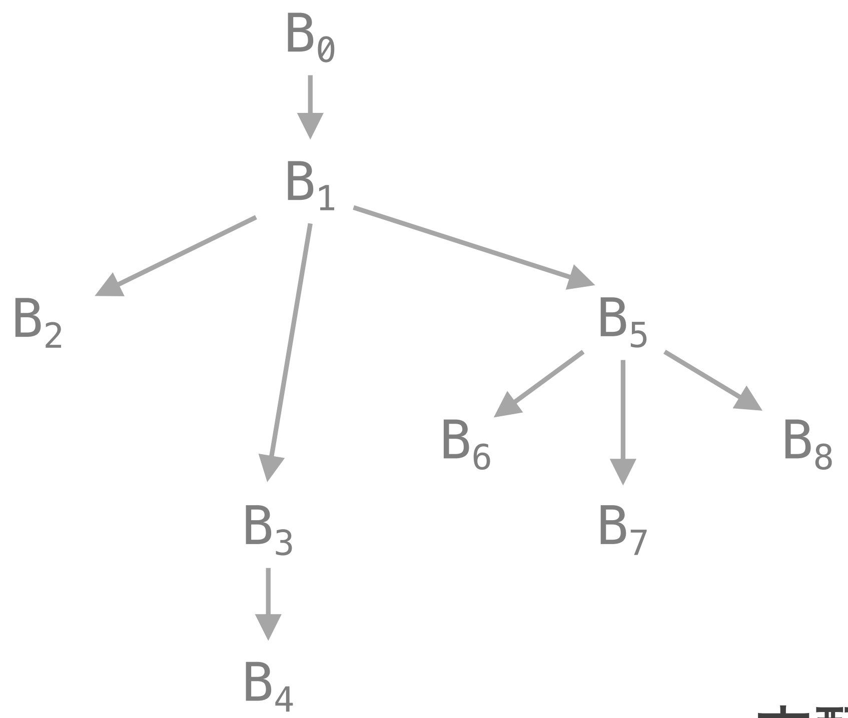


Renaming アルゴリズム

- 支配木を preorder で走査



CFG



支配木

Renaming アルゴリズム

- 支配木を preorder で走査
- 各ベース名ごとにスタックとカウンタを使用

<u>スタック</u>

- top が現在使用可能な添え字を表す
- 新しく定義されたら添え字を push
- BB を探索し終えたら
BB 内で定義された添え字を pop

<u>カウンタ</u>

- 定義された時にカウンタの値を添え字に
- 値は単調増加

Renaming アルゴリズム

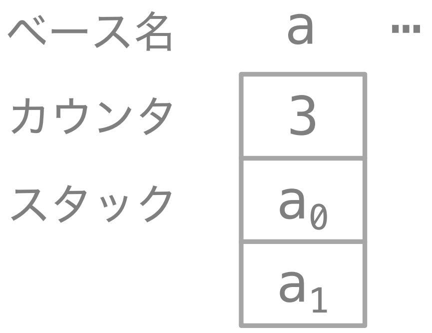
- 支配木を preorder で走査
- 各ベース名ごとにスタックとカウンタを使用

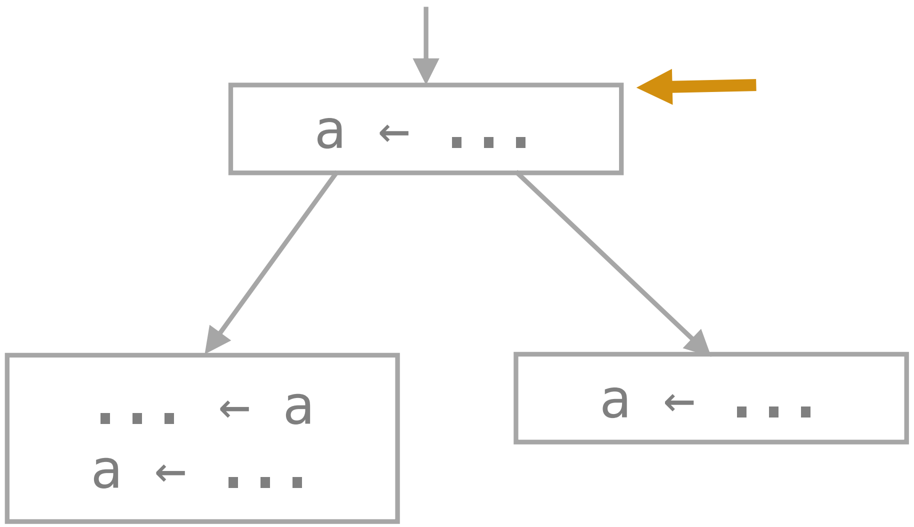
<u>スタック</u>

- top が現在使用可能な添え字を表す
- 新しく定義されたら添え字を push
- BB を探索し終えたら
  BB 内で定義された添え字を pop

<u>カウンタ</u>

- 定義された時にカウンタの値を添え字に
- 値は単調増加





CFG

Renaming アルゴリズム

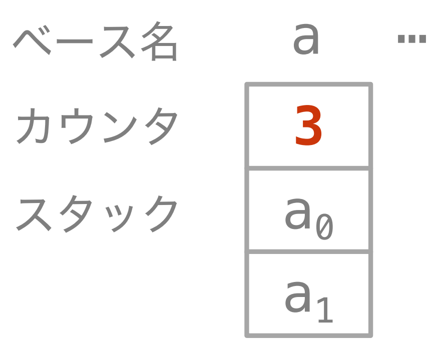
- 支配木を preorder で走査
- 各ベース名ごとにスタックとカウンタを使用

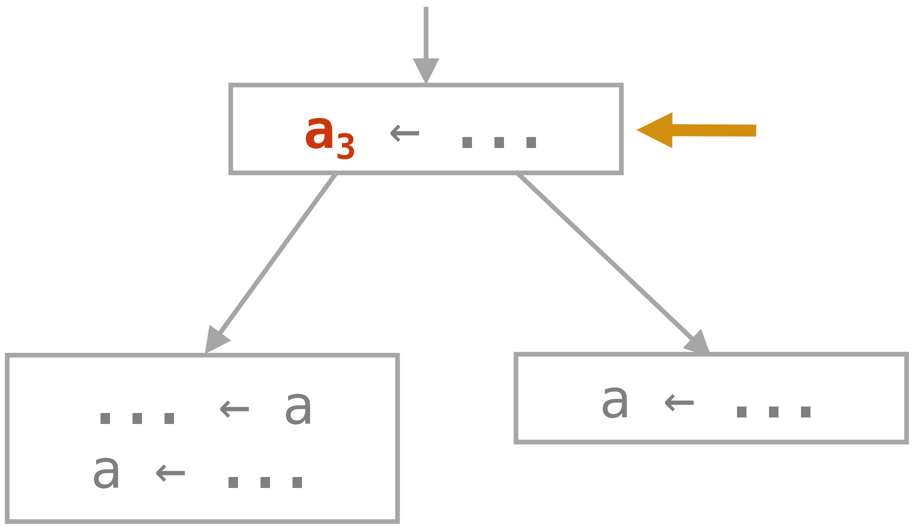
<u>スタック</u>

- top が現在使用可能な添え字を表す
- 新しく定義されたら添え字を push
- BB を探索し終えたら
  BB 内で定義された添え字を pop

<u>カウンタ</u>

- 定義された時にカウンタの値を添え字に
- 値は単調増加





CFG

Renaming アルゴリズム

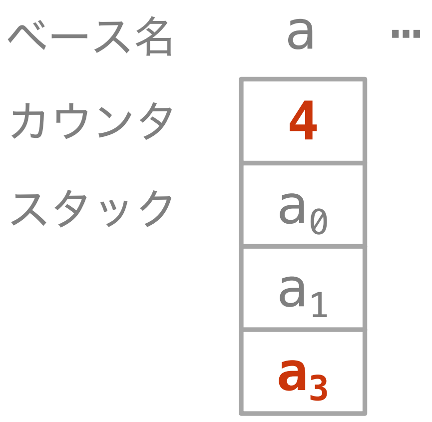
- 支配木を preorder で走査
- 各ベース名ごとにスタックとカウンタを使用

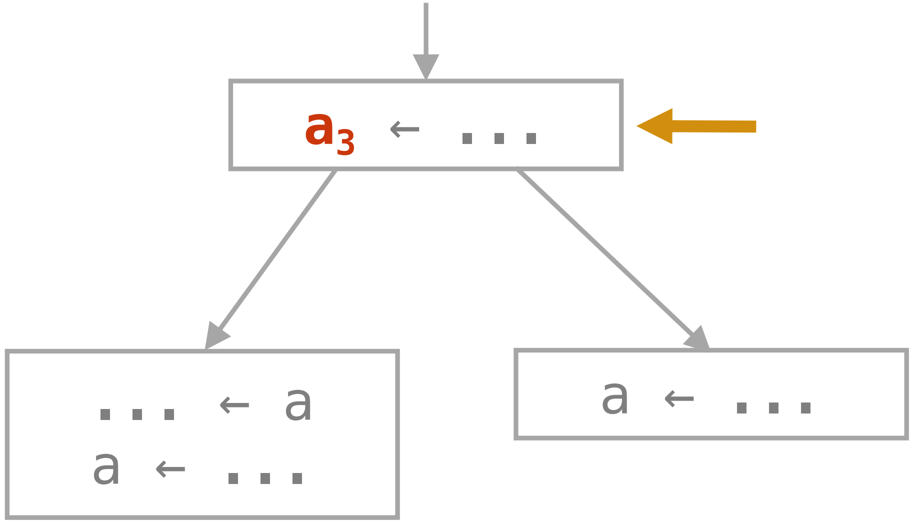
<u>スタック</u>

- top が現在使用可能な添え字を表す
- 新しく定義されたら添え字を push
- BB を探索し終えたら
  BB 内で定義された添え字を pop

<u>カウンタ</u>

- 定義された時にカウンタの値を添え字に
- 値は単調増加





CFG

Renaming アルゴリズム

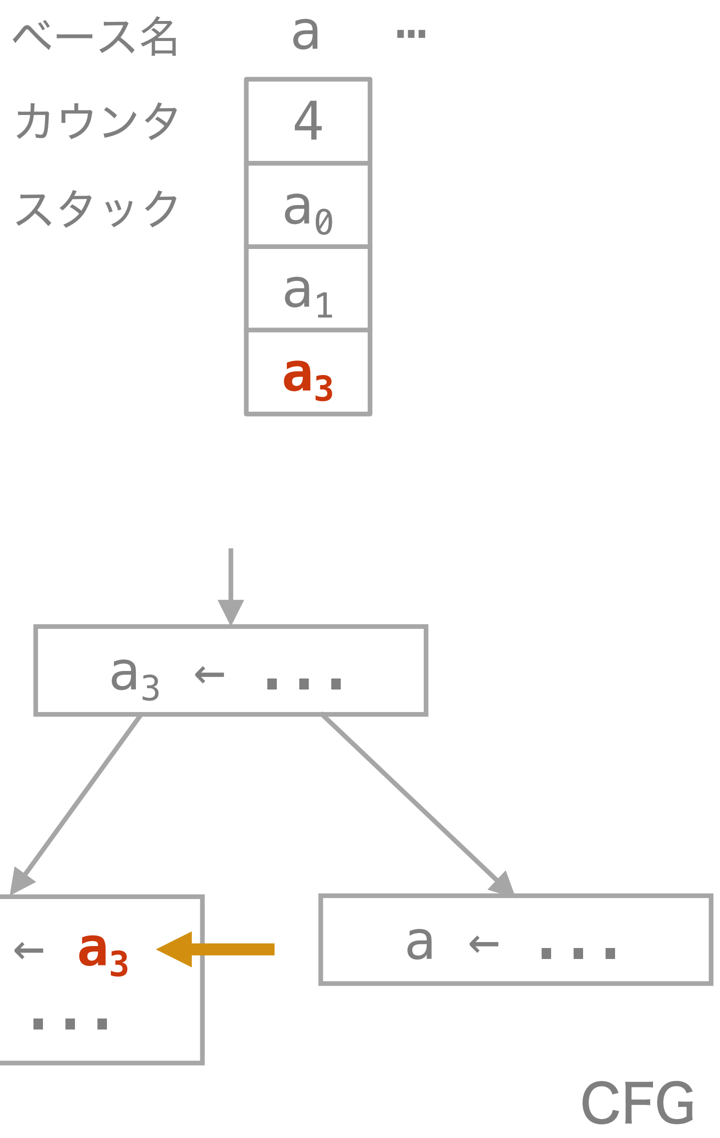
- 支配木を preorder で走査
- 各ベース名ごとにスタックとカウンタを使用

<u>スタック</u>

- top が現在使用可能な添え字を表す
- 新しく定義されたら添え字を push
- BB を探索し終えたら
  BB 内で定義された添え字を pop

<u>カウンタ</u>

- 定義された時にカウンタの値を添え字に
- 値は単調増加



Renaming アルゴリズム

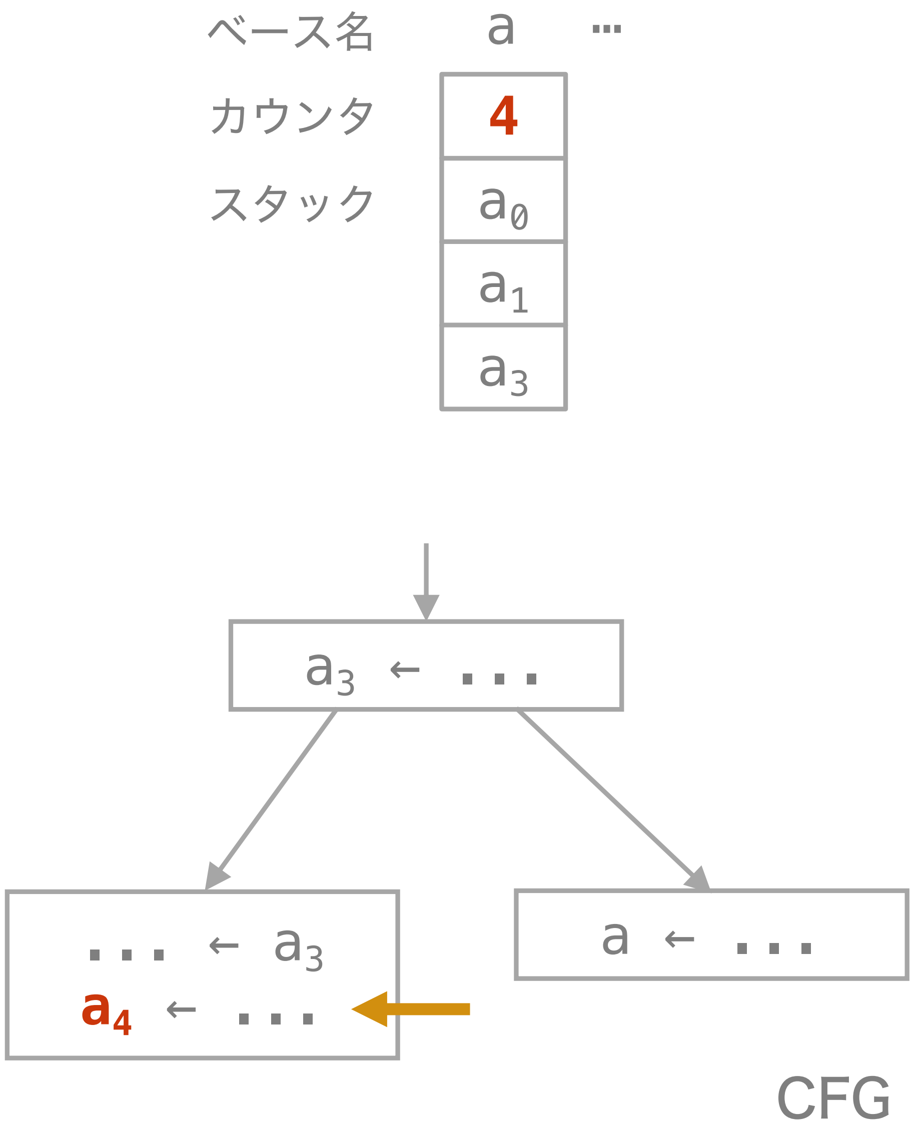
- 支配木を preorder で走査
- 各ベース名ごとにスタックとカウンタを使用

<u>スタック</u>

- top が現在使用可能な添え字を表す
- 新しく定義されたら添え字を push
- BB を探索し終えたら
  BB 内で定義された添え字を pop

<u>カウンタ</u>

- 定義された時にカウンタの値を添え字に
- 値は単調増加



Renaming アルゴリズム

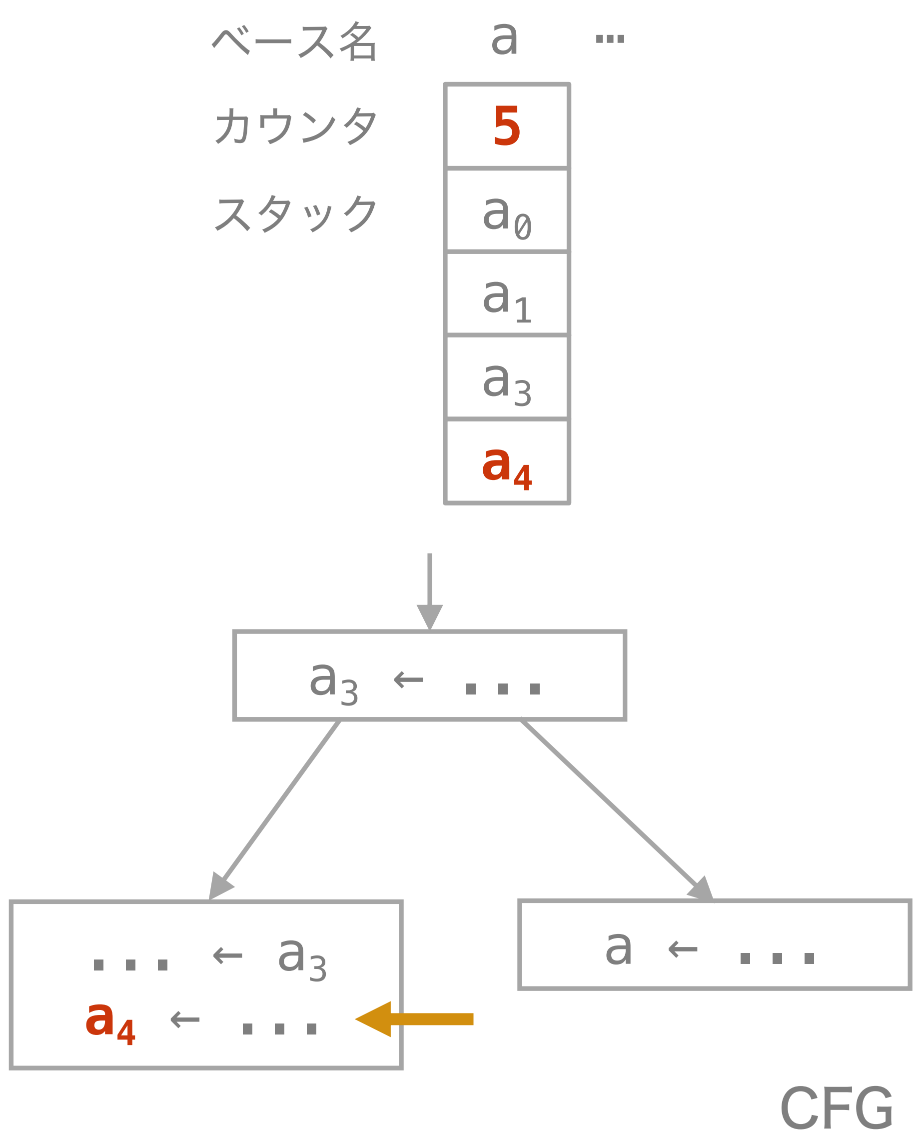
- 支配木を preorder で走査
- 各ベース名ごとにスタックとカウンタを使用

<u>スタック</u>

- top が現在使用可能な添え字を表す
- 新しく定義されたら添え字を push
- BB を探索し終えたら
  BB 内で定義された添え字を pop

<u>カウンタ</u>

- 定義された時にカウンタの値を添え字に
- 値は単調増加



Renaming アルゴリズム

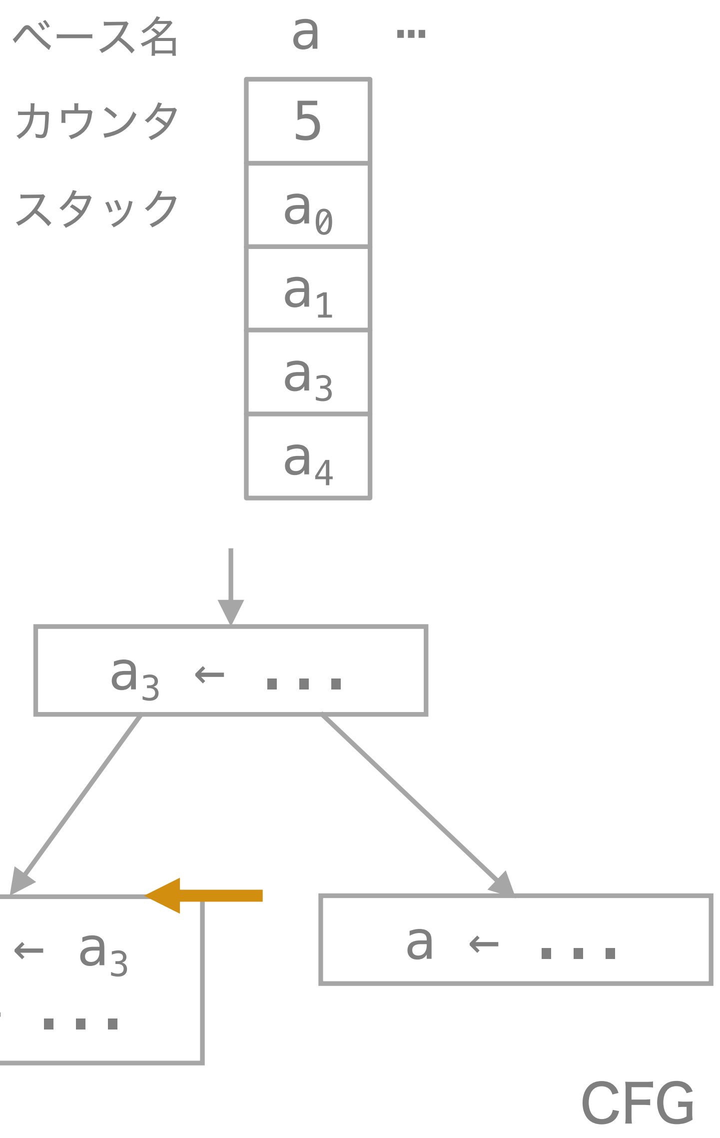
- 支配木を preorder で走査
- 各ベース名ごとにスタックとカウンタを使用

<u>スタック</u>

- top が現在使用可能な添え字を表す
- 新しく定義されたら添え字を push
- BB を探索し終えたら
  BB 内で定義された添え字を pop

<u>カウンタ</u>

- 定義された時にカウンタの値を添え字に
- 値は単調増加



Renaming アルゴリズム

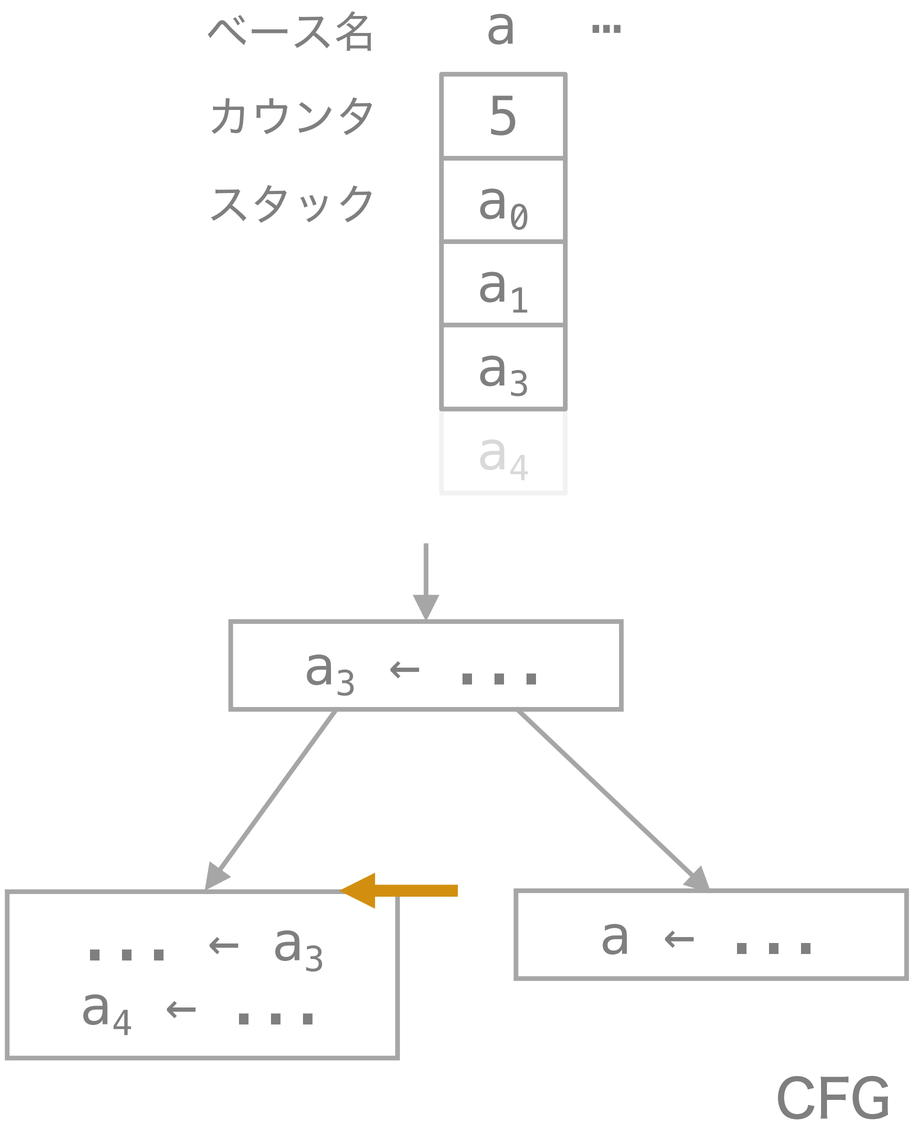
- 支配木を preorder で走査
- 各ベース名ごとにスタックとカウンタを使用

<u>スタック</u>

- top が現在使用可能な添え字を表す
- 新しく定義されたら添え字を push
- BB を探索し終えたら
  BB 内で定義された添え字を pop

<u>カウンタ</u>

- 定義された時にカウンタの値を添え字に
- 値は単調増加



Renaming アルゴリズム

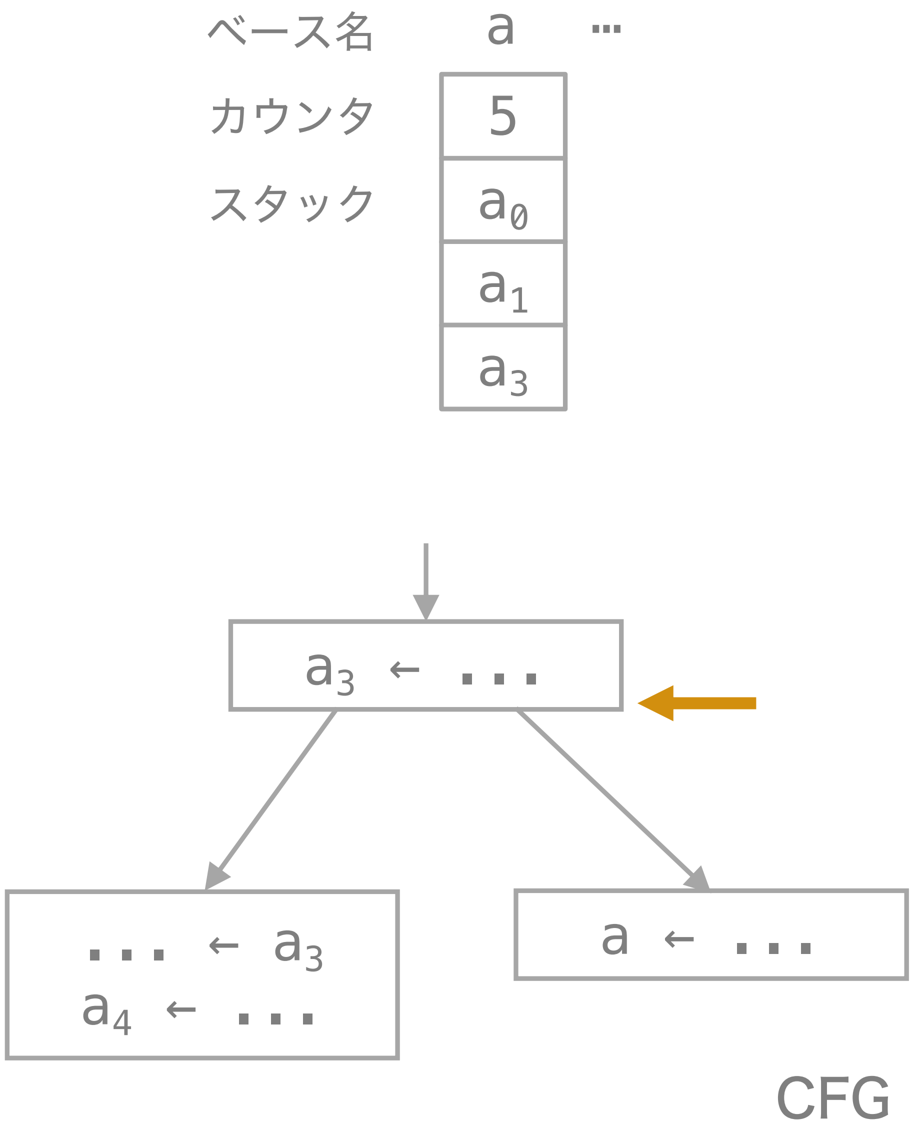
- 支配木を preorder で走査
- 各ベース名ごとにスタックとカウンタを使用

<u>スタック</u>

- top が現在使用可能な添え字を表す
- 新しく定義されたら添え字を push
- BB を探索し終えたら
  BB 内で定義された添え字を pop

<u>カウンタ</u>

- 定義された時にカウンタの値を添え字に
- 値は単調増加



Renaming アルゴリズム

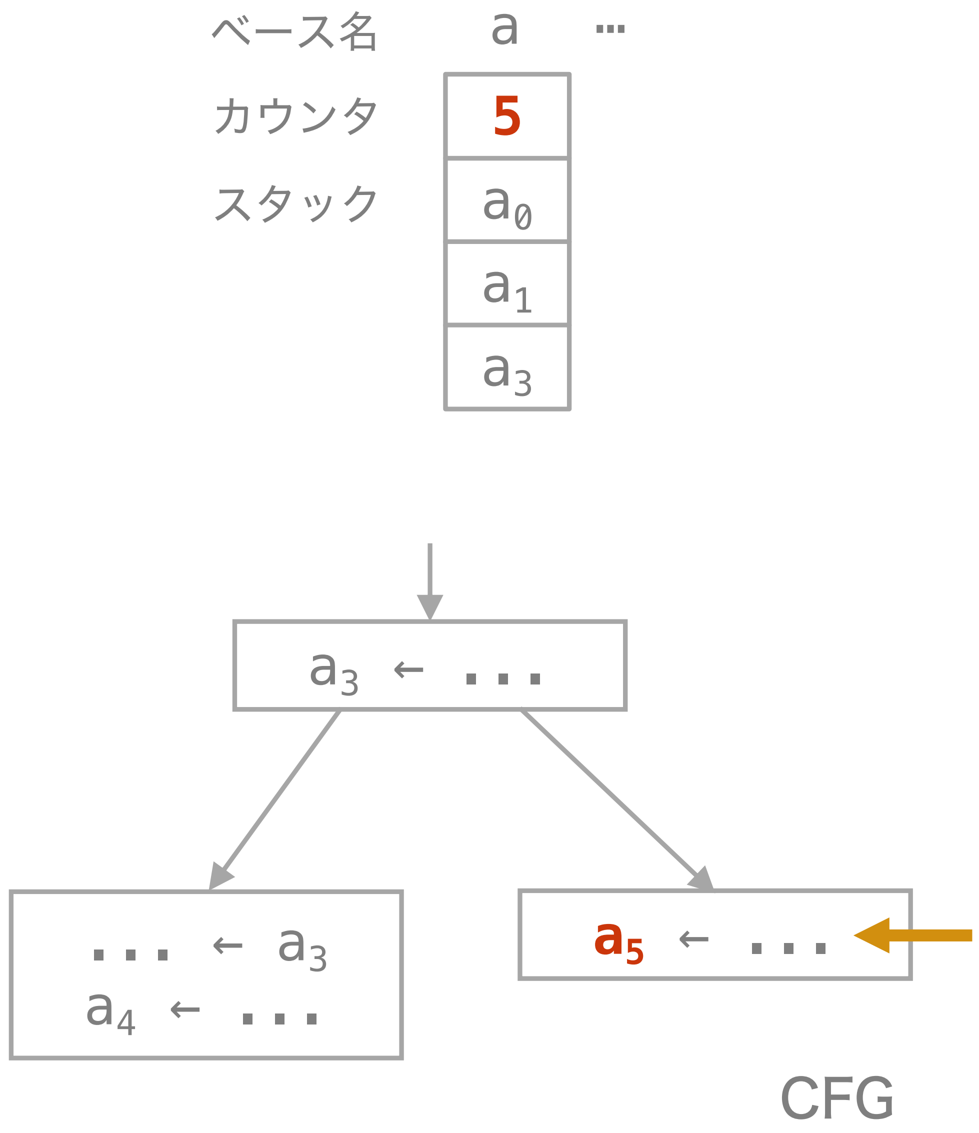
- 支配木を preorder で走査
- 各ベース名ごとにスタックとカウンタを使用

<u>スタック</u>

- top が現在使用可能な添え字を表す
- 新しく定義されたら添え字を push
- BB を探索し終えたら
  BB 内で定義された添え字を pop

<u>カウンタ</u>

- 定義された時にカウンタの値を添え字に
- 値は単調増加

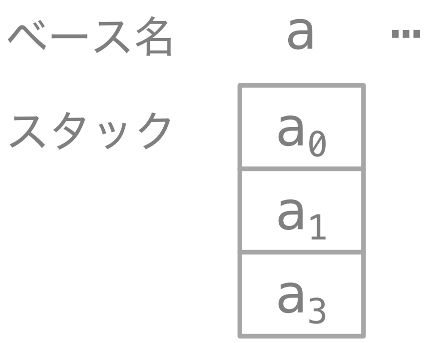


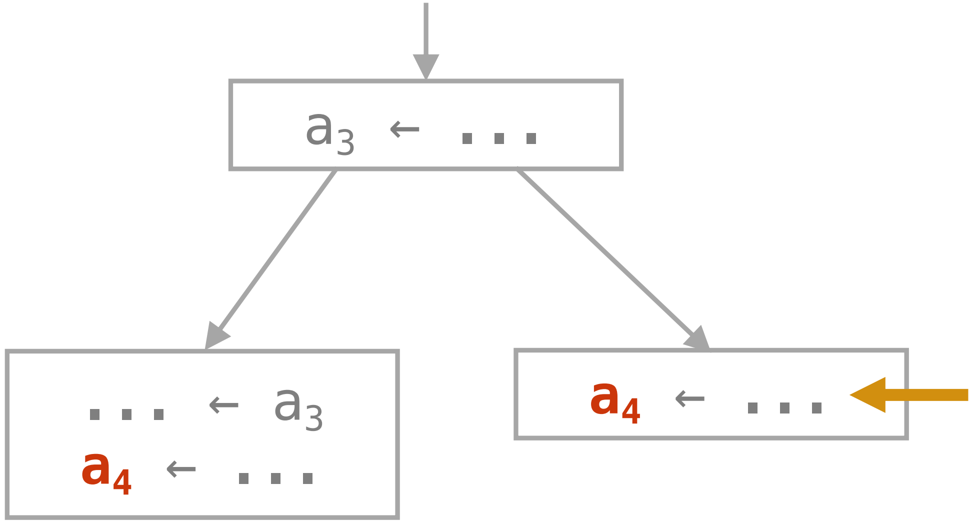
Renaming アルゴリズム

- 支配木を preorder で走査
- 各ベース名ごとにスタックとカウンタを使用

<u>カウンタ</u>

→ カウンタがなかったら同じ添え字で
定義される可能性





CFG

Renaming アルゴリズム

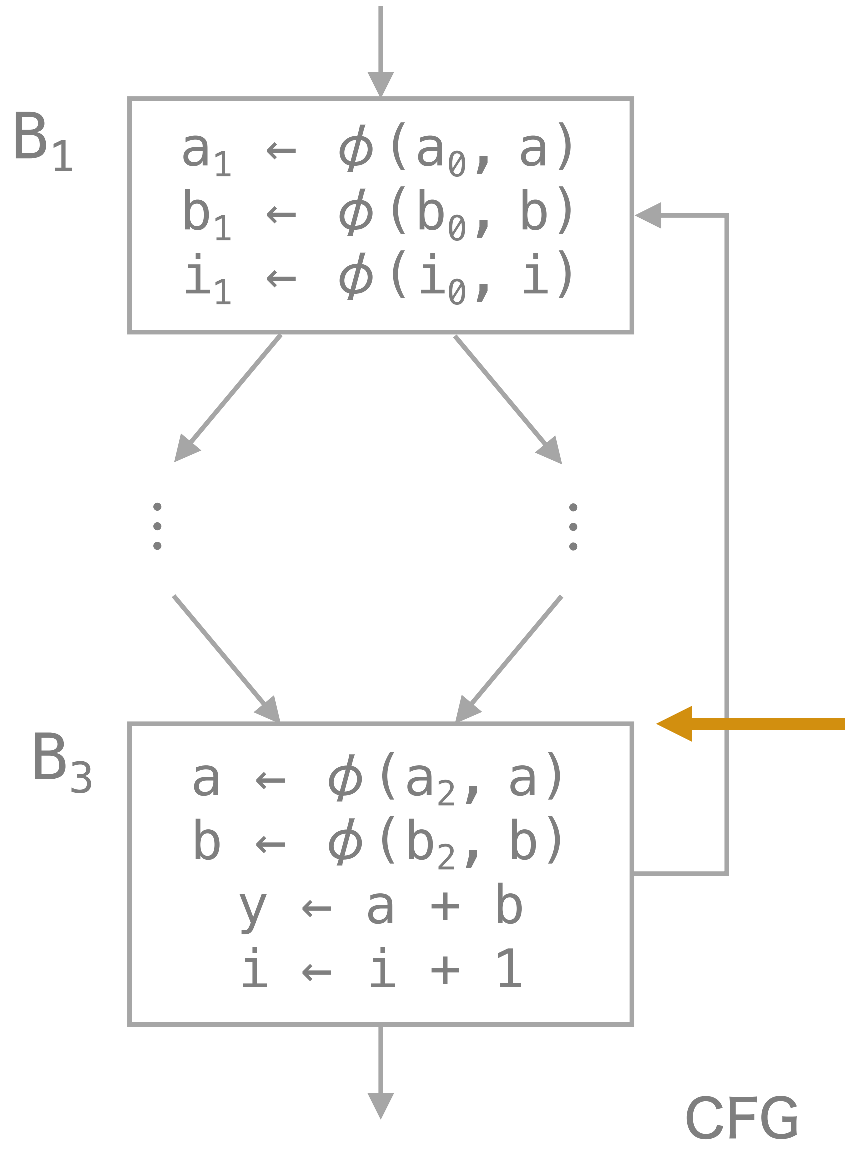
- 支配木を preorder で走査
- 各ベース名ごとにスタックとカウンタを使用
- 各基本ブロックでの操作

  1. ϕ 関数の定義を SSA 名に
  2. BB 内の各命令の使用と定義を SSA 名に
  3. CFG 上で後続の BB の ϕ 関数のパラメータを現在の SSA 名に変更
  4. 再帰的に支配木上で後続の BB に移動
  5. BB 内で定義された SSA 名をスタックから pop

Renaming の例

Rename(B_3) :

ベース名	a	b	i
カウンタ	3	3	2
スタック	a_0	b_0	i_0
	a_1	b_1	i_1
	a_2		



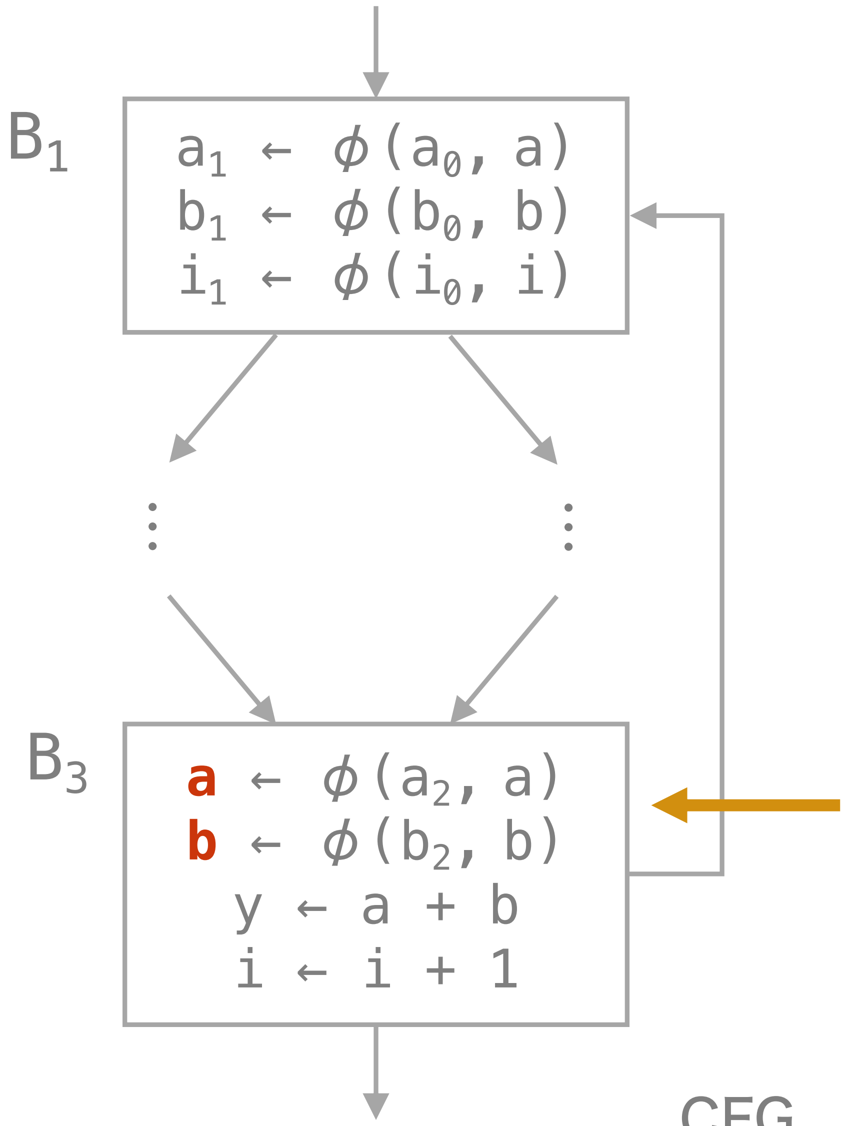
Renaming の例

Rename(B_3) :

1. ϕ 関数の定義を SSA 名に

Q. **a** と **b** の添え字は？

ベース名	a	b	i
カウンタ	3	3	2
スタック	a_0	b_0	i_0
	a_1	b_1	i_1
	a_2		



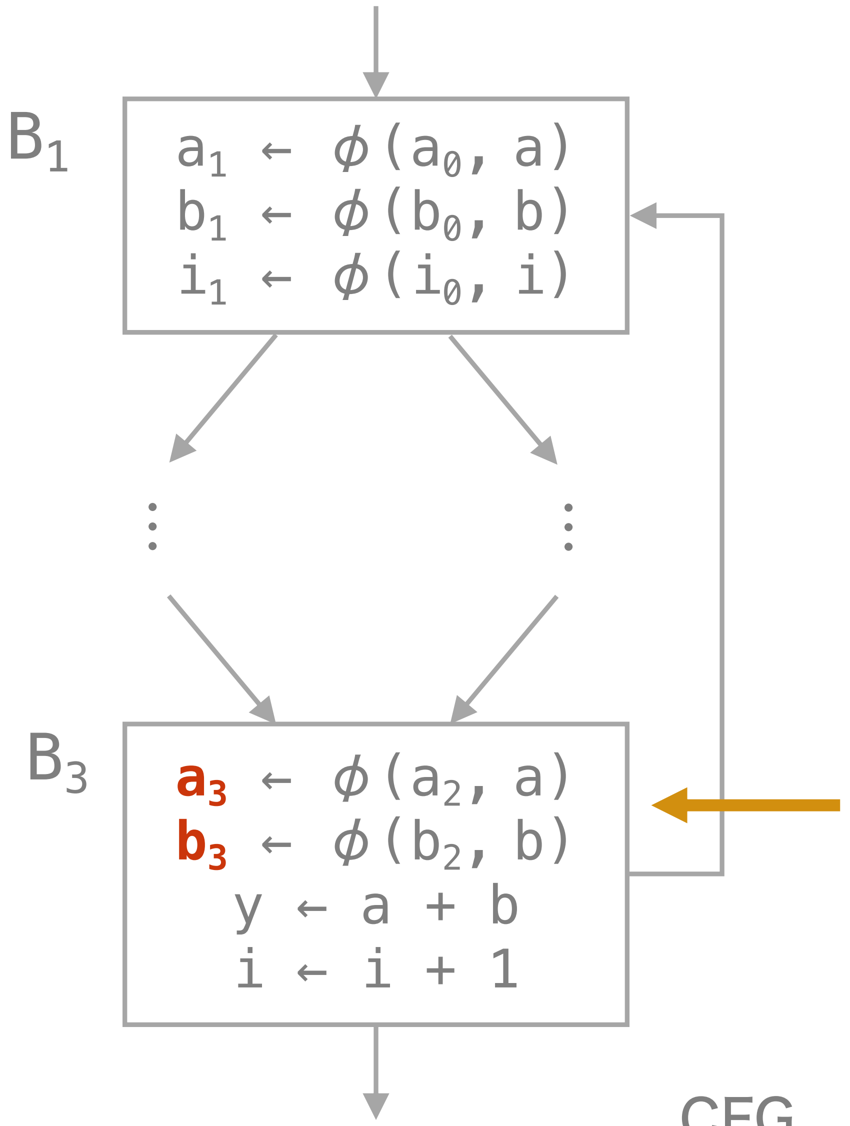
CFG

Renaming の例

Rename(B_3) :

1. ϕ 関数の定義を SSA 名に

ベース名	a	b	i
カウンタ	**4**	**4**	2
スタック	a_0	b_0	i_0
	a_1	b_1	i_1
	a_2	$\mathbf{b_3}$	
	$\mathbf{a_3}$		



CFG

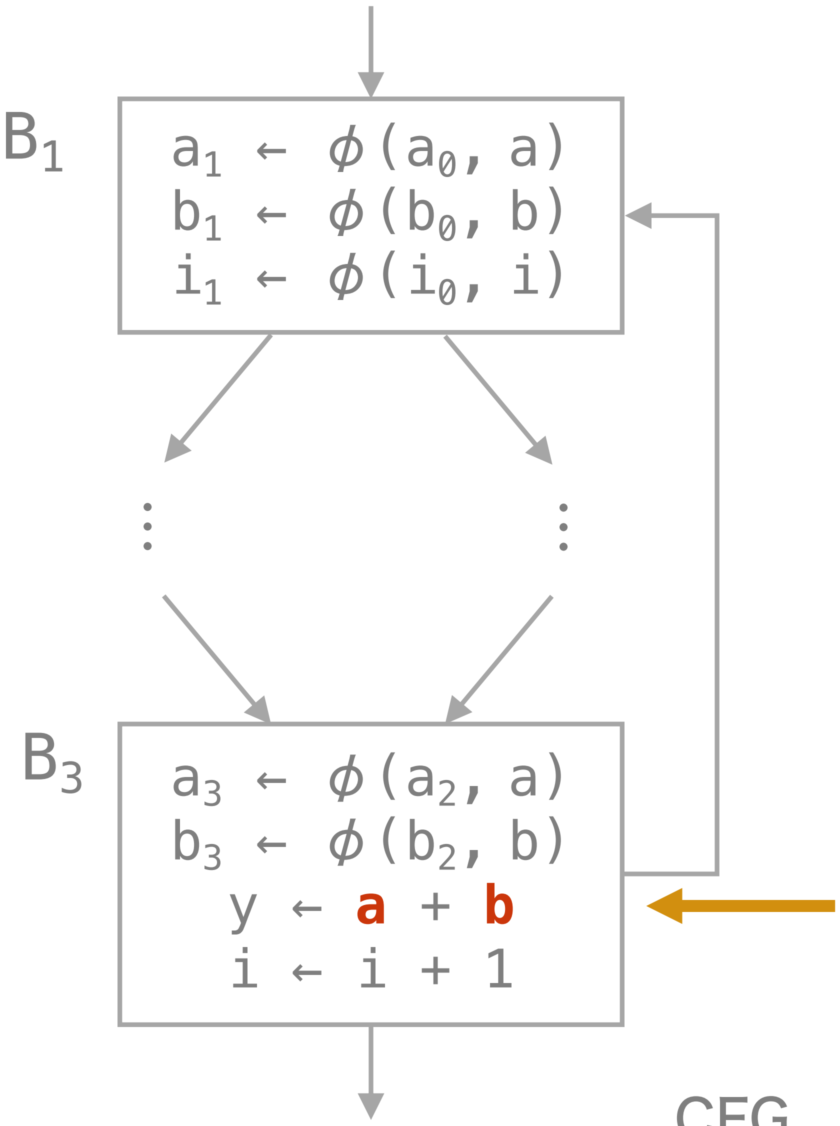
Renaming の例

Rename(B_3) :

2. BB 内の各命令の使用と定義を SSA 名に

Q. **a** と **b** の添え字は？

ベース名	a	b	i
カウンタ	4	4	2
スタック	a_0	b_0	i_0
	a_1	b_1	i_1
	a_2	b_3	
	a_3		



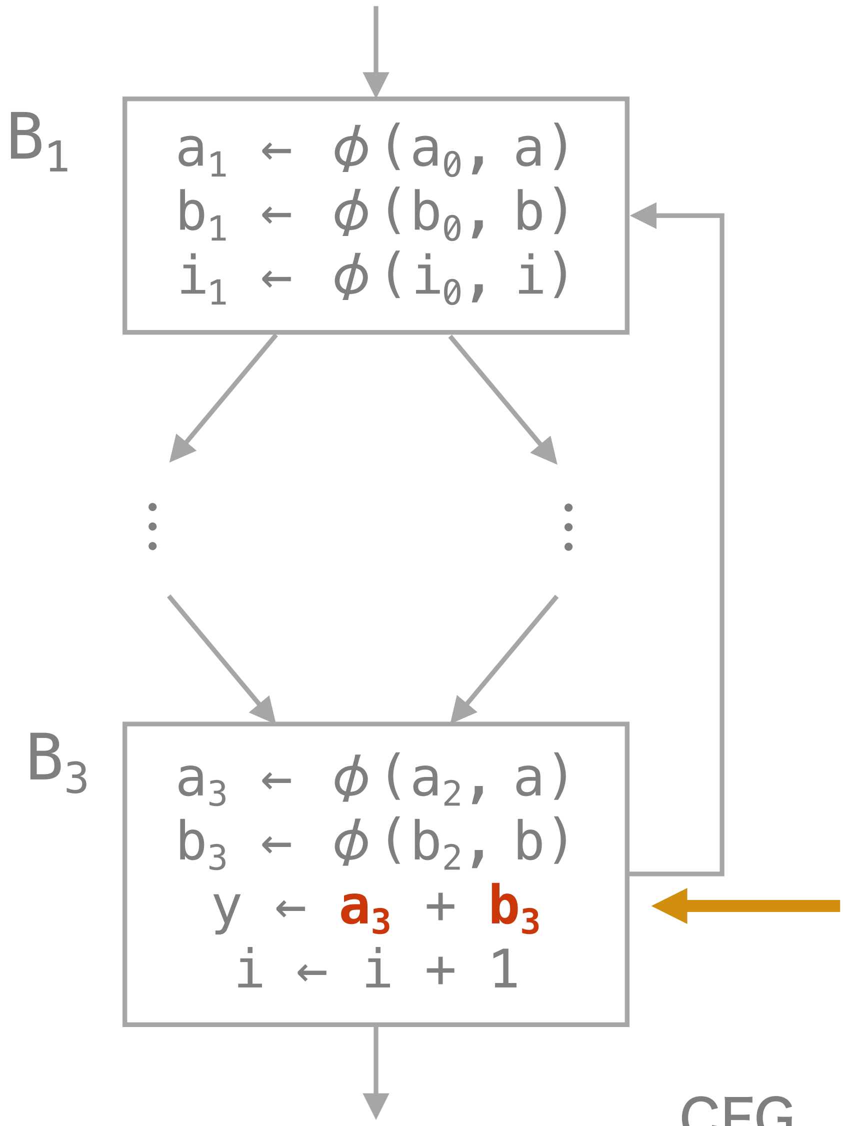
CFG

Renaming の例

$\mathtt{Rename(B_3)}$:

2. BB 内の各命令の使用と定義を SSA 名に

ベース名	a	b	i
カウンタ	4	4	2
スタック	a_0	b_0	i_0
	a_1	b_1	i_1
	a_2	b_3	
	a_3		



CFG

Renaming の例

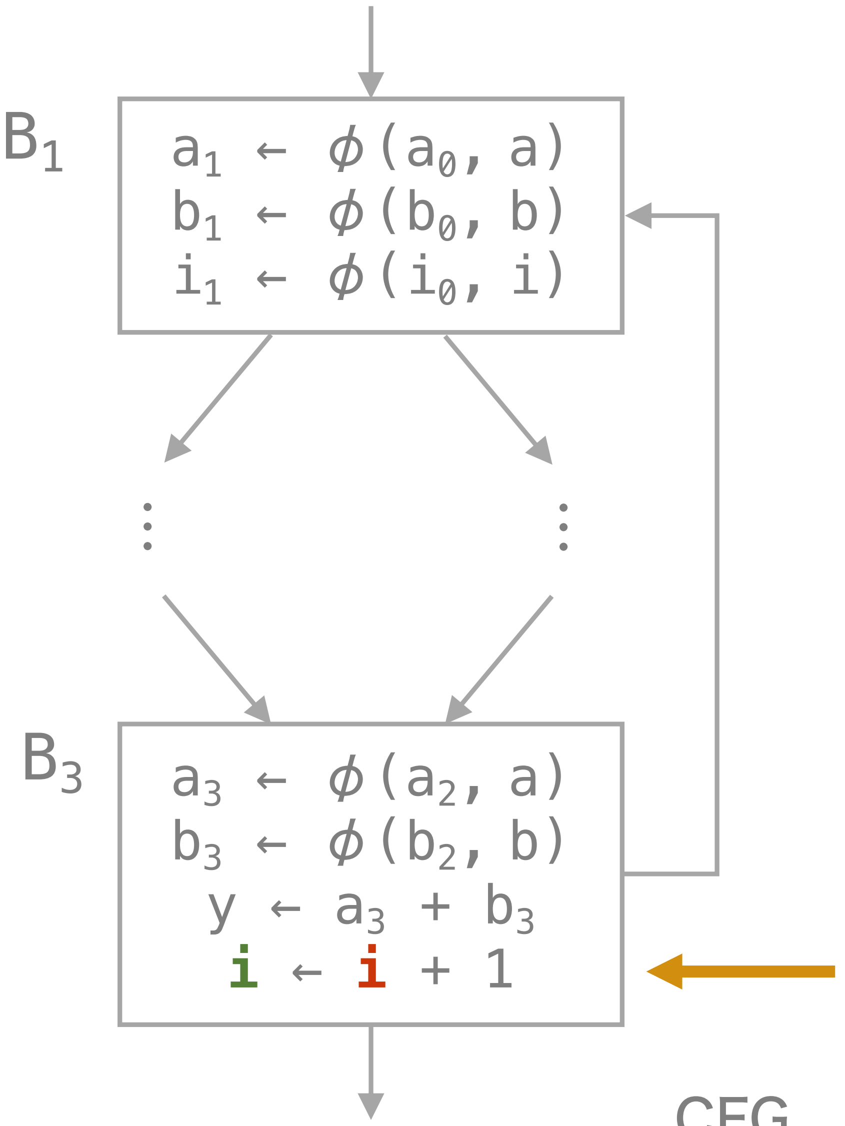
Rename(B_3) :

2. BB 内の各命令の使用と定義を SSA 名に

Q. **i** と **i** の添え字は？

(使用 → 定義の順で SSA 名にする)

ベース名	a	b	i
カウンタ	4	4	2
スタック	a_0	b_0	i_0
	a_1	b_1	i_1
	a_2	b_3	
	a_3		



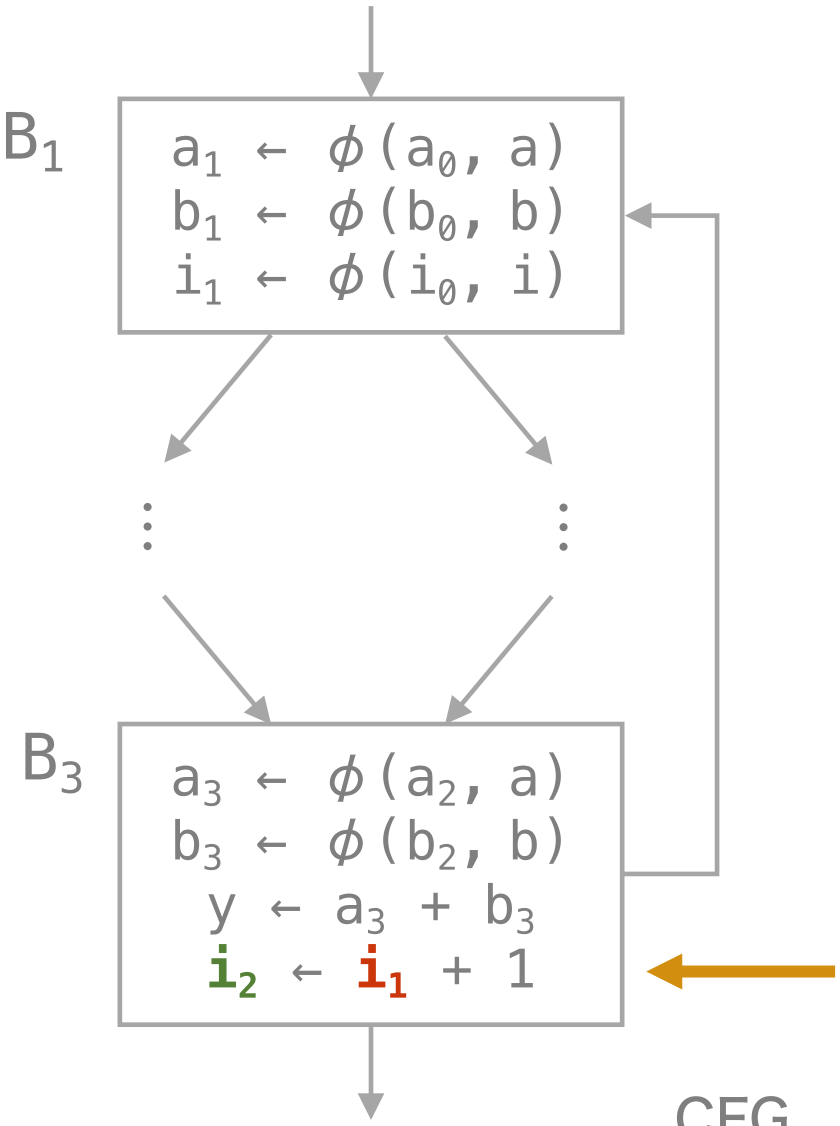
CFG

Renaming の例

Rename(B_3) :

2. BB 内の各命令の使用と定義を SSA 名に

ベース名	a	b	i
カウンタ	4	4	**3**
スタック	a_0	b_0	i_0
	a_1	b_1	i_1
	a_2	b_3	$\mathbf{i_2}$
	a_3		



CFG

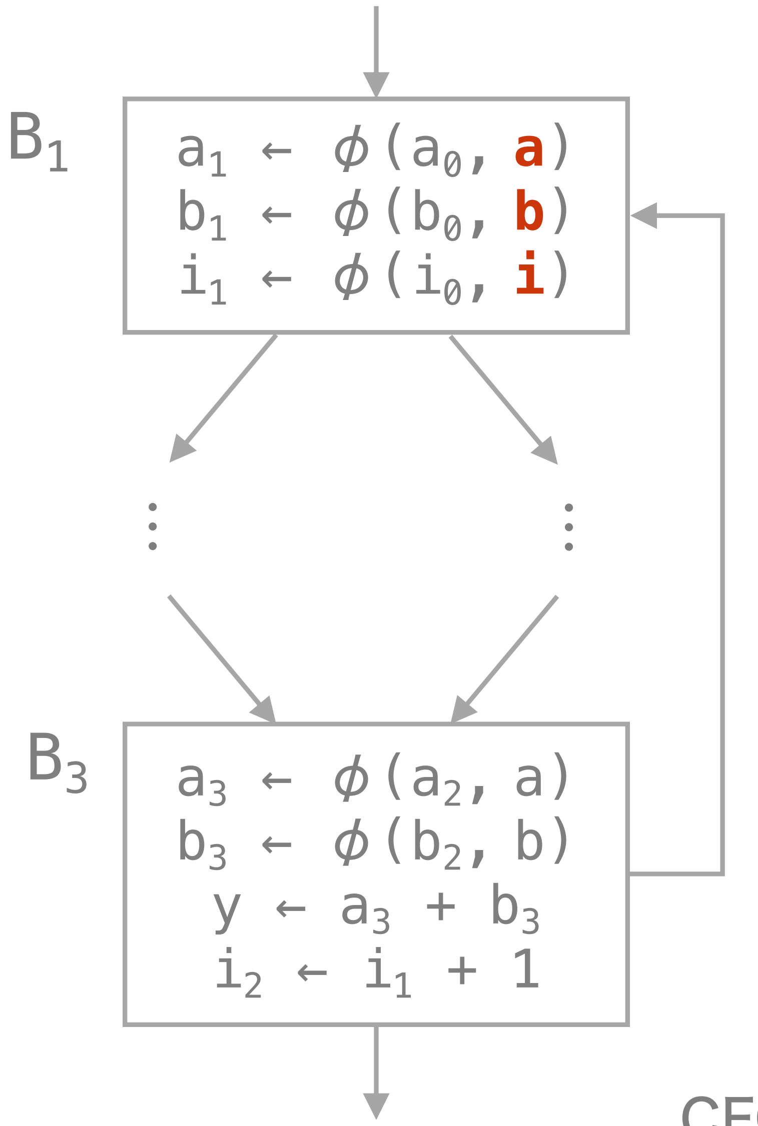
Renaming の例

Rename(B_3) :

3. CFG 上で後続の BB の ϕ 関数のパラメータを現在の SSA 名に変更

Q. **a** と **b** と **i** の添え字は？

ベース名	a	b	i
カウンタ	4	4	3
スタック	a_0	b_0	i_0
	a_1	b_1	i_1
	a_2	b_3	i_2
	a_3		



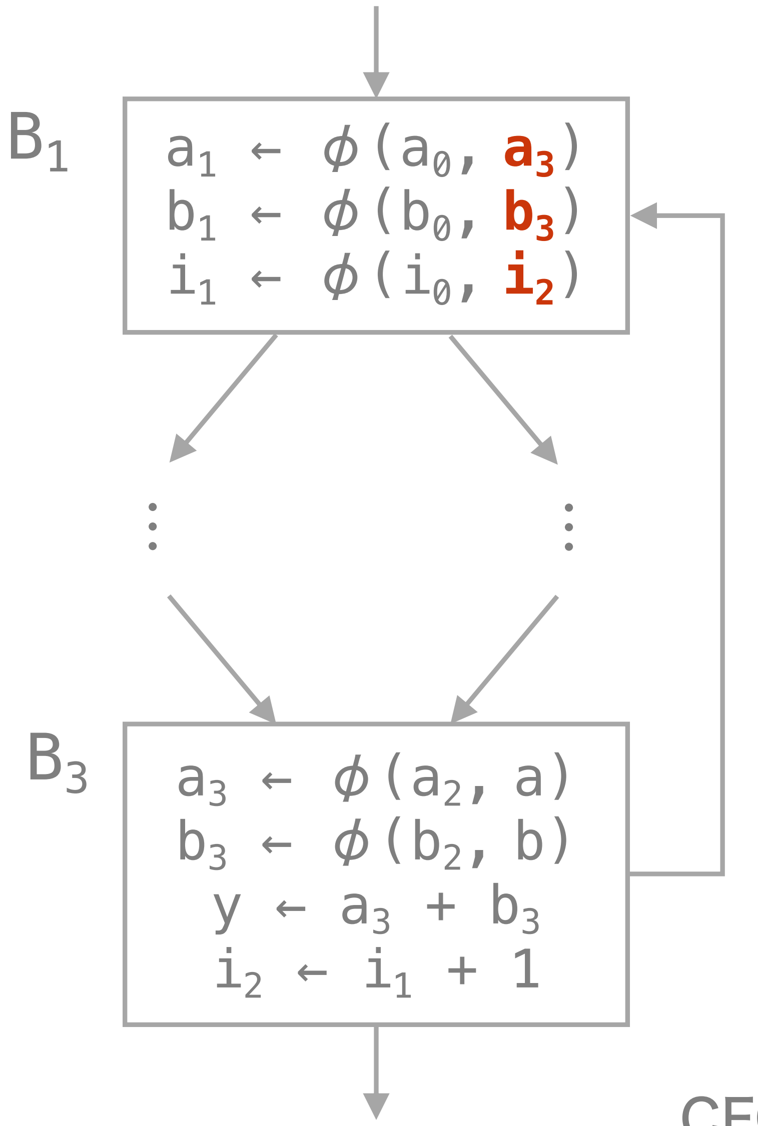
CFG

Renaming の例

Rename(B_3) :

3. CFG 上で後続の BB の ϕ 関数のパラメータを現在の SSA 名に変更

ベース名	a	b	i
カウンタ	4	4	3
スタック	a_0	b_0	i_0
	a_1	b_1	i_1
	a_2	b_3	i_2
	a_3		



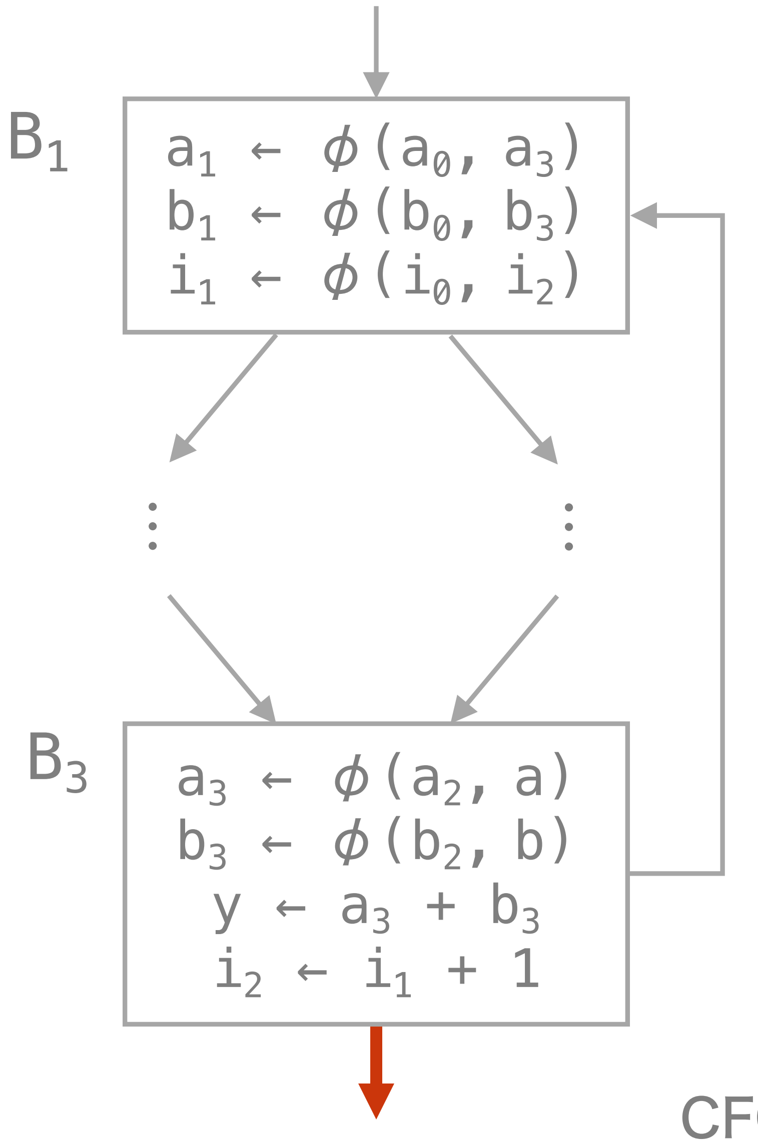
CFG

Renaming の例

Rename(B_3) :

4. 再帰的に支配木上で後続の BB に移動

ベース名	a	b	i
カウンタ	4	4	3
スタック	a_0	b_0	i_0
	a_1	b_1	i_1
	a_2	b_3	i_2
	a_3		



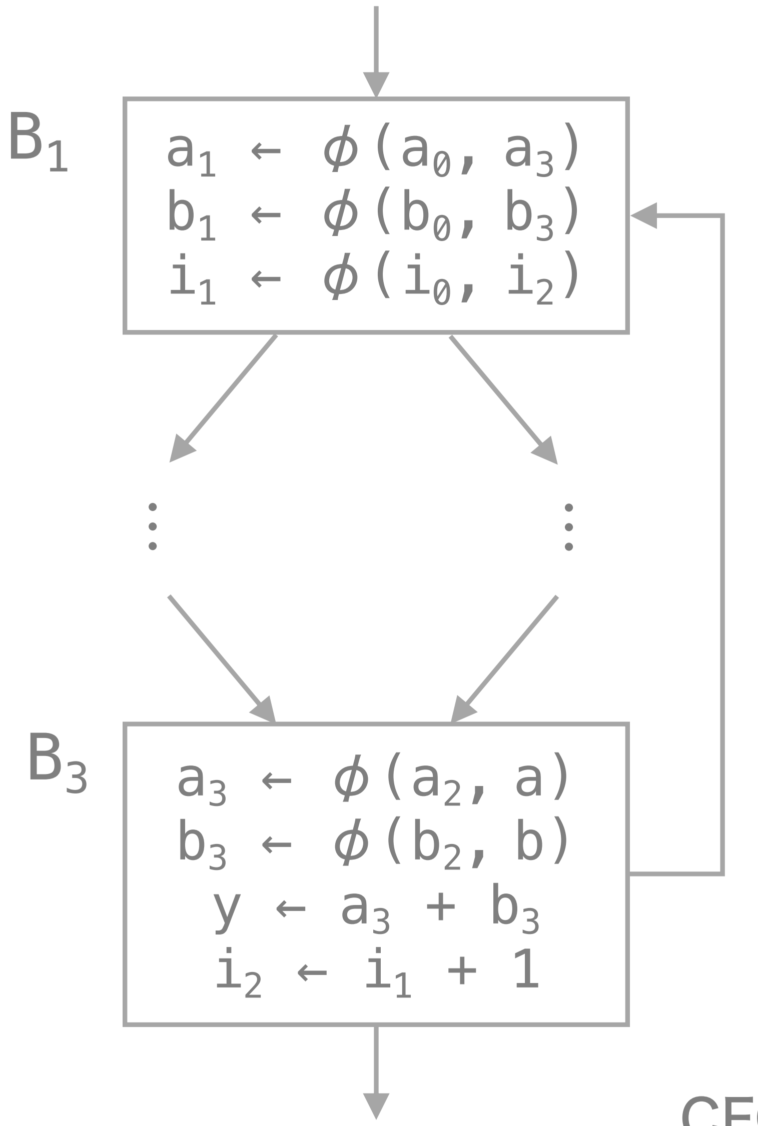
CFG

Renaming の例

Rename(B_3) :

5. BB 内で定義された SSA 名をスタックから pop

ベース名	a	b	i
カウンタ	4	4	3
スタック	a_0	b_0	i_0
	a_1	b_1	i_1
	a_2	b_3	i_2
	a_3		



CFG

ϕ 関数のパラメータ

3. CFG 上で後続の BB の ϕ 関数のパラメータを現在の SSA 名に変更

→ どのパラメータを変更するか知る必要がある

・CFG の実装と SSA の構築で一貫したルールを定める

→ CFG エッジがリストで保存されているなら, その順序で引数を決定する

・教科書では図の CFG エッジの 左 → 右が, ϕ 関数の引数の 左 → 右 に対応

A Final Improvement

・スタックには最新の名前だけ push すれば良い

ex.) a_1 はスタックに乗せる必要なし

```
a₁ ← ϕ(a₀, a₃)
b₁ ← ϕ(b₀, b₃)
i₁ ← ϕ(i₀, i₂)
    a₂ ← ...
```

・ブロック内で定義されたベース名1つにつき push と pop 1回ずつ

→ スタック操作の時間削減

→ スタックのスペース削減・オーバーフロー回避

(スタックの深さは必ず支配木の深さ以下になる)

新潟県　青梅川駅

9.3.5 Translation out of SSA Form

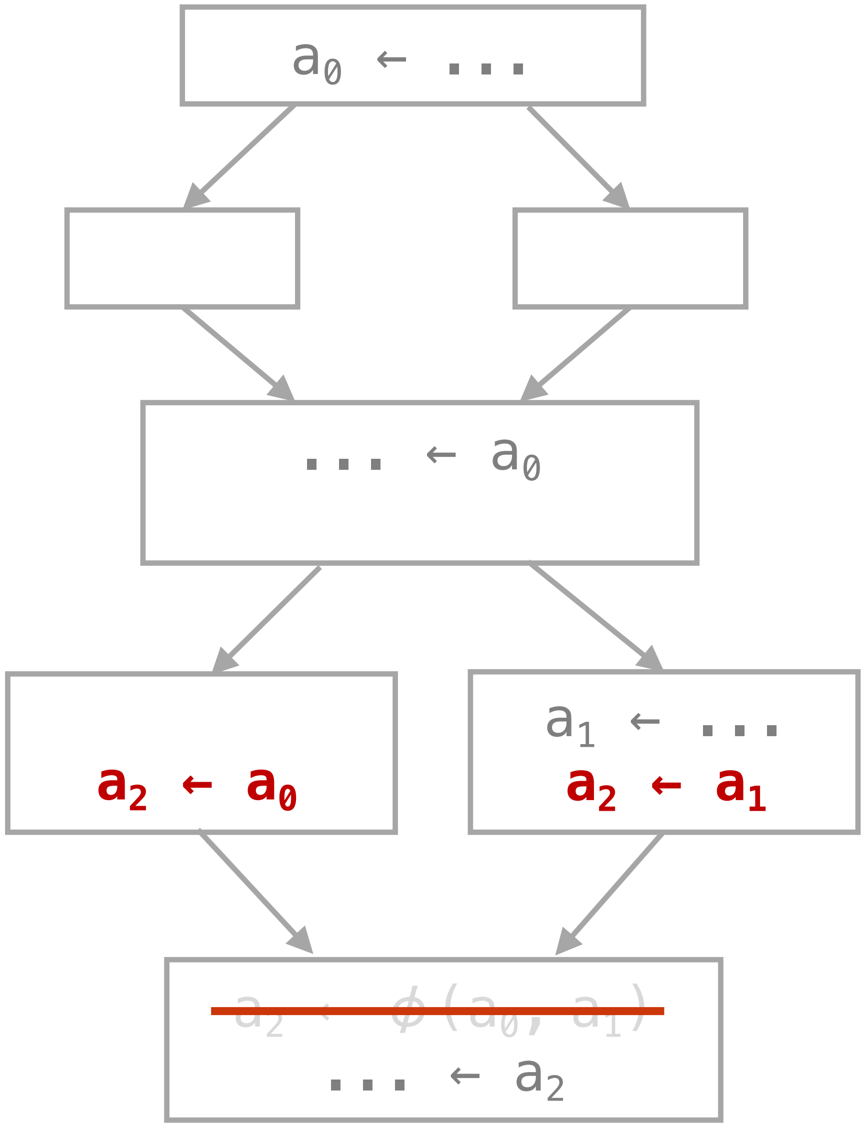
SSA 逆変換：

- SSA を通常の形式に変換
- ϕ関数のない形にコードを変換

  (コンピュータはϕ関数をそのまま実行できない)

  → ϕ関数のセマンティクスを満たすように

  ϕ関数をコピー演算に置き換えたい



ϕ関数のセマンティクス

1. どのエッジから来たかによって値が選択される

$a_2 \leftarrow \phi(a_0, a_1)$

2. 同じブロック内の ϕ関数は **並列に** 計算される

$a_1 \leftarrow \phi(a_0, b_1)$
$b_1 \leftarrow \phi(b_0, a_1)$

○

b_1 の値を a_1 に
元々の a_1 の値を b_1 に
(a_1 と b_1 の値がスワップ)

×

b_1 の値を a_1 に
その a_1 の値を b_1 に

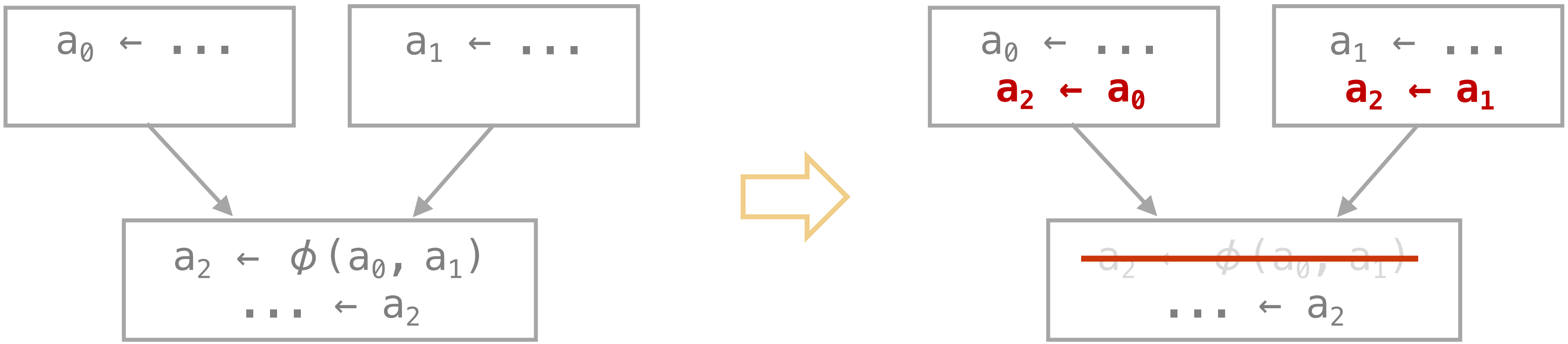
9.3.5 Translation out of SSA Form

説明の流れ：

1. 素朴な SSA 逆変換
2. 素朴な SSA 逆変換の 2つの問題点
3. 問題点を解決する SSA 逆変換

素朴な SSA 逆変換

- CFG の前のノードに、適切な ϕ 関数の引数を ϕ 関数で定義された変数にコピーする操作を挿入



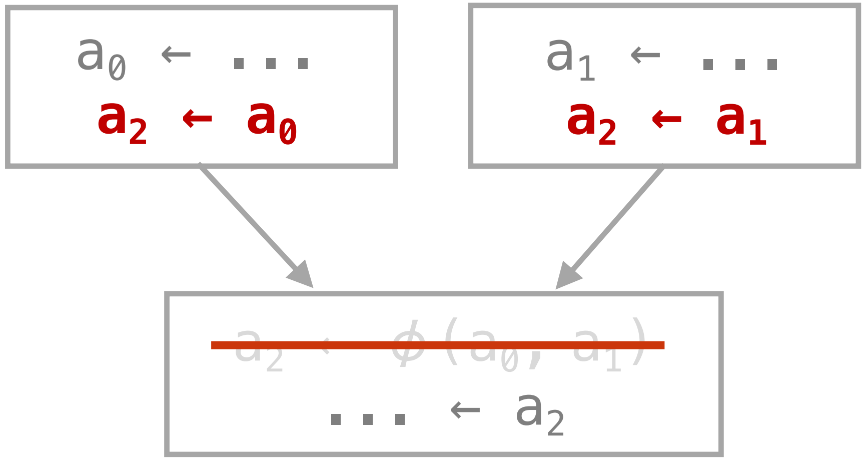
素朴な SSA 逆変換

- CFG の前のノードに、適切な ϕ 関数の引数を ϕ 関数で定義された変数にコピーする操作を挿入

<u>問題点</u>：

正しくないコードを生成する可能性がある

1. The Lost-Copy Problem
2. The Swap Problem

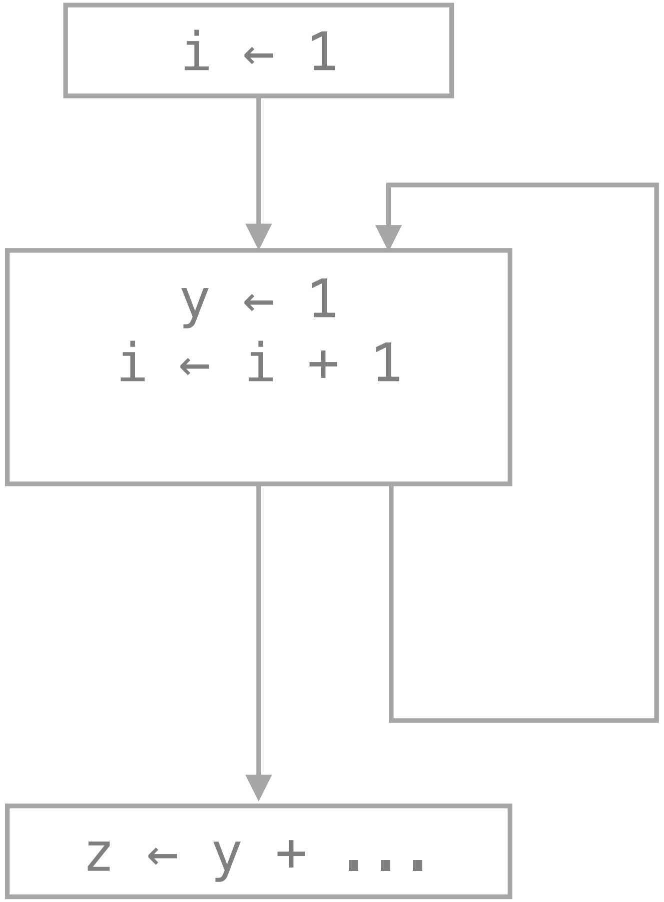


The Lost-Copy Problem の例

元々のコード

・ループ内で i をインクリメントする

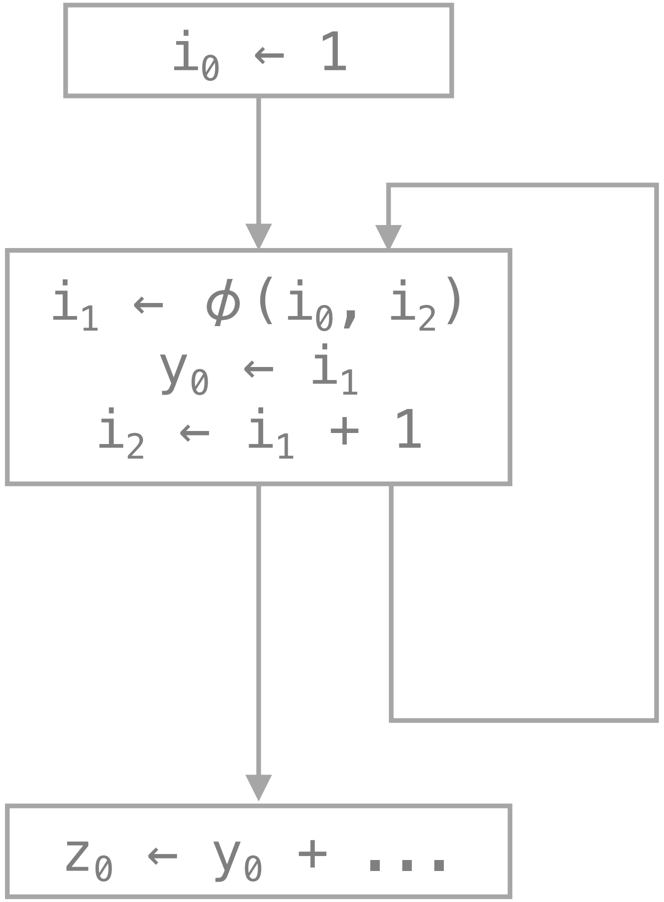
・ループ後の z の計算には
i の最後から2番目の値が使われる



CFG

The Lost-Copy Problem の例

<u>Pruned SSA</u>



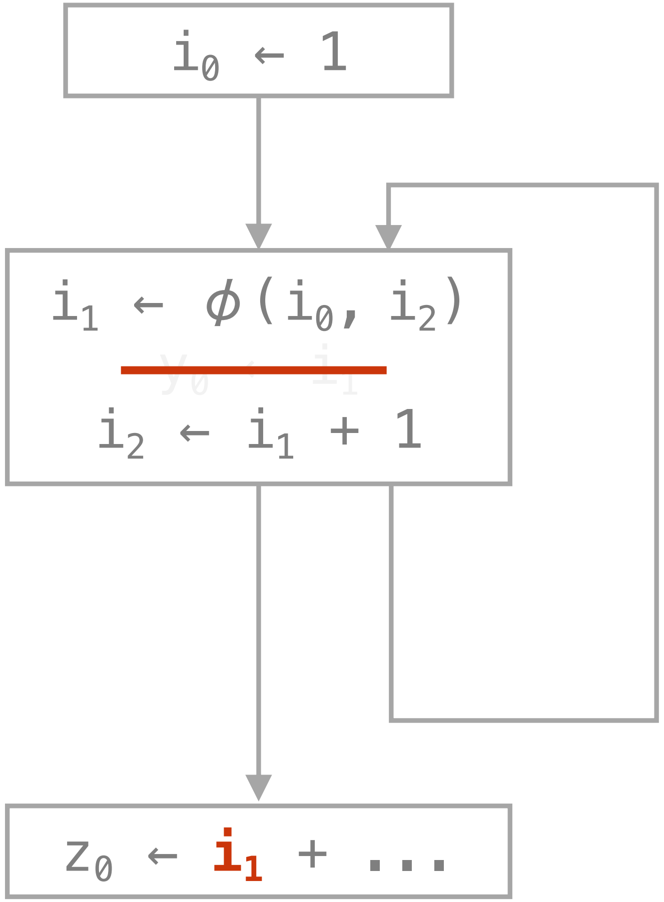
CFG

The Lost-Copy Problem の例

After Copy Folding

Copy Folding（コピー畳み込み）：

source と destination の名前を変更することで
不必要なコピー操作を削除する最適化



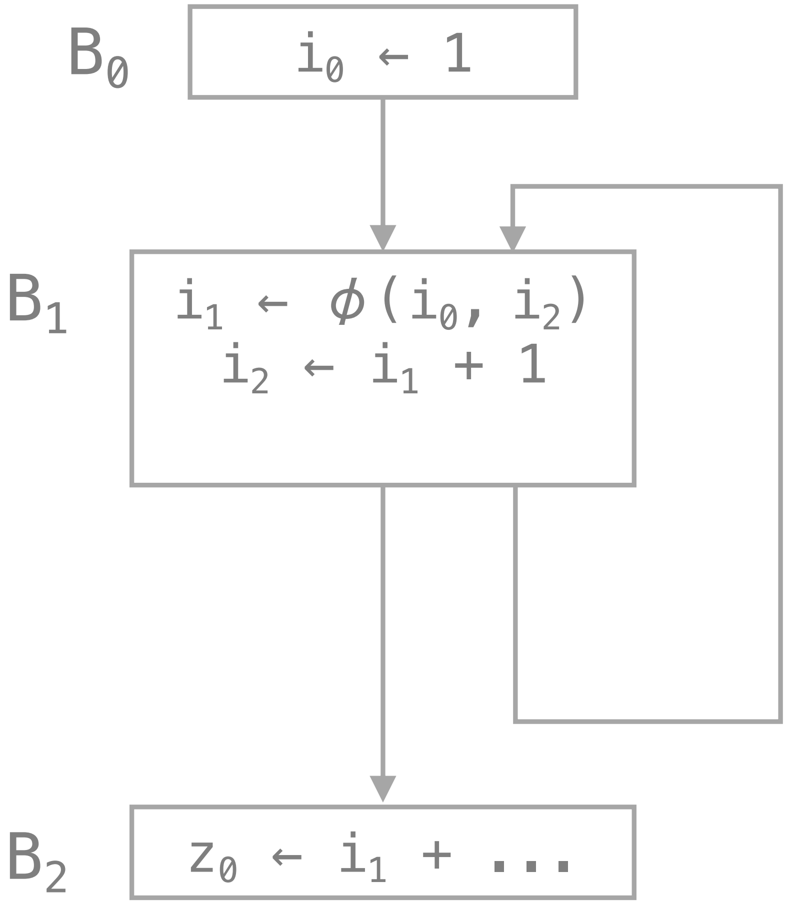
CFG

The Lost-Copy Problem の例

<u>素朴な SSA 逆変換</u>

ϕ 関数の前の BB に適切なコピー操作を挿入

Q. どこに何が挿入される？

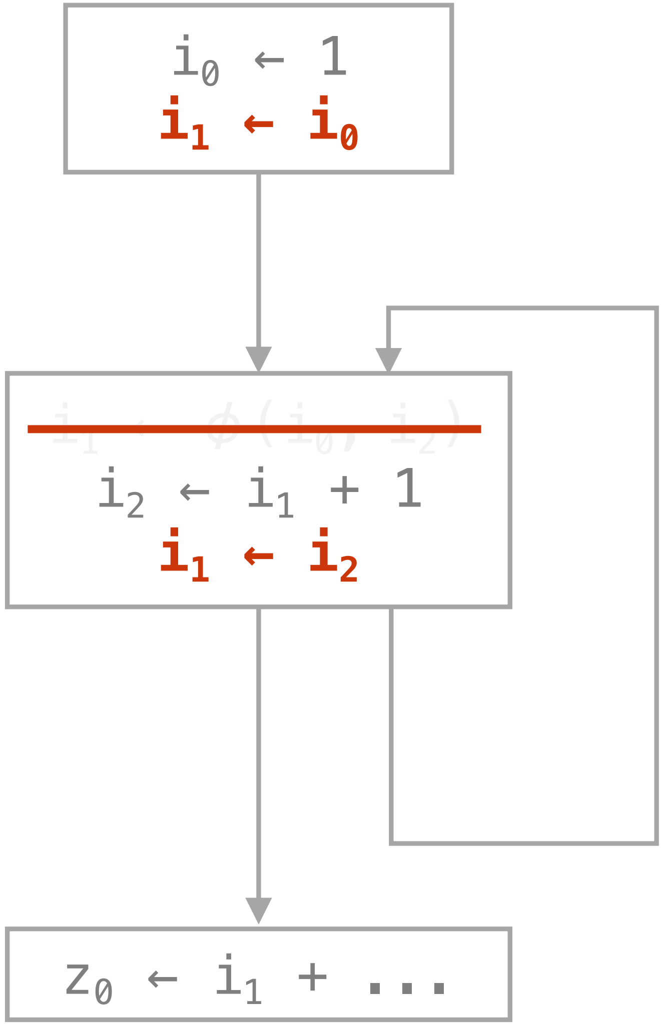


CFG

The Lost-Copy Problem の例

<u>素朴な SSA 逆変換</u>

ϕ 関数の前の BB に適切なコピー操作を挿入



CFG

The Lost-Copy Problem の例

素朴な SSA 逆変換

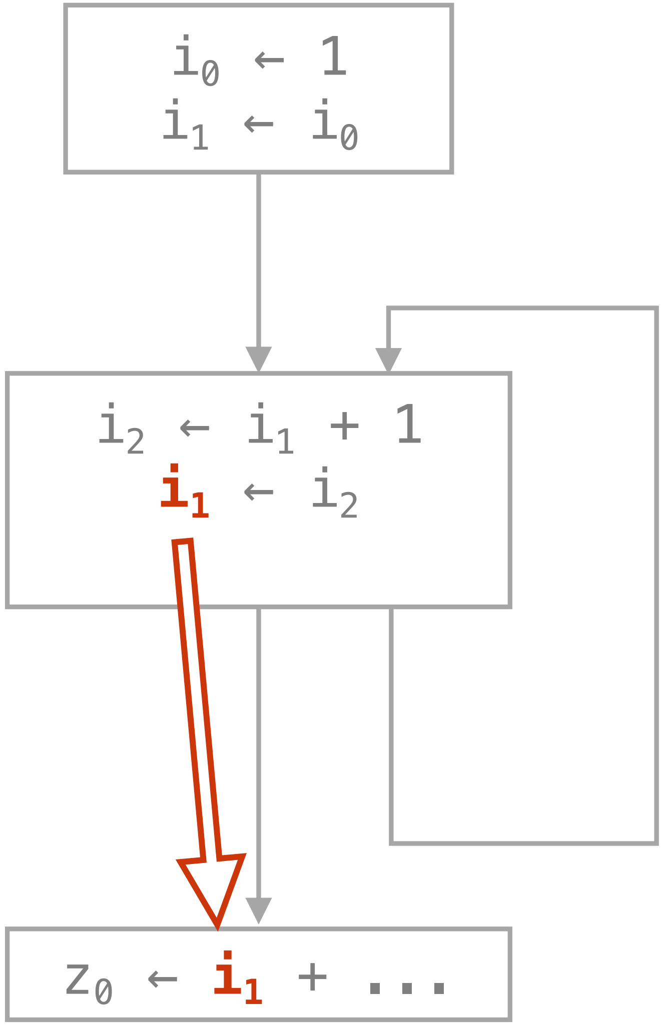
ϕ 関数の前の BB に適切なコピー操作を挿入

元々のコード

・ループ内で i をインクリメントする

・ループ後の z の計算には
i の最後から2番目の値が使われる

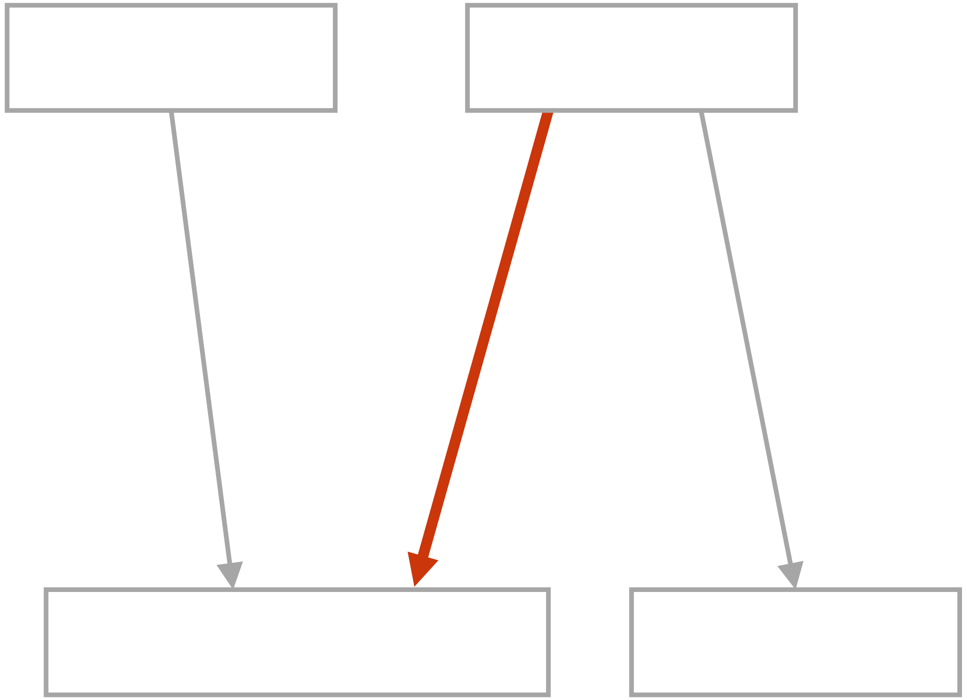
→ 元々のコードとは違うコードが生成



CFG

クリティカルエッジ

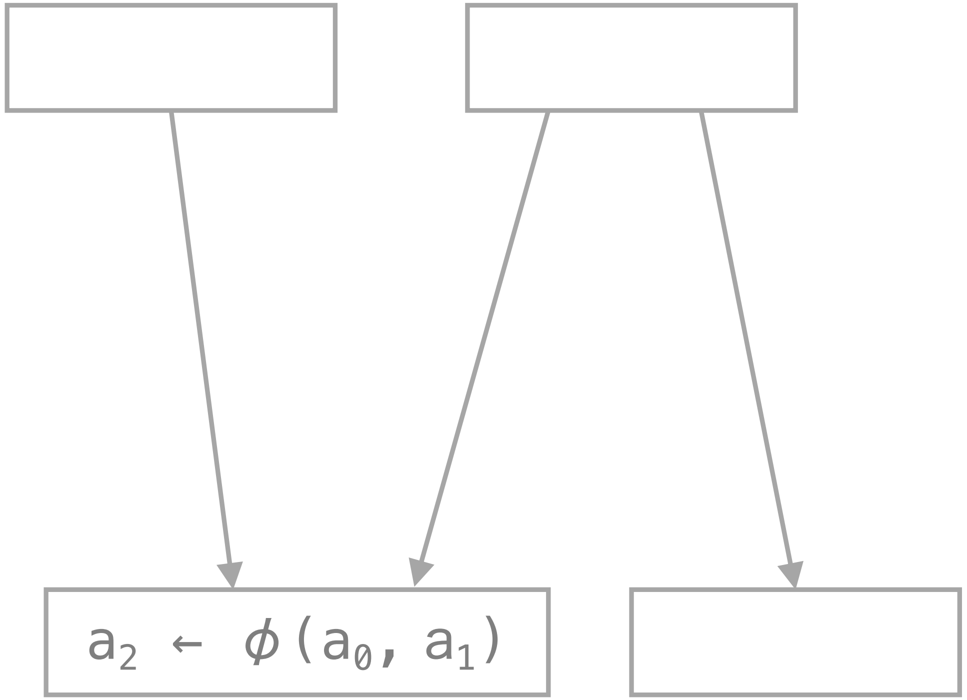
・始点のノードが複数の子を持ち、
終点のノードが複数の親を持つ辺



クリティカルエッジ

- 始点のノードが複数の子を持ち、
  終点のノードが複数の親を持つ辺

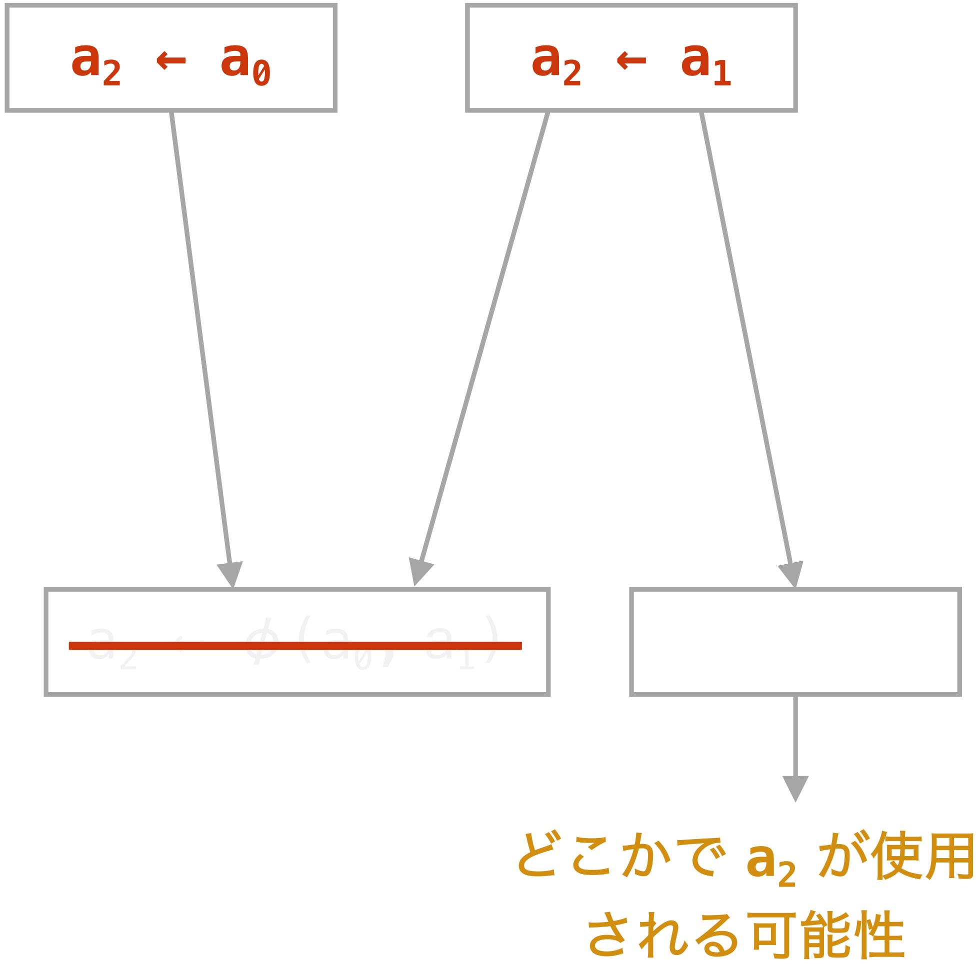
- 始点のノードへのコピー操作の挿入は
  live な変数の値を変更する可能性がある



クリティカルエッジ

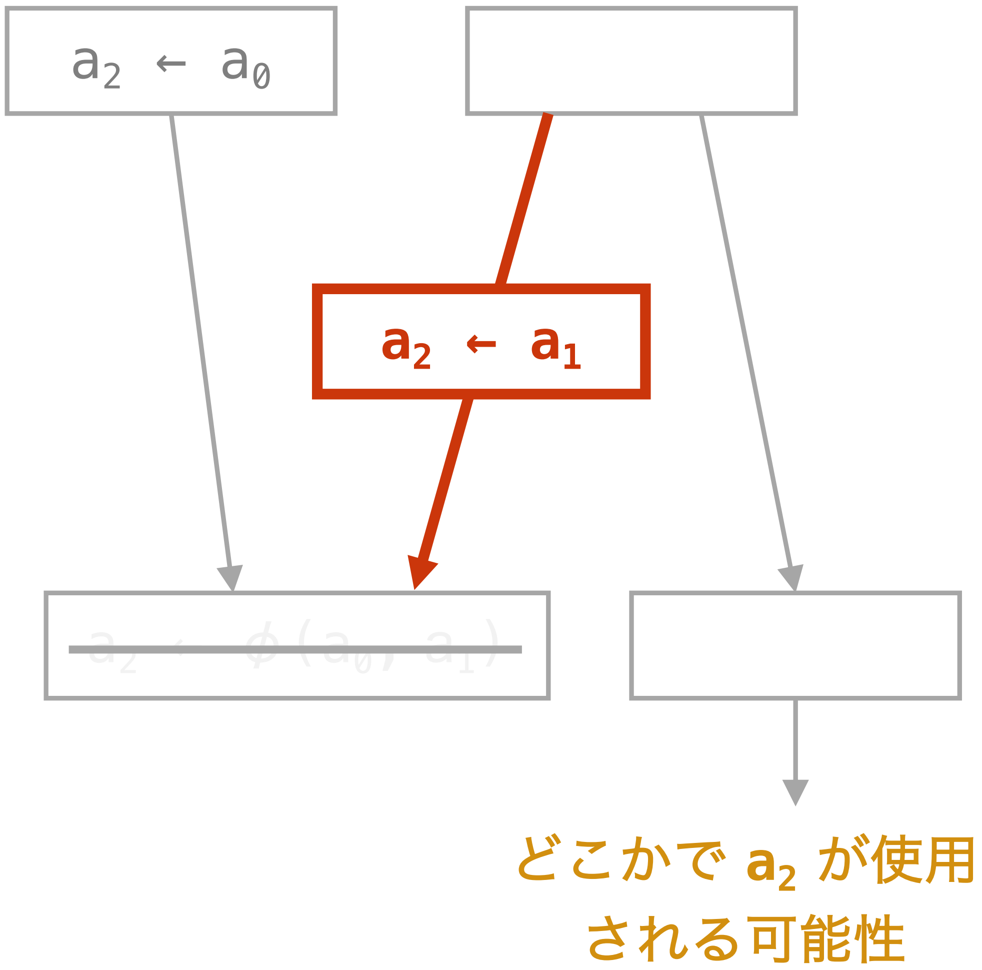
- 始点のノードが複数の子を持ち、
  終点のノードが複数の親を持つ辺

- 始点のノードへのコピー操作の挿入は
  live な変数の値を変更する可能性がある



クリティカルエッジ

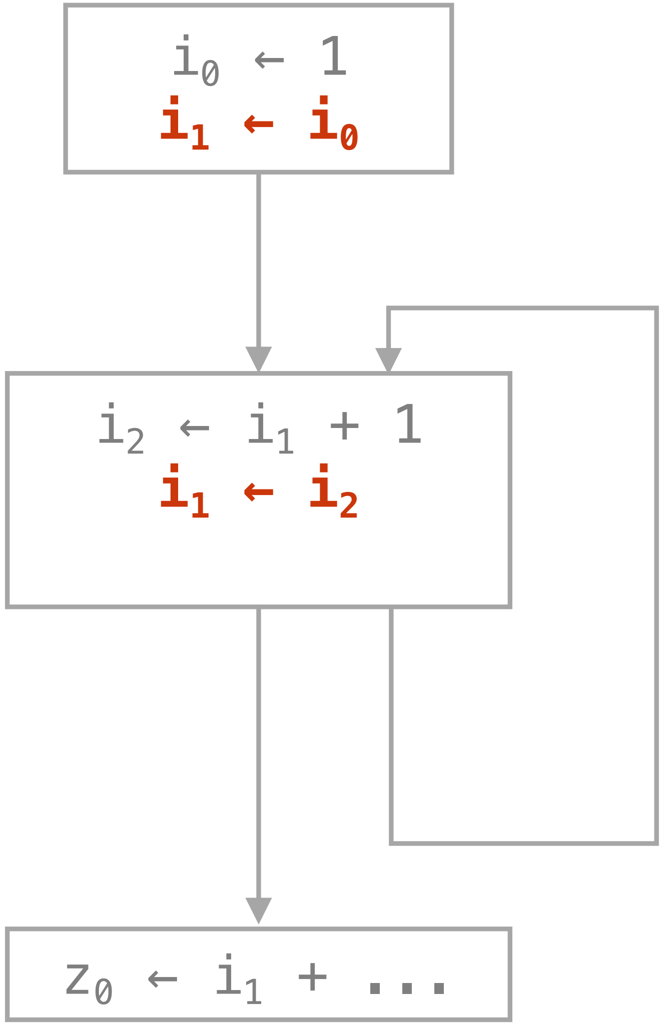
- 始点のノードが複数の子を持ち、
  終点のノードが複数の親を持つ辺
- 始点のノードへのコピー操作の挿入は
  live な変数の値を変更する可能性がある
- クリティカルエッジを分割できれば
  この問題は解決する



The Lost-Copy Problem の例

<u>素朴な SSA 逆変換</u>

ϕ 関数の前の BB に適切なコピー操作を挿入

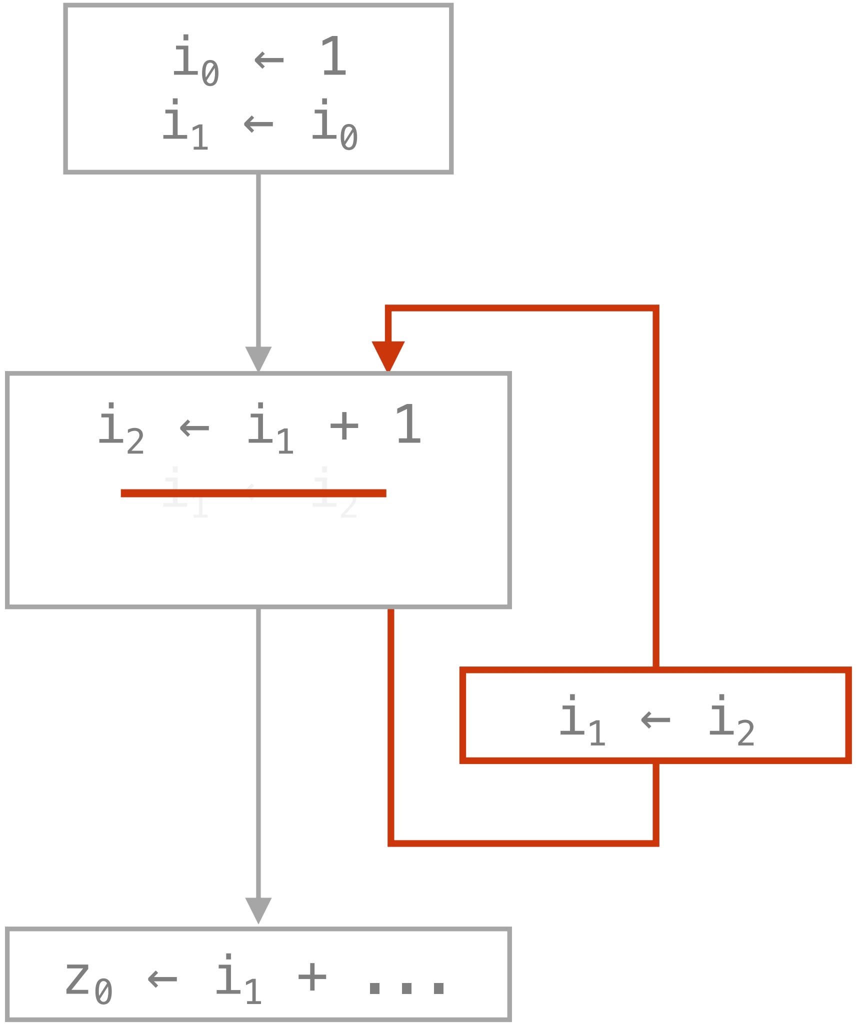


CFG

The Lost-Copy Problem の例

<u>クリティカルエッジの分割</u>

元々のコードと同じ意味のコードが生成



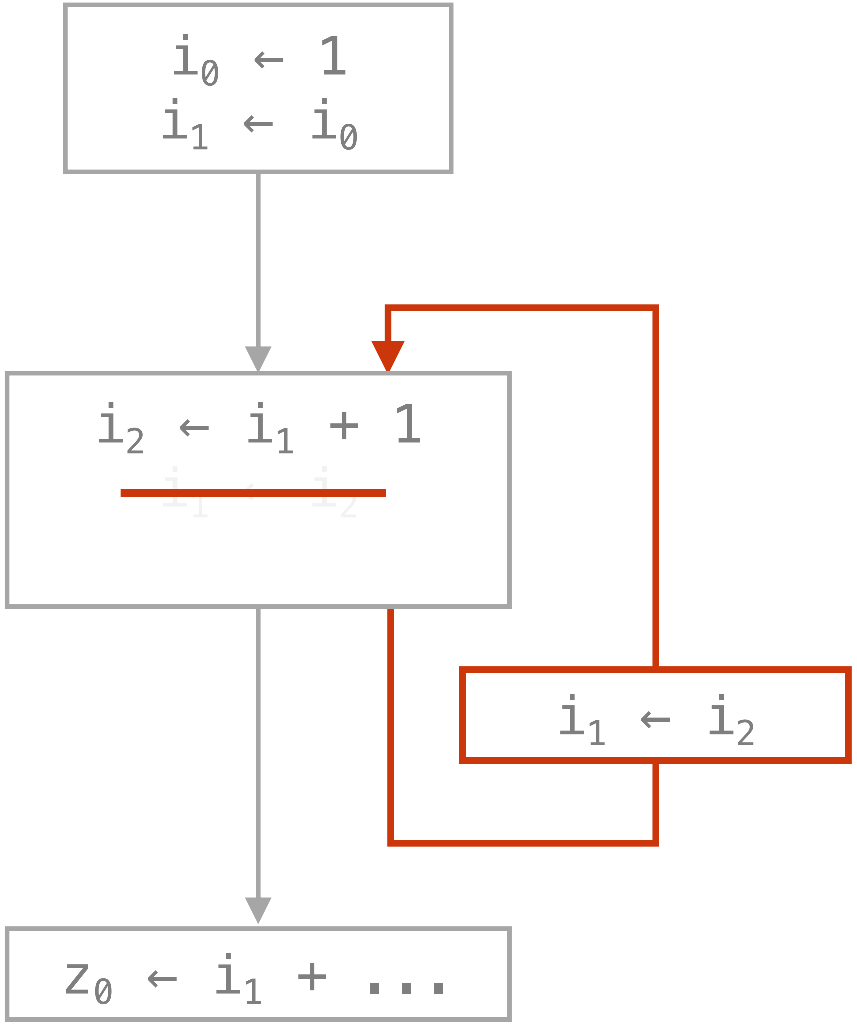
CFG

クリティカルエッジの分割

- すべてのクリティカルエッジを分割できれば、素朴な方法でも正しいコードを生成する

- CFG 上のクリティカルエッジを分割できない・すべきでない状況もある

  → 例えば, ジャンプ命令が一つ増えることによる影響



CFG

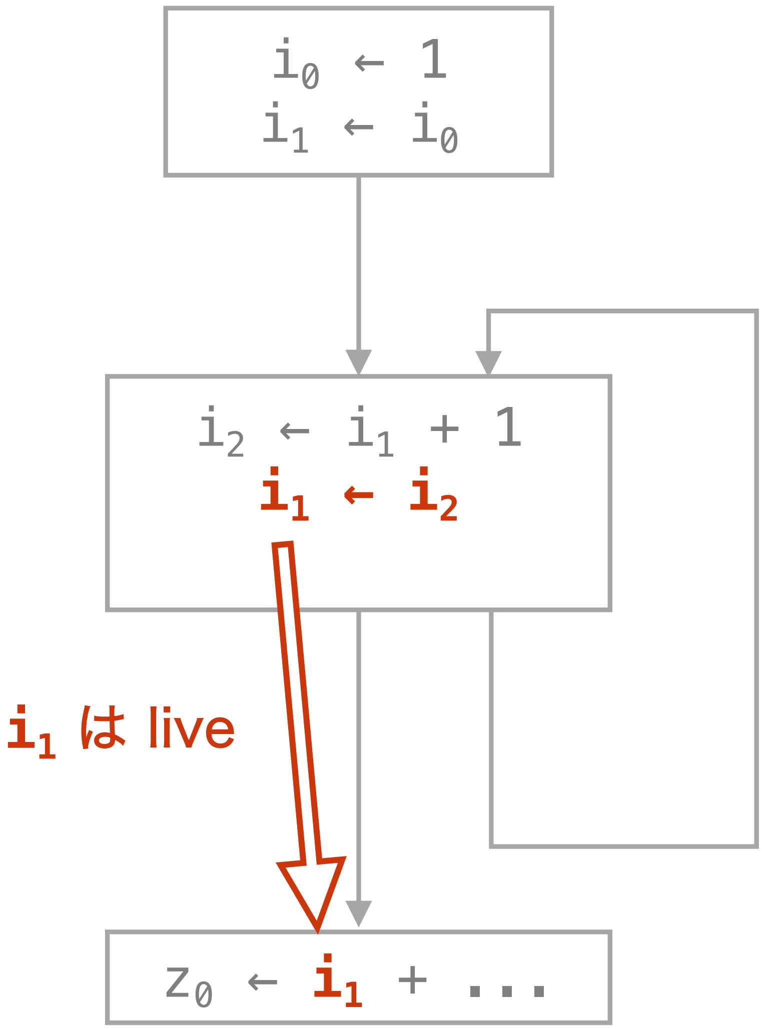
The Lost-Copy Problem の例

素朴な SSA 逆変換

ϕ 関数の前の BB に適切なコピー操作を挿入

クリティカルエッジを分割できない場合

- 挿入ポイントでコピーのターゲットが生きているか確認
- 生きていれば新しい名前を導入



CFG

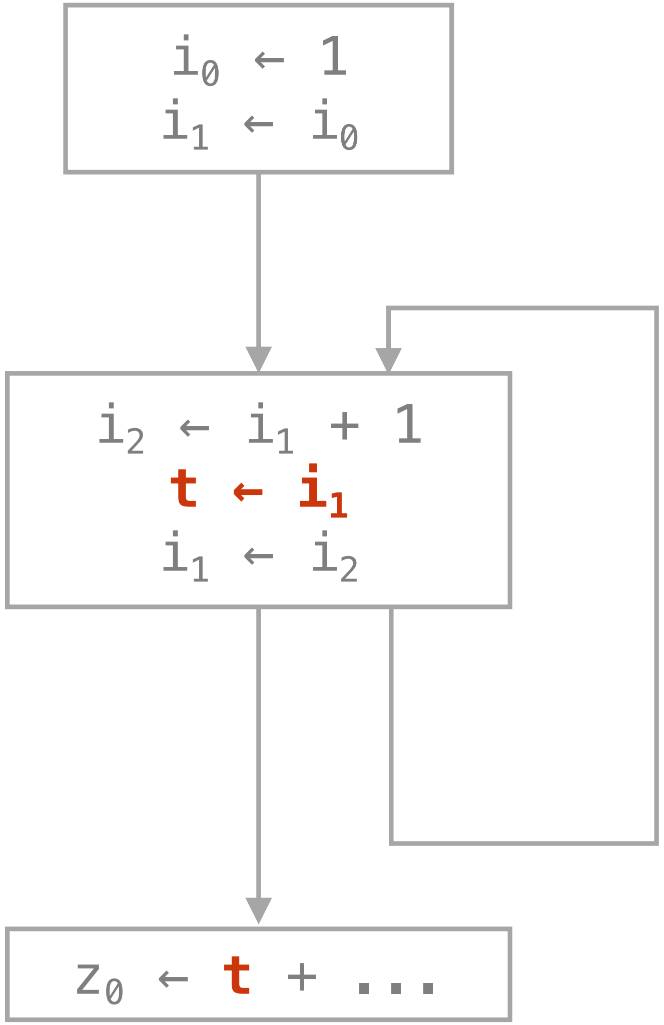
The Lost-Copy Problem の例

素朴な SSA 逆変換

ϕ関数の前の BB に適切なコピー操作を挿入

クリティカルエッジを分割できない場合

- 挿入ポイントでコピーのターゲットが生きているか確認
- 生きていれば新しい名前を導入



CFG

The Swap Problem

<u>ϕ 関数のセマンティクス</u>

1. どのエッジから来たかによって値が選択される
2. 同じブロック内の ϕ 関数は **並列に** 計算される

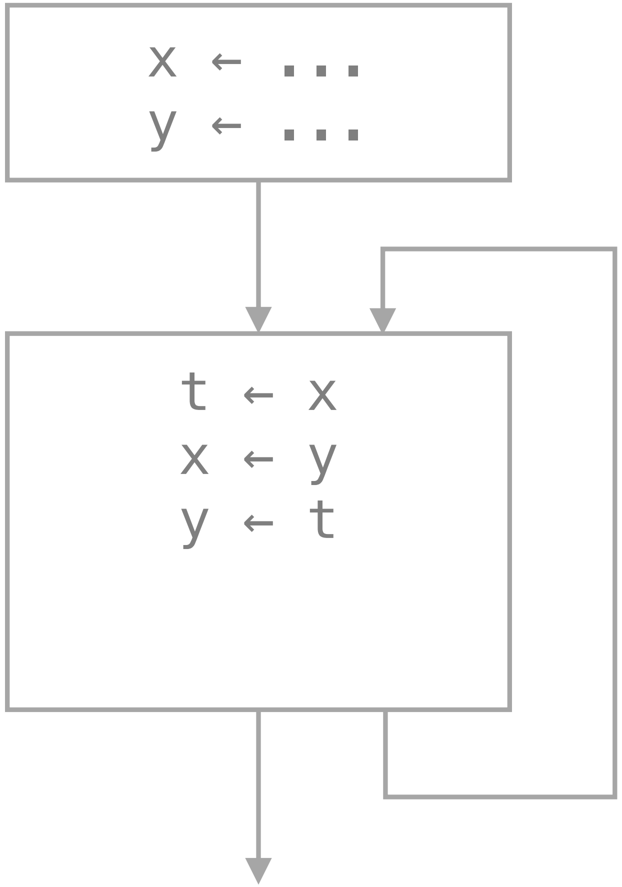
<u>素朴な SSA 逆変換の問題点</u>

素朴な SSA 逆変換は **並列な ϕ 関数** を **逐次コピー操作** に置き換える

The Swap Problem の例

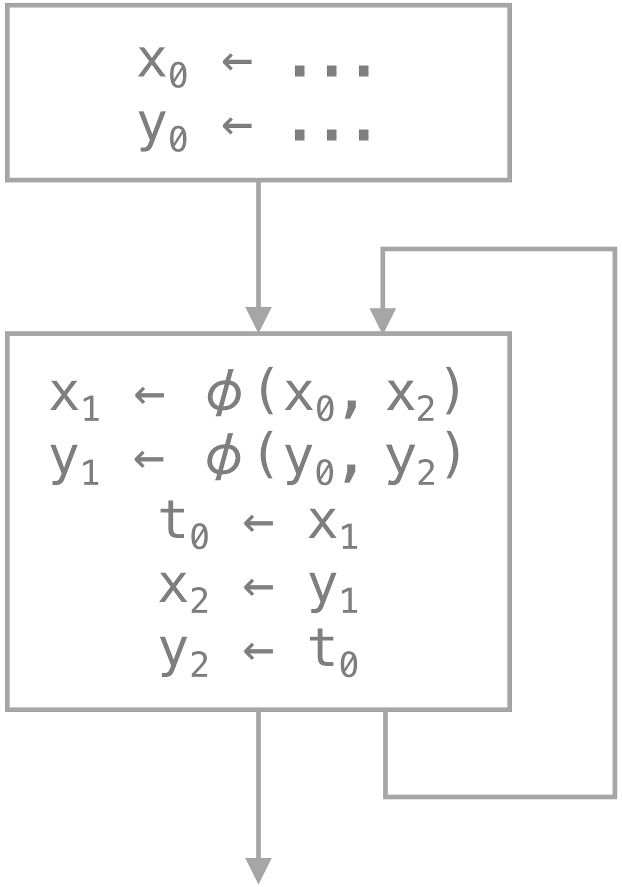
元々のコード

・x と y の値をスワップする



The Swap Problem の例

Pruned SSA

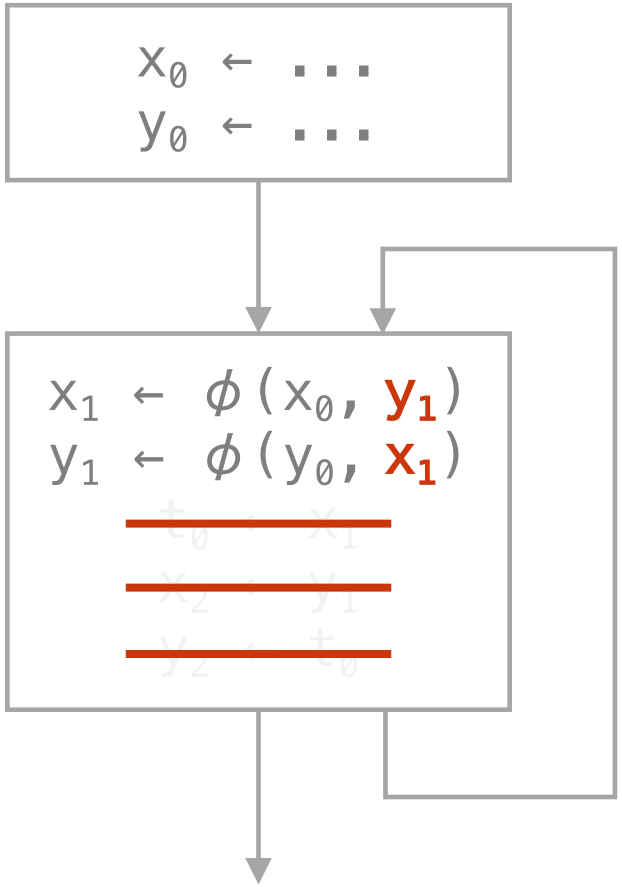


The Swap Problem の例

After Copy Folding

Copy Folding（コピー畳み込み）：

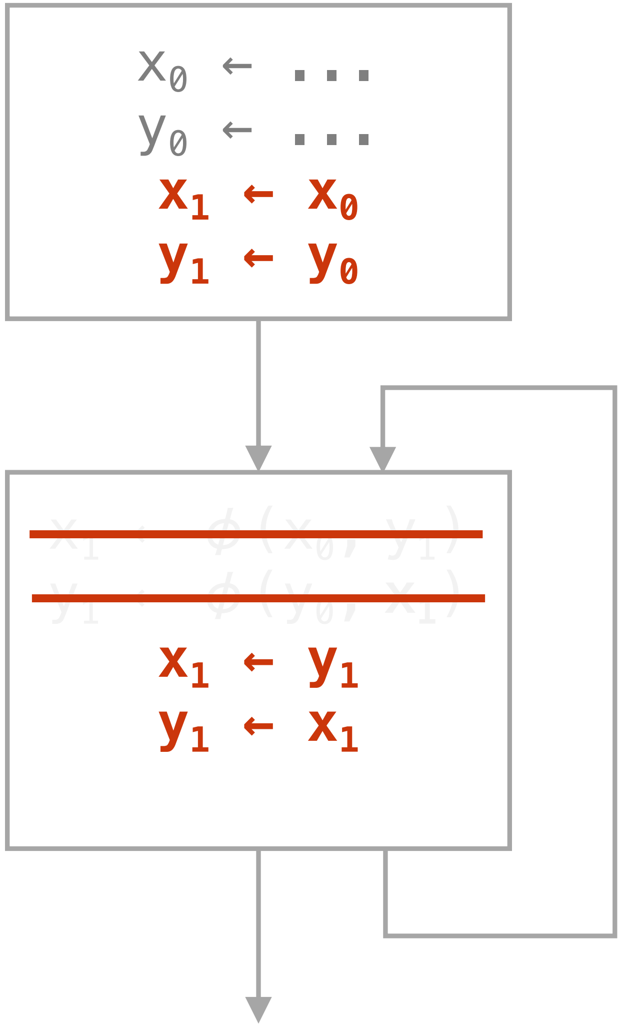
source と destination の名前を変更することで
不必要なコピー操作を削除する最適化



The Swap Problem の例

素朴な SSA 逆変換

ϕ 関数の前の BB に適切なコピー操作を挿入



The Swap Problem の例

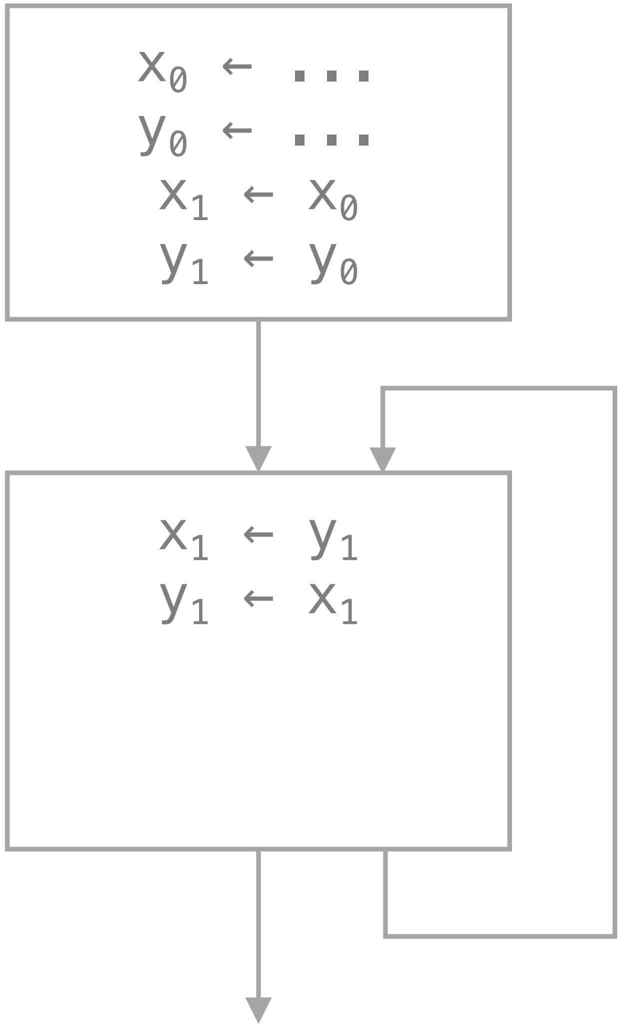
素朴な SSA 逆変換

ϕ関数の前の BB に適切なコピー操作を挿入

元々のコード

・x と y の値をスワップする

→ 元々のコードとは違うコードが生成

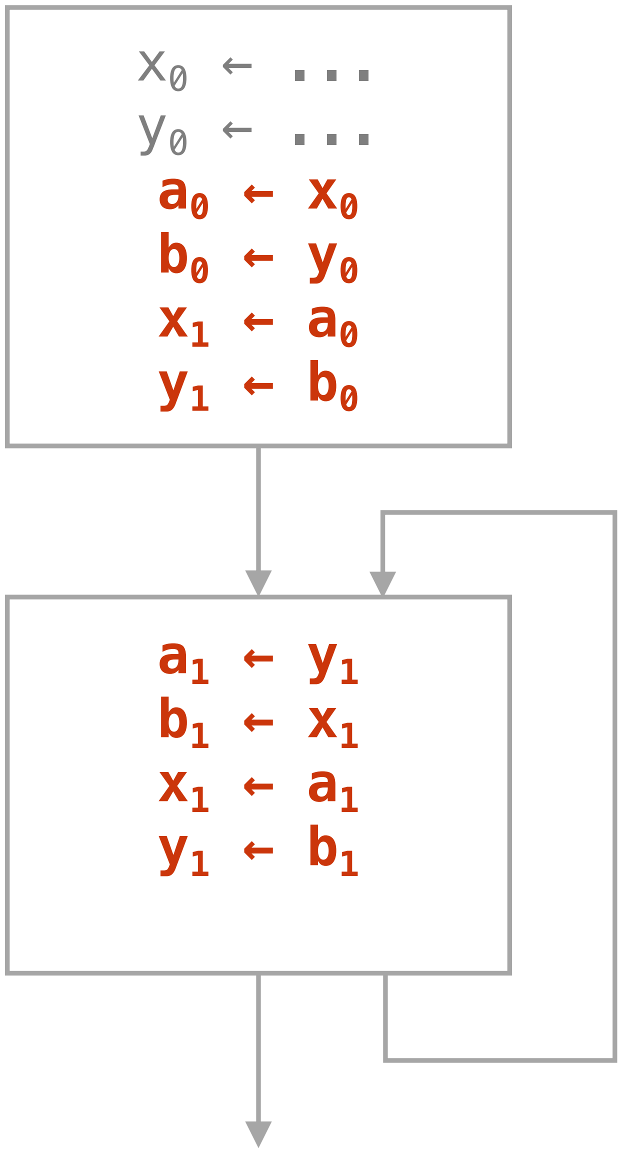


The Swap Problem の例

<u>単純な解決法</u>

ϕ関数の各引数を一時的な変数にコピーする

→ 必要なコピー操作の数が2倍



The Swap Problem の例

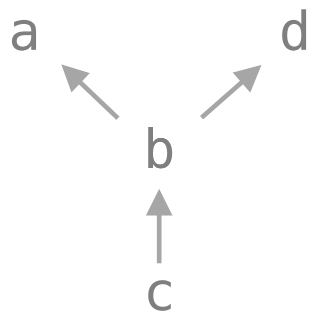
<u>依存グラフを用いた解決法</u>

・余分なコピーを減らすことができる

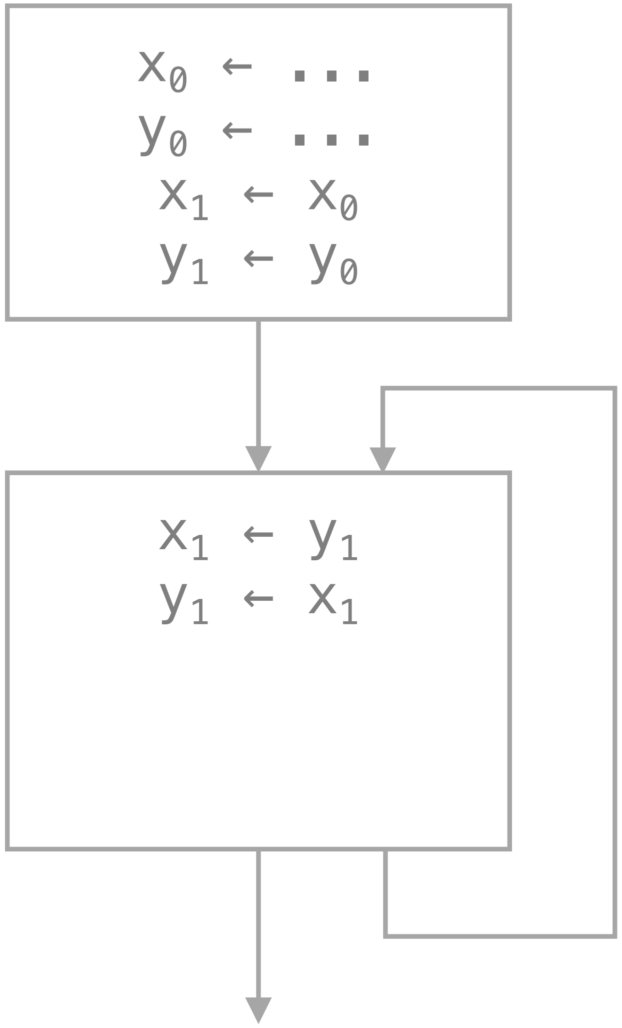
Dependence graph（依存グラフ）:

定義から使用に値の流れを表したグラフ

```
a ← b
d ← b
b ← c
```



依存グラフ

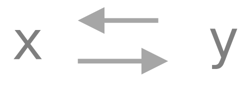


The Swap Problem の例

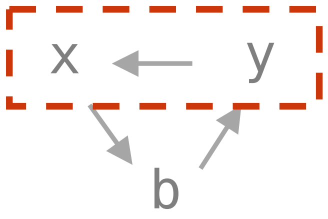
<u>依存グラフを用いた解決法</u>

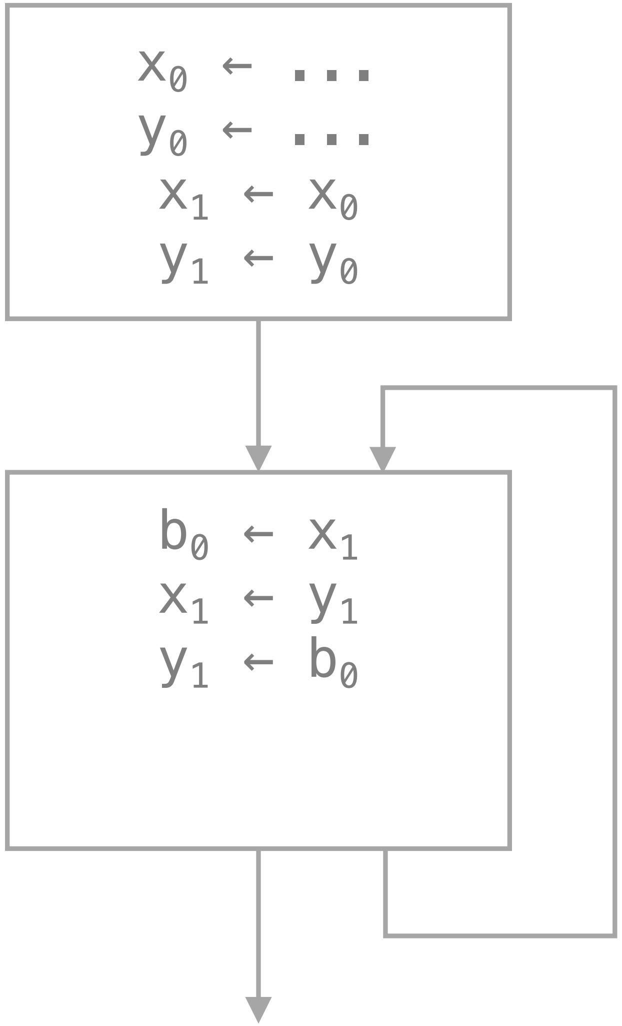
- 余分なコピーを減らすことができる
- 依存グラフにサイクルが含まれるとき
  サイクルをなくすように新しい変数を導入

```
x ← y
y ← x
```




```
b ← x
x ← y
y ← b
```





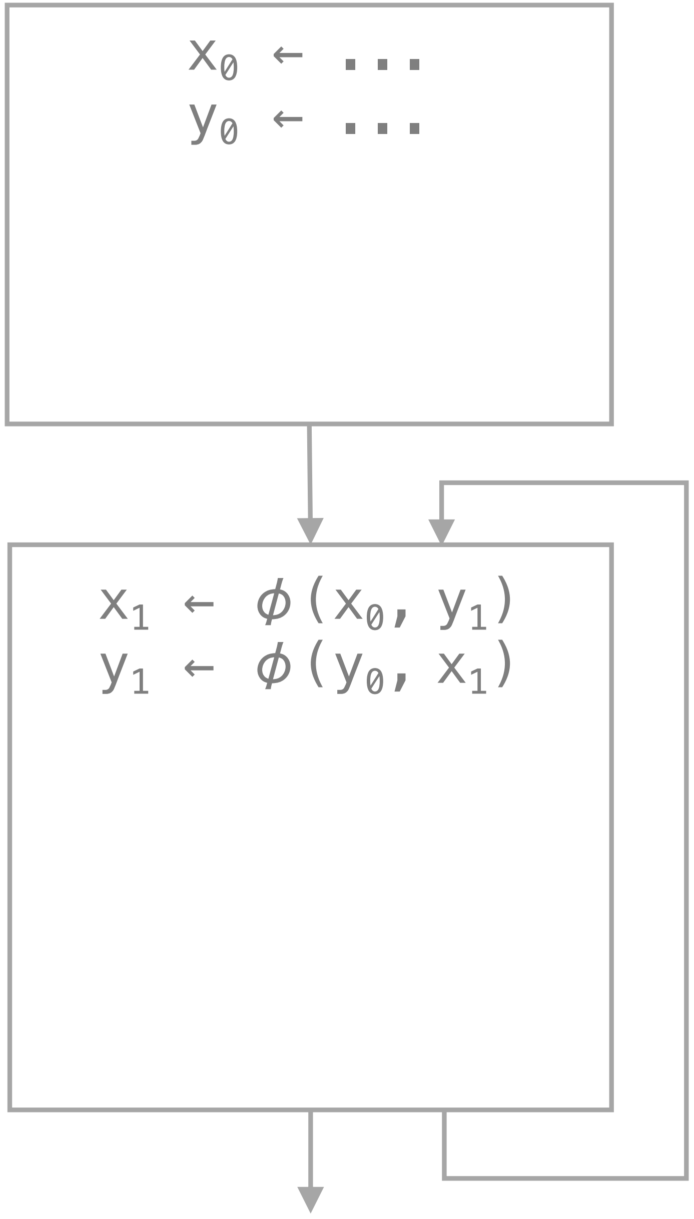
A Unified Approach to Out-of-SSA Translation

- 素朴な SSA 逆変換とその問題点を2つ見てきた
  - The Lost-Copy Problem
  - The Swap Problem
- 前に見た解決法は美しくないので、統一された SSA 逆変換のアルゴリズムを説明する

Phase One

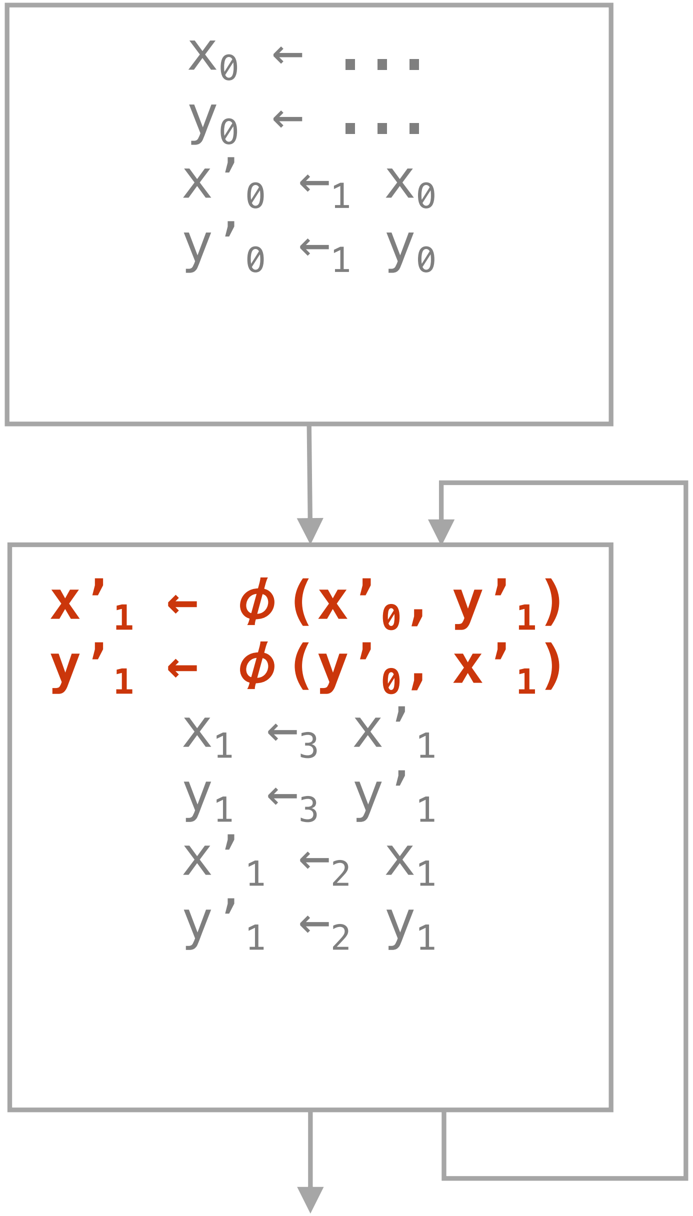
Pruned SSA Form, Copies Folded

・この例も x と y の値をスワップするプログラム



Phase One

- ϕ関数の名前空間を分離する



Phase One

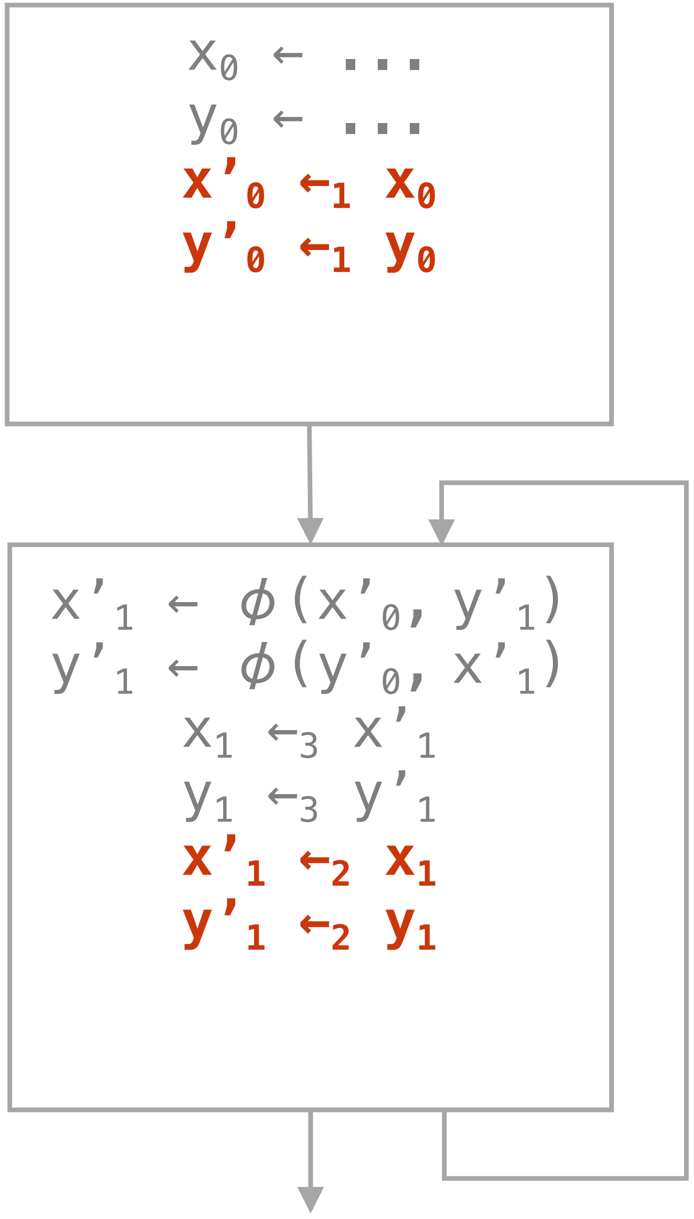
- ϕ関数の名前空間を分離する
  - 引数をコードの名前空間と対応させる

    → ϕ関数の前の BB の最後にコピー操作を追加

並列コピーグループ： $\leftarrow_i$

同じグループの操作は並列に実行される

→ 命令順を入れ替えても結果は同じ



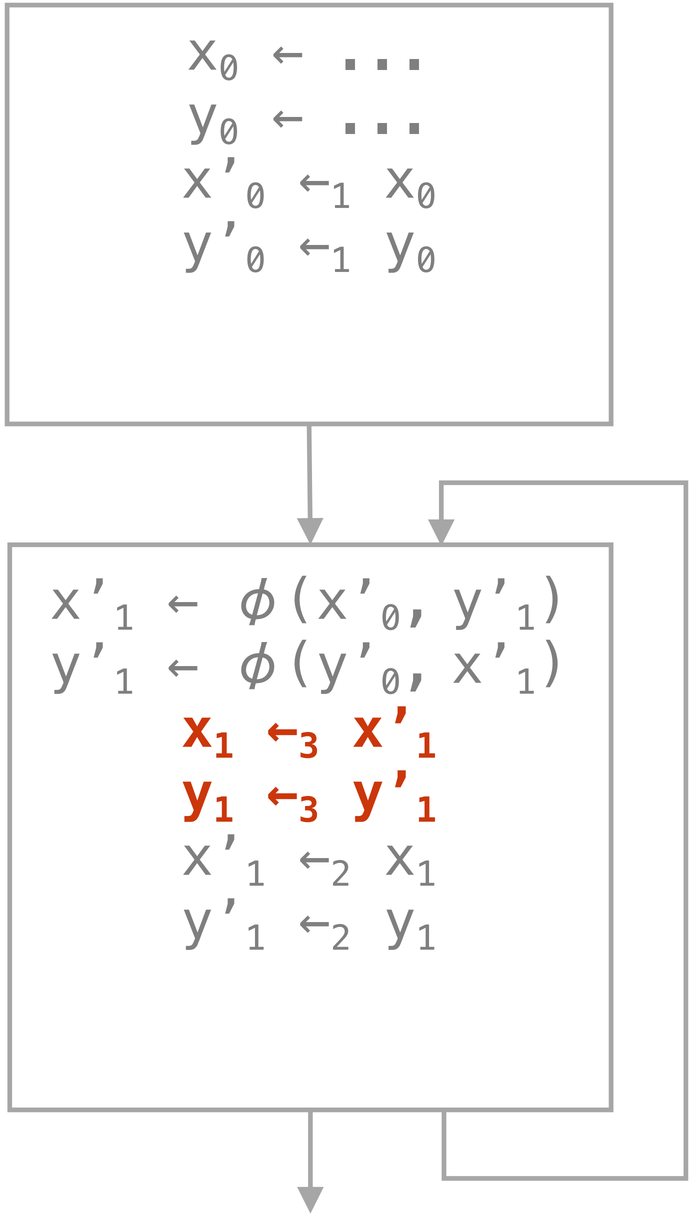
Phase One

- ϕ関数の名前空間を分離する
  - 引数をコードの名前空間と対応させせる
    - → ϕ関数の前の BB の最後にコピー操作を追加
  - ϕ関数の定義をコードの名前空間と対応させせる

並列コピーグループ： $\leftarrow_i$

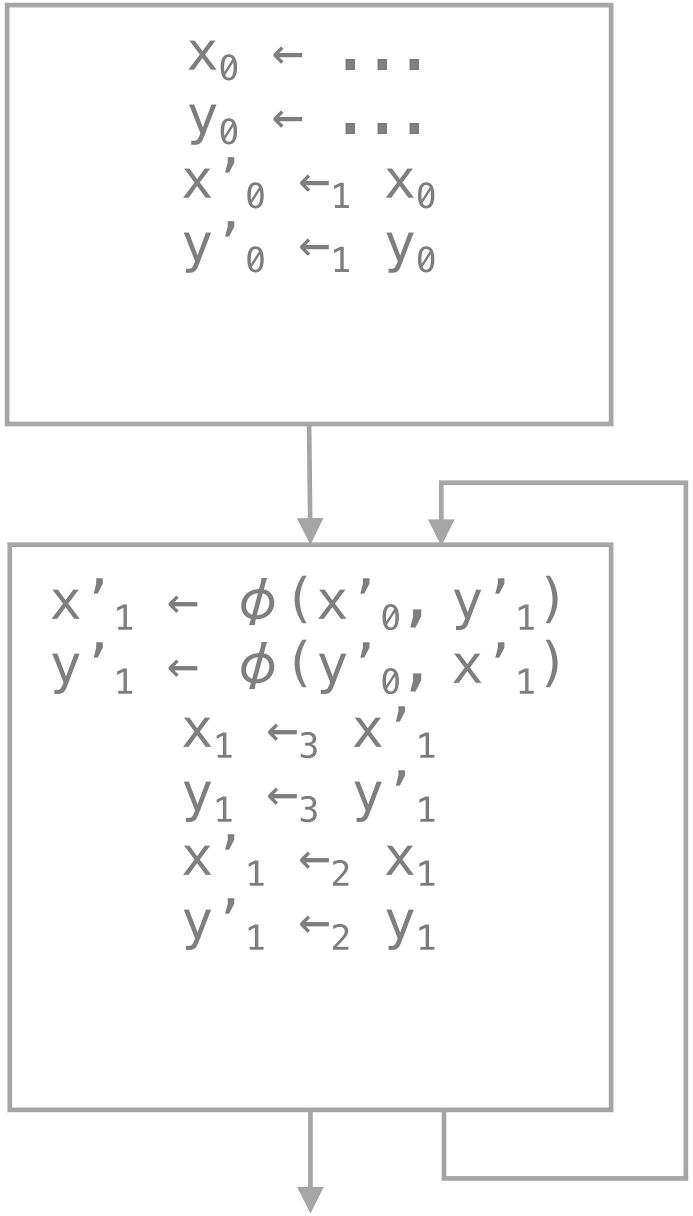
同じグループの操作は並列に実行される

→ 命令順を入れ替えても結果は同じ



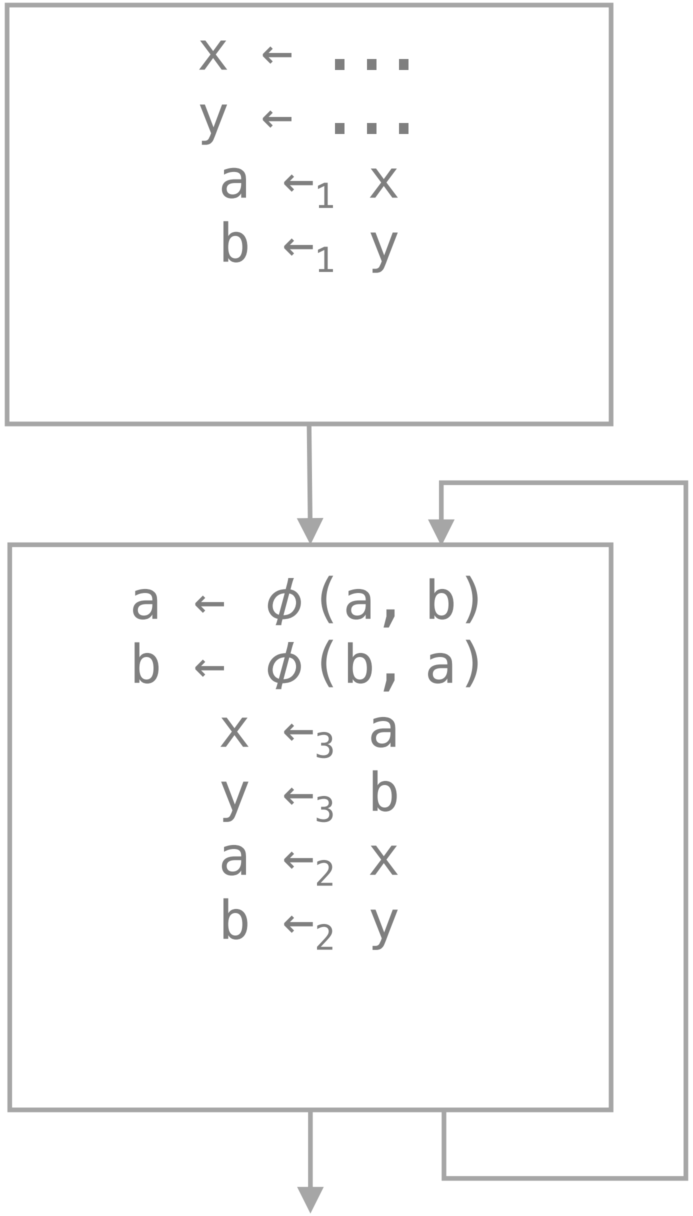
Phase One

- ϕ関数の名前空間を分離する
  - ϕ関数で使われる変数を外部と分離
  - ϕ関数の外部 (コピー操作) で並列実行の影響を表せる



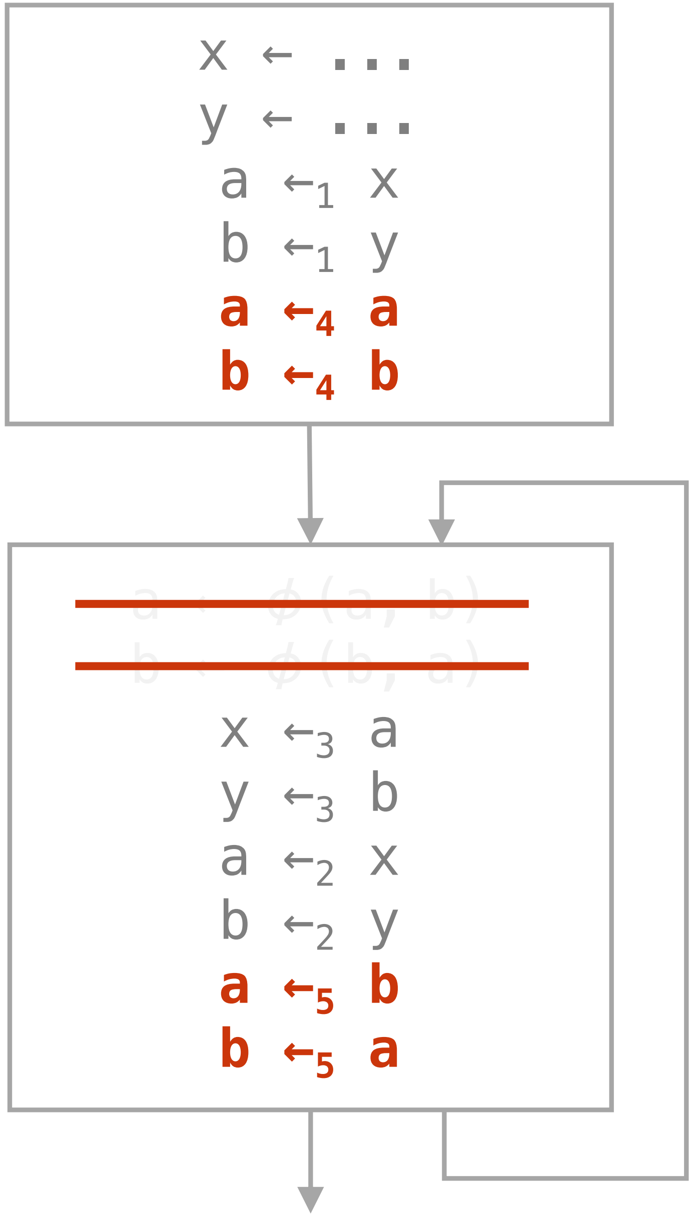
Phase One

- ϕ関数の名前空間を分離する
  - ϕ関数で使われる変数を外部と分離
  - ϕ関数の外部 (コピー操作) で並列実行の影響を表せる
- (説明の都合上？)
  元のコードと意味が同じになるため、
  変数を改名し、変数の添え字を外す



Phase Two

- 素朴な手法のように、ϕ関数を削除し、コピー操作を追加
  - → ϕ関数の並列セマンティクスを表すため、並列コピー操作を挿入



Phase Three

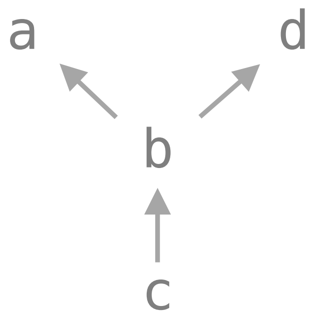
- 並列コピーグループを意味が等しくなるように逐次コピー操作に変更

  → 並列コピーグループのデータ依存グラフを作成

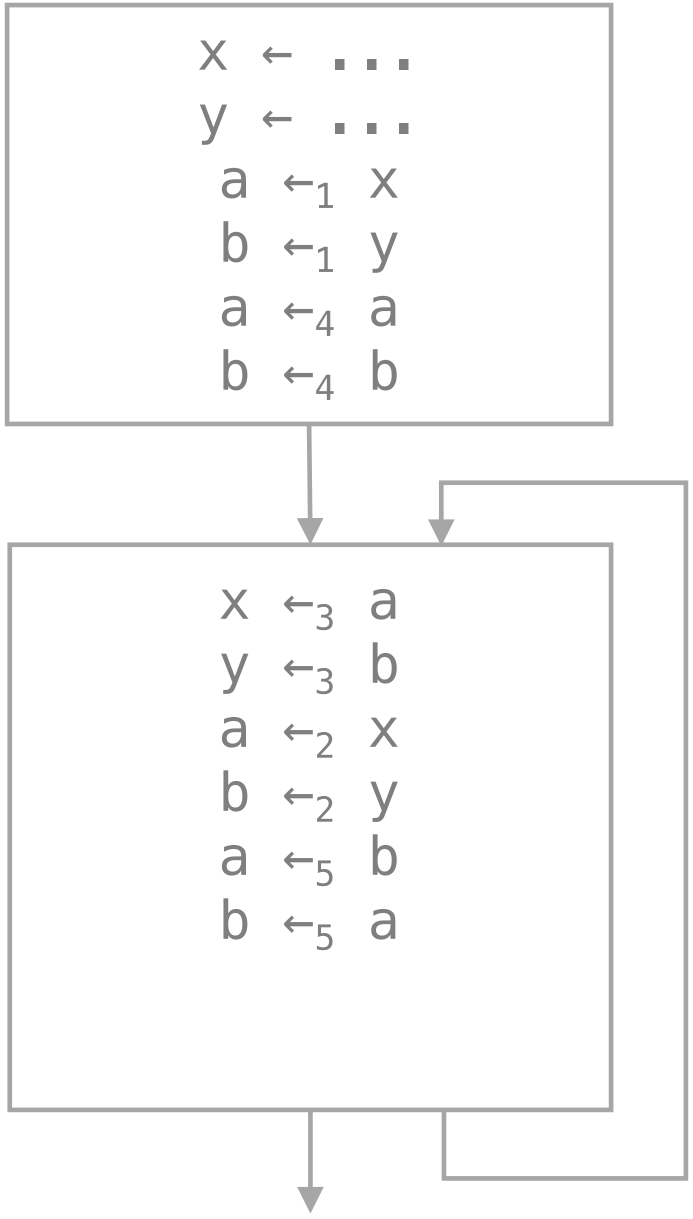
Data-dependence graph（データ依存グラフ）

定義から使用に値の流れを表したグラフ

```
a ←1 b
b ←1 c
d ←1 b
```



データ依存グラフ



Phase Three

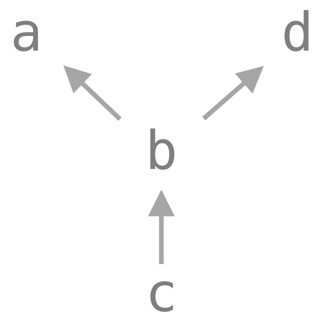
- 並列コピーグループを意味が等しくなるように逐次コピー操作に変更

  → 並列コピーグループのデータ依存グラフを作成

依存グラフにサイクルがないとき

グラフが表す順序で逐次コピー操作に置き換える

$a \leftarrow_1 b$
$b \leftarrow_1 c$
$d \leftarrow_1 b$

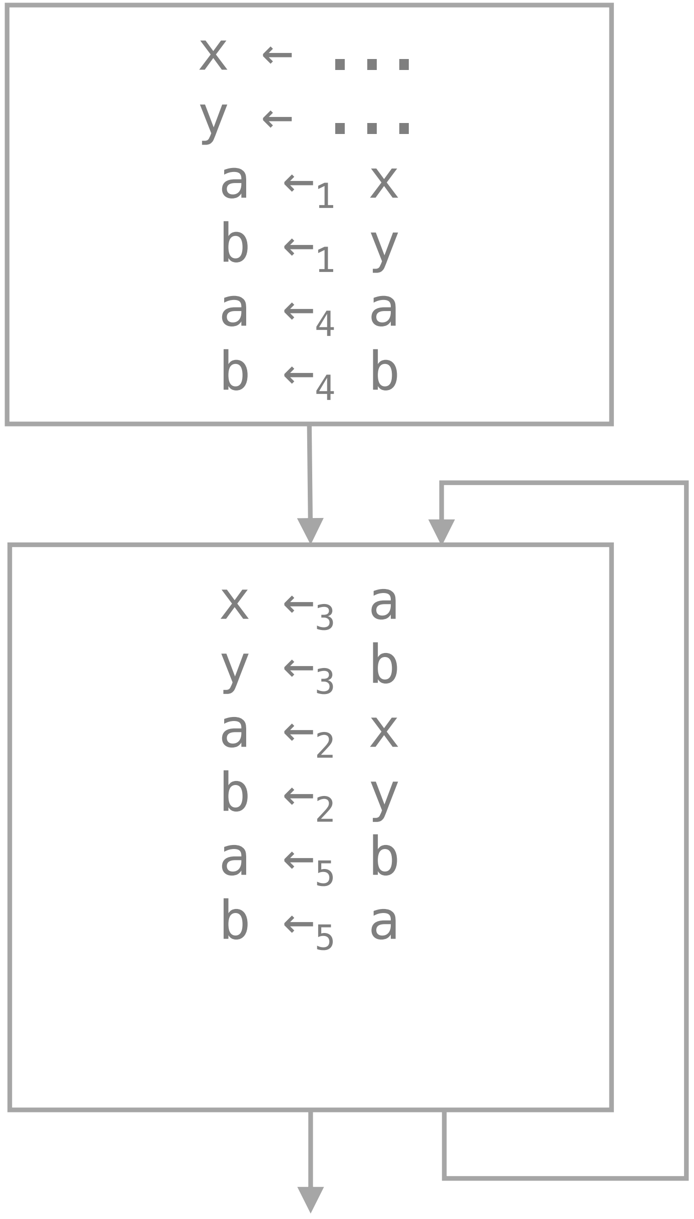


データ依存グラフ

Q.

$a \leftarrow b$
$b \leftarrow c$
$d \leftarrow b$

の順序の制約は？



Phase Three

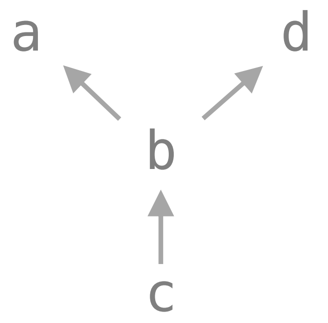
- 並列コピーグループを意味が等しくなるように逐次コピー操作に変更

  → 並列コピーグループのデータ依存グラフを作成

依存グラフにサイクルがないとき

グラフが表す順序で逐次コピー操作に置き換える

$a \leftarrow_1 b$
$b \leftarrow_1 c$
$d \leftarrow_1 b$

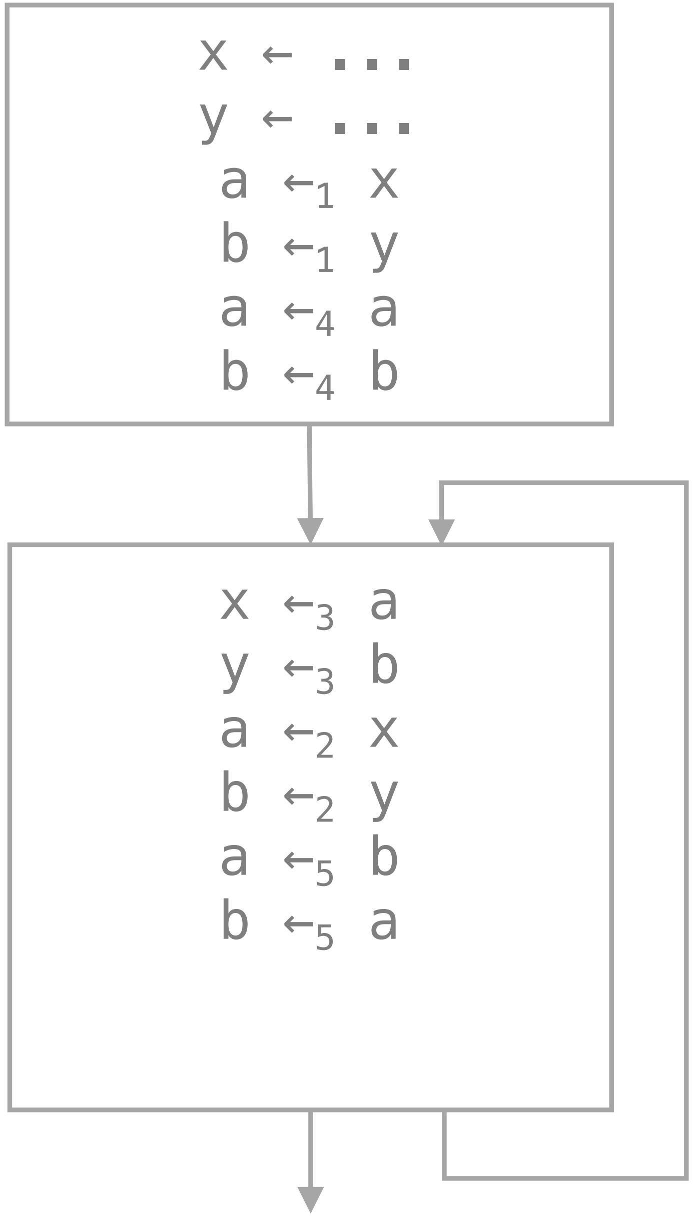


データ依存グラフ

$a \leftarrow b$
$d \leftarrow b$

の後に

$b \leftarrow c$



Phase Three

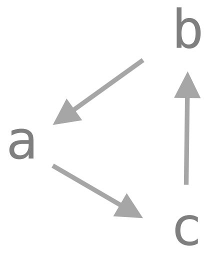
- 並列コピーグループを意味が等しくなるように逐次コピー操作に変更

  → 並列コピーグループのデータ依存グラフを作成

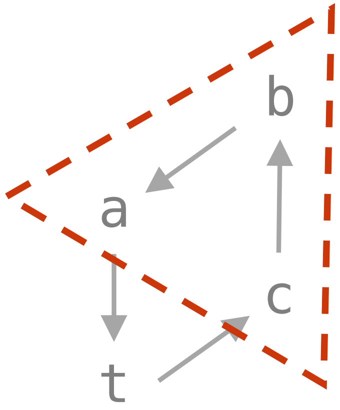
依存グラフにサイクルがあるとき

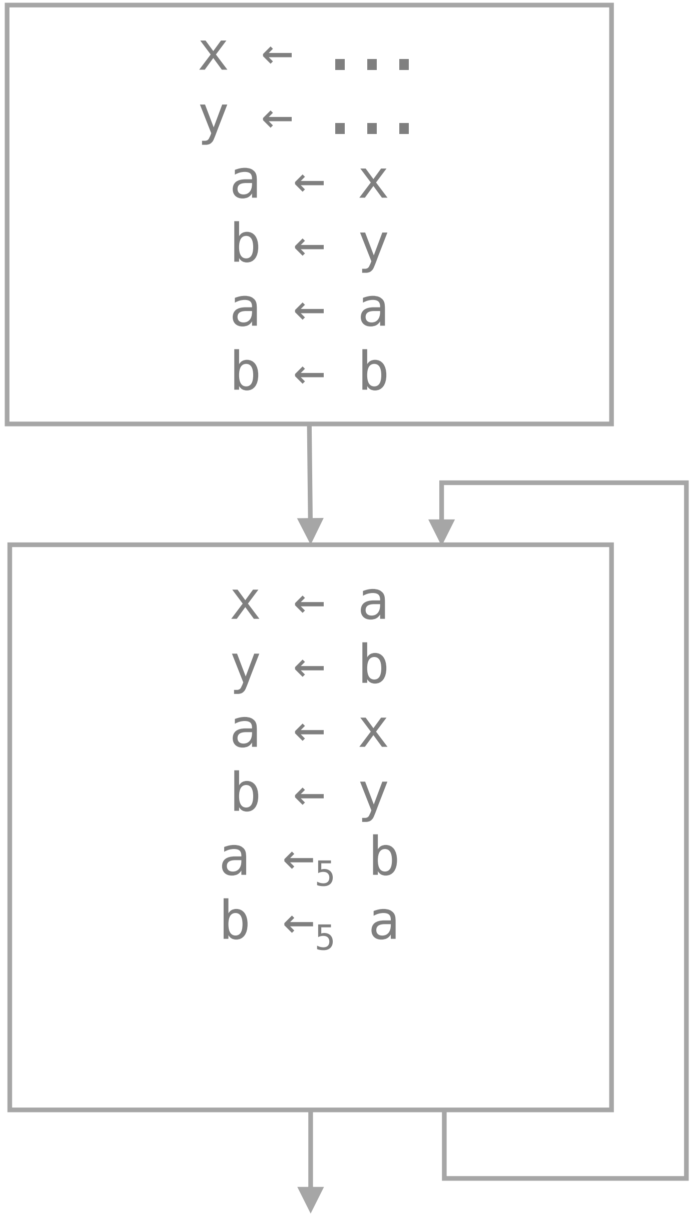
サイクルをなくすようにコピー操作に書き換える

$a \leftarrow_2 b$
$b \leftarrow_2 c$
$c \leftarrow_2 a$



t ← a
a ← b
b ← c
c ← t





Phase Three

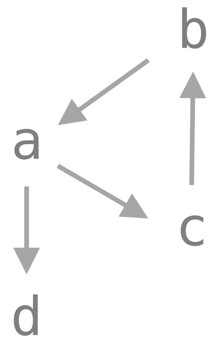
- 並列コピーグループを意味が等しくなるように逐次コピー操作に変更

  → 並列コピーグループのデータ依存グラフを作成

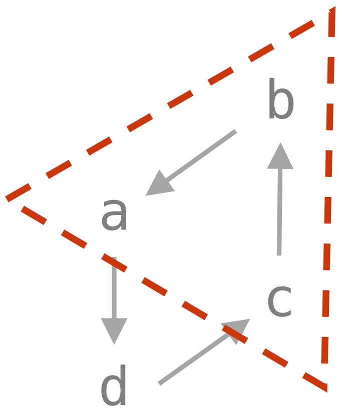
依存グラフにサイクルがあるとき

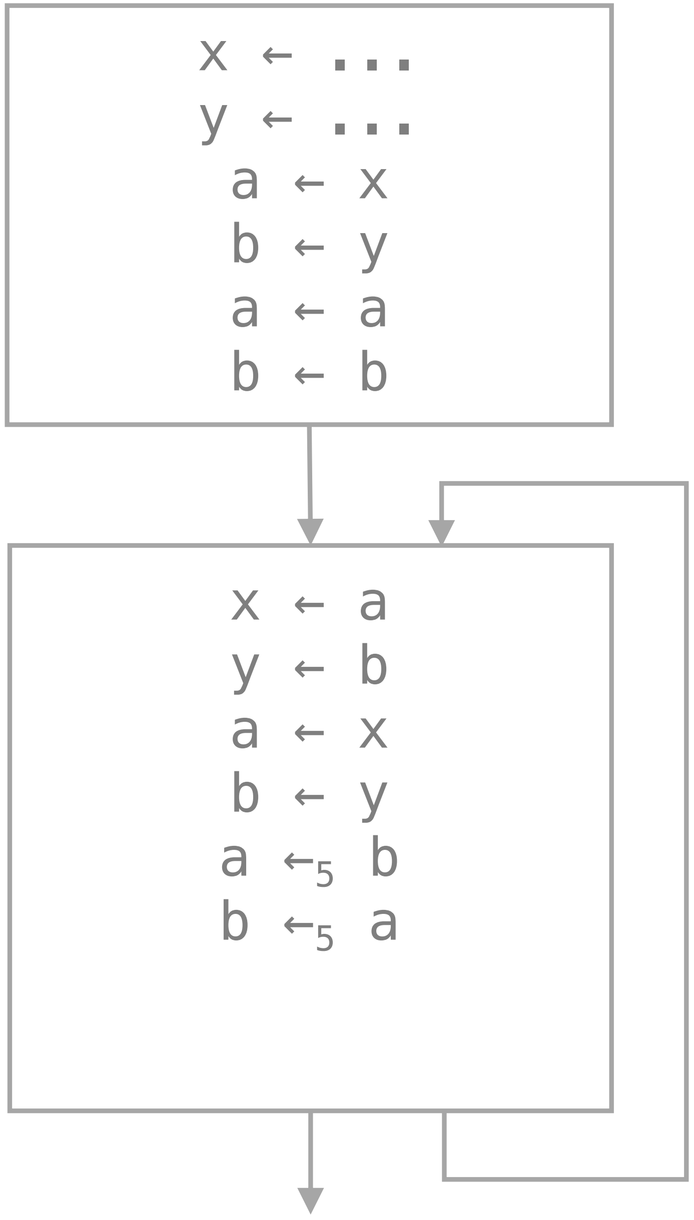
サイクルがあっても新しい変数を追加しなくて良い場合も

$d \leftarrow_2 a$
$a \leftarrow_2 b$
$b \leftarrow_2 c$
$c \leftarrow_2 a$



$d \leftarrow a$
$a \leftarrow b$
$b \leftarrow c$
$c \leftarrow d$





Phase Three

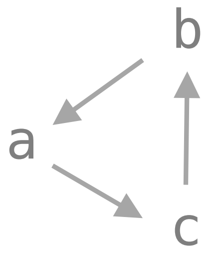
- 並列コピーグループを意味が等しくなるように逐次コピー操作に変更

  → 並列コピーグループのデータ依存グラフを作成

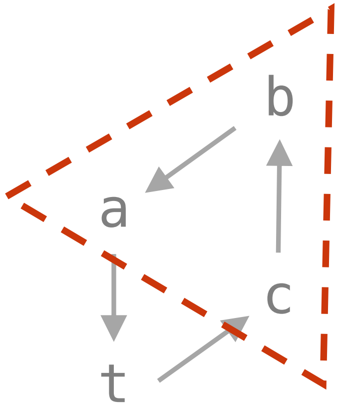
依存グラフにサイクルがあるとき

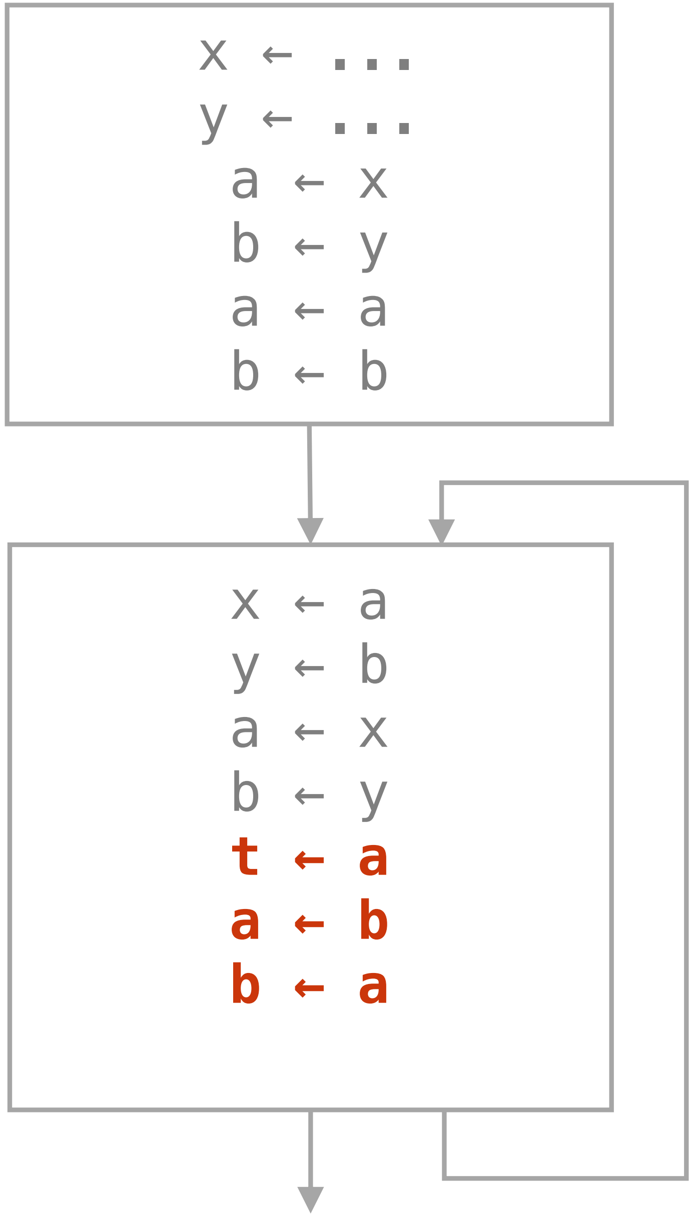
サイクルをなくすようにコピー操作に書き換える

$a \leftarrow_2 b$
$b \leftarrow_2 c$
$c \leftarrow_2 a$




```
t ← a
a ← b
b ← c
c ← t
```





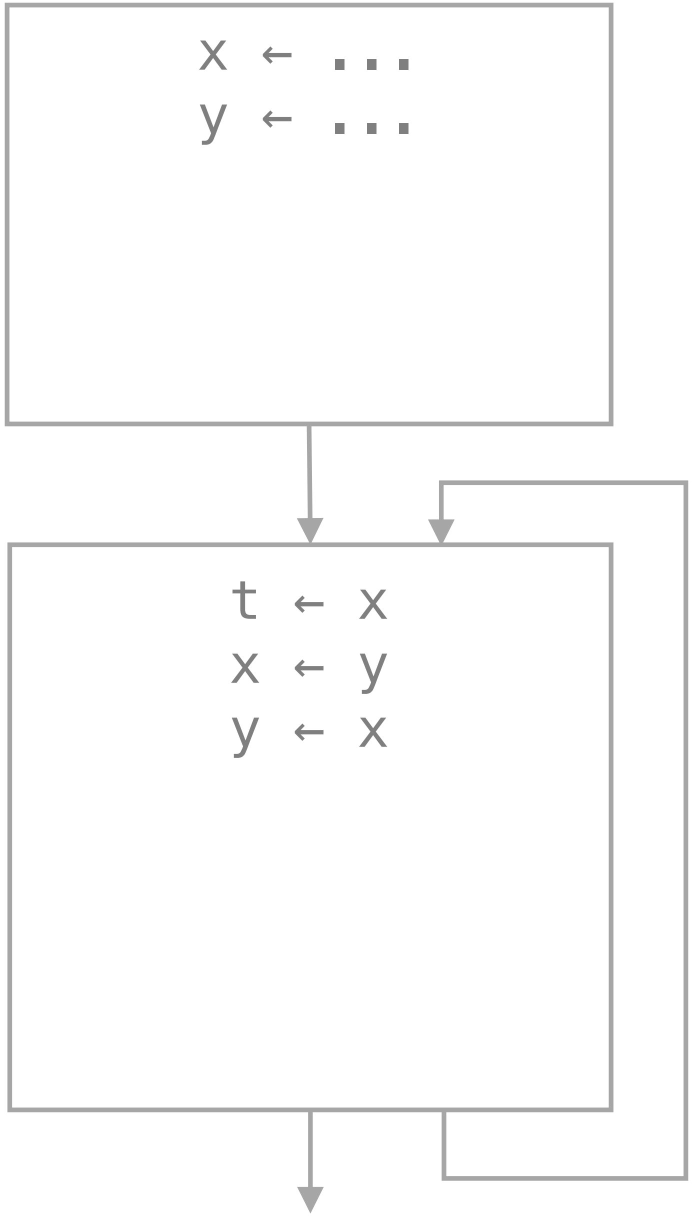
Phase Three

・並列コピーグループを意味が等しくなるように
　逐次コピー操作に変更

→ 並列コピーグループのデータ依存グラフを作成

Copy folding 後

・元々のコードの意味を保持しつつ
　SSA ではない形式に戻すことができた



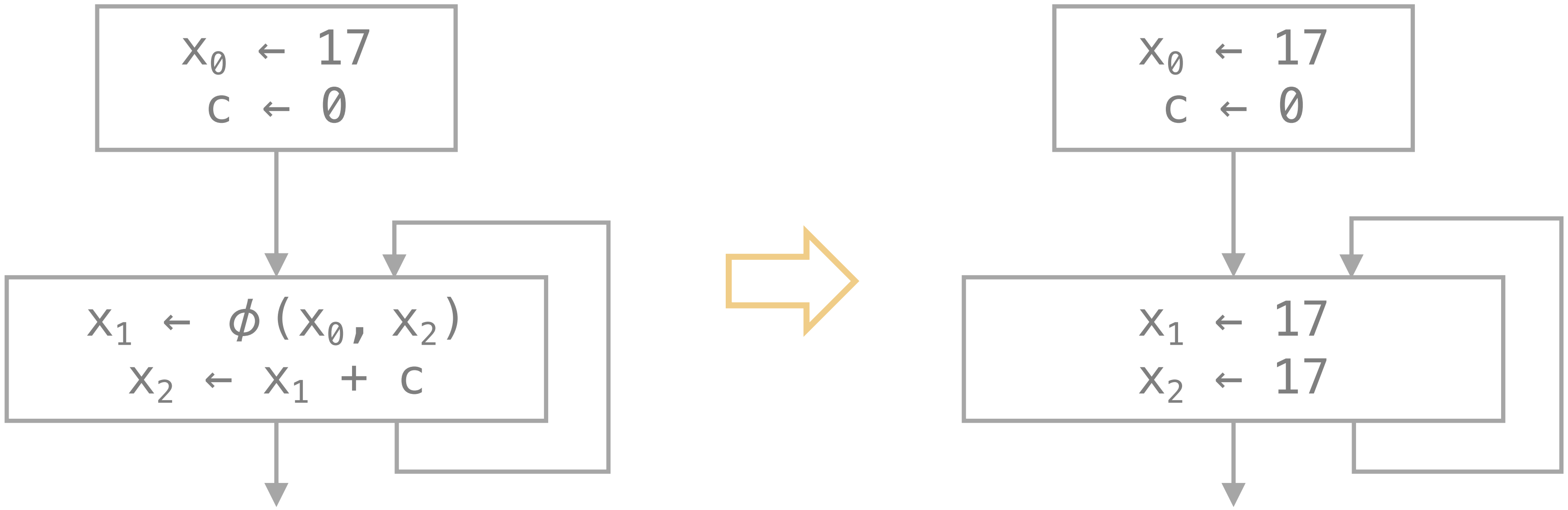
いわき vs 山口
at いわき

9.3.6 Using SSA Form

・SSA 形式を使うことで解析や最適化の質を上げることができる

Sparce Simple Constant Propagation（SSCP）

定数伝播問題



Meet-Semilattice

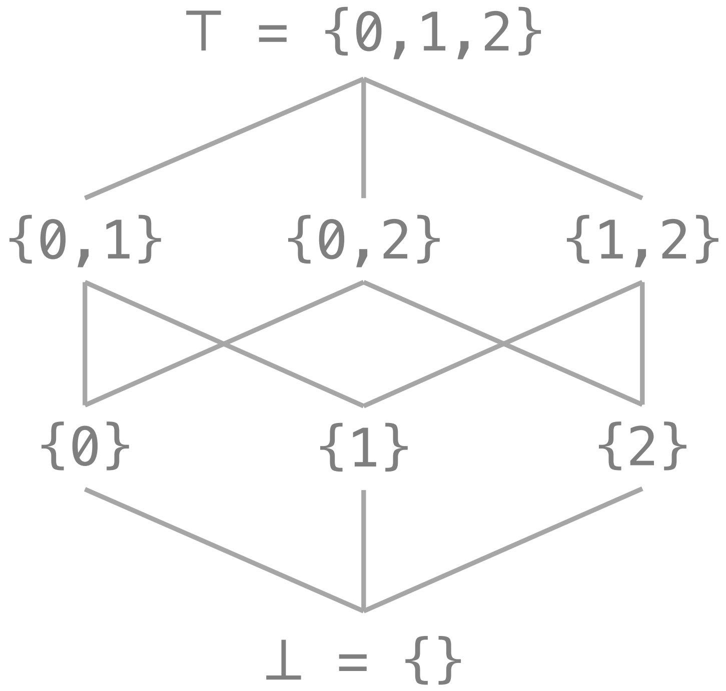
順序集合 $(L, \geq)$ が下半束 (meet-semilattice):

集合の任意の2元 x, y に対して、
それらの下限 $x \wedge y$ が存在する

meet operator $\wedge$

$\forall a, b, c \in L$

1. 冪等性 : $a \wedge a = a$
2. 可換性 : $a \wedge b = b \wedge a$
3. 結合性 : $a \wedge (b \wedge c) = (a \wedge b) \wedge c$



Meet-Semilattice

順序集合 $(L, \geq)$ が下半束 (meet-semilattice):

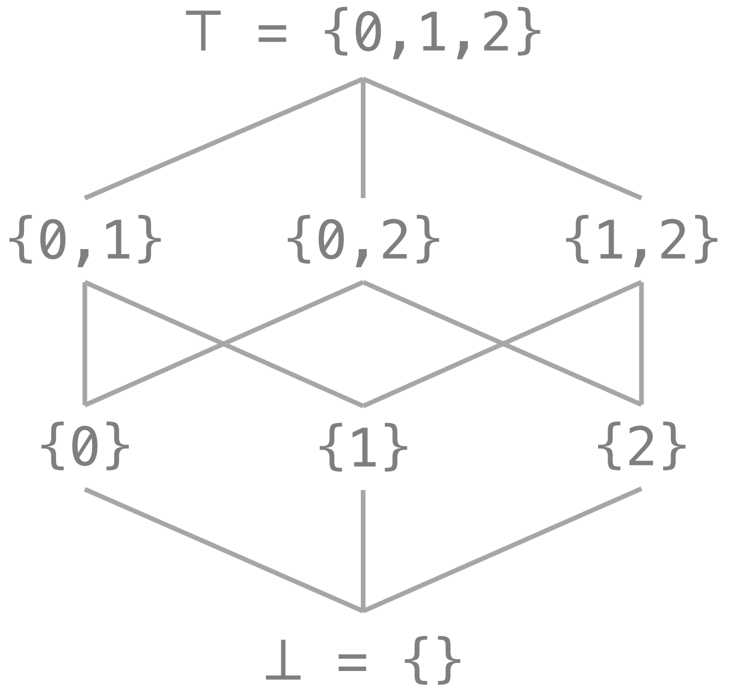
集合の任意の2元 x, y に対して、

それらの下限 $x \wedge y$ が存在する

meet operator $\wedge$

$$a \geq b \Longleftrightarrow a \wedge b = b$$

$$a > b \Longleftrightarrow a \geq b \text{ and } a \neq b$$



Meet-Semilattice

順序集合 $(L, \geq)$ が下半束 (meet-semilattice):

集合の任意の2元 x, y に対して、

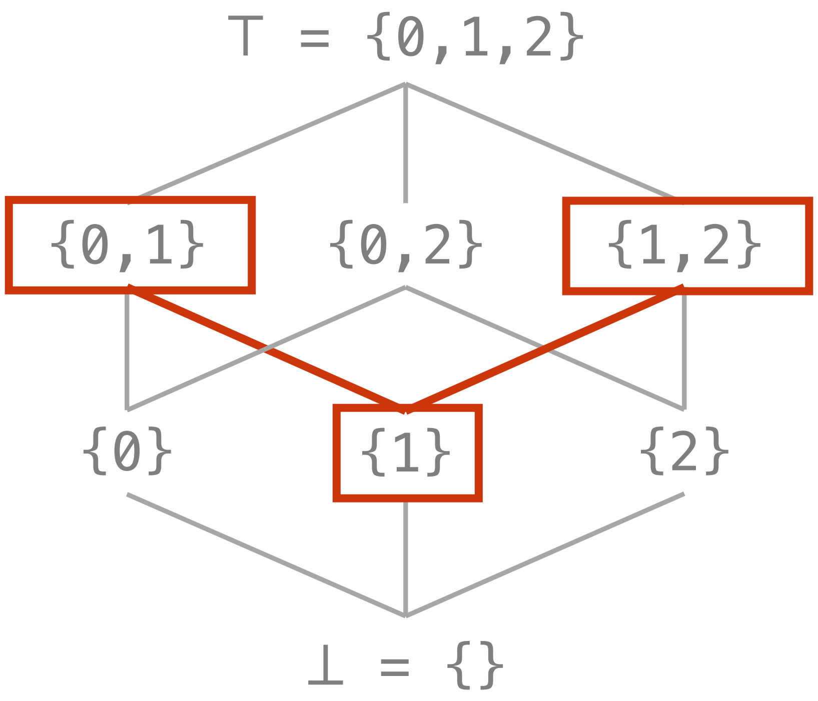
それらの下限 $x \wedge y$ が存在する

L: {0,1,2} の冪集合

二項関係: ⊆

meet operator: ∩

{0,1} ∩ {1,2} = {1}



Meet-Semilattice

順序集合 $(L, \geq)$ が下半束 (meet-semilattice):

集合の任意の2元 x, y に対して、

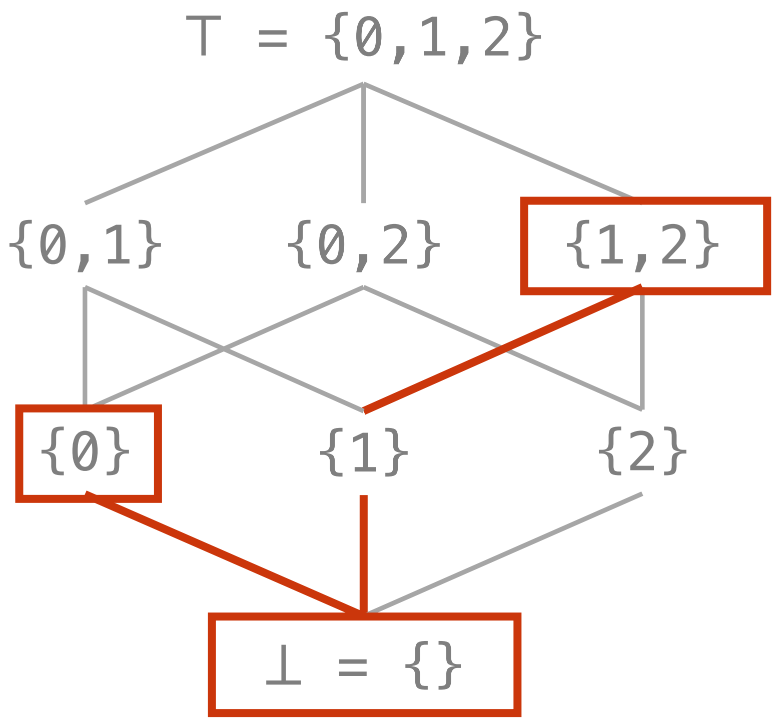
それらの下限 $x \wedge y$ が存在する

L: {0,1,2} の冪集合

二項関係: ⊆

meet operator: ∩

{0} ∩ {1,2} = {}



Meet-Semilattice

順序集合 $(L, \geq)$ が下半束 (meet-semilattice) :

集合の任意の2元 x, y に対して、

それらの下限 $x \wedge y$ が存在する

bottom : $\perp$

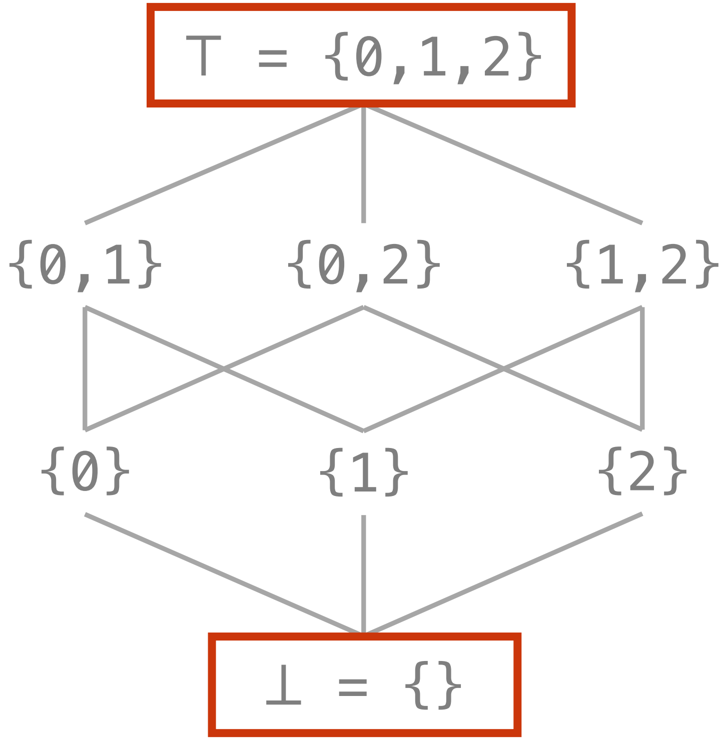
→ すべての要素の下限

$$\forall a \in L, a \wedge \perp = \perp, \quad \text{and} \quad \forall a \in L, a \geq \perp$$

top : $\top$

→ すべての要素の上限 (なくてもよい)

$$\forall a \in L, a \wedge \top = a, \quad \text{and} \quad \forall a \in L, \top \geq a$$



Meet-Semilattice

順序集合 $(L, \geq)$ が下半束（meet-semilattice）:

集合の任意の2元 x, y に対して、

それらの下限 $x \wedge y$ が存在する

L:　自然数の集合

二項関係:　通常の数の大小関係

Q.　meet operator は？

$$a \geq b \Longleftrightarrow a \wedge b = b$$

Meet-Semilattice

順序集合 $(L, \geq)$ が下半束 (meet-semilattice):

集合の任意の2元 x, y に対して、
それらの下限 $x \wedge y$ が存在する

L: 自然数の集合

二項関係: 通常の数の大小関係

meet operator : `min`

$$a \geq b \Longleftrightarrow a \wedge b = b$$

$\vdots$
|
3
|
2
|
1
|
0

SSCP

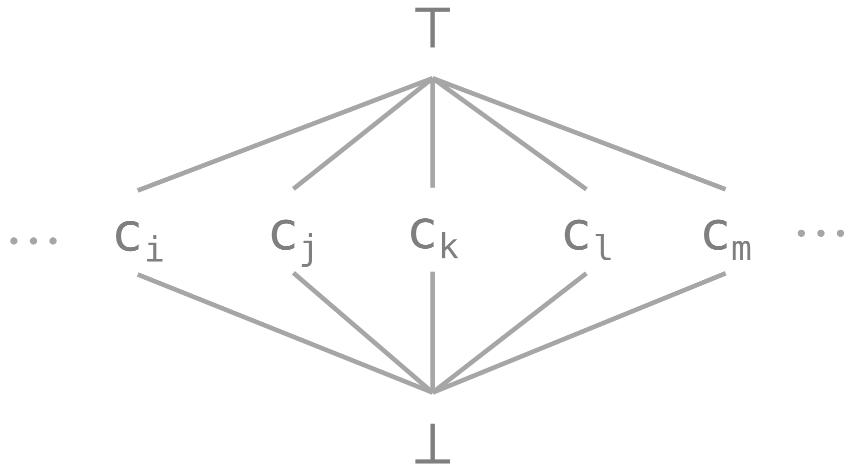
- 定数伝播のアルゴリズム
- 各 SSA 名について右図のような半束を構築
- ⊥, ⊤, 定数値の無限集合

  ⊤ : 定数かどうか分からない

  → その値に関する情報を今後発見するかも

  ⊥ : 定数ではない

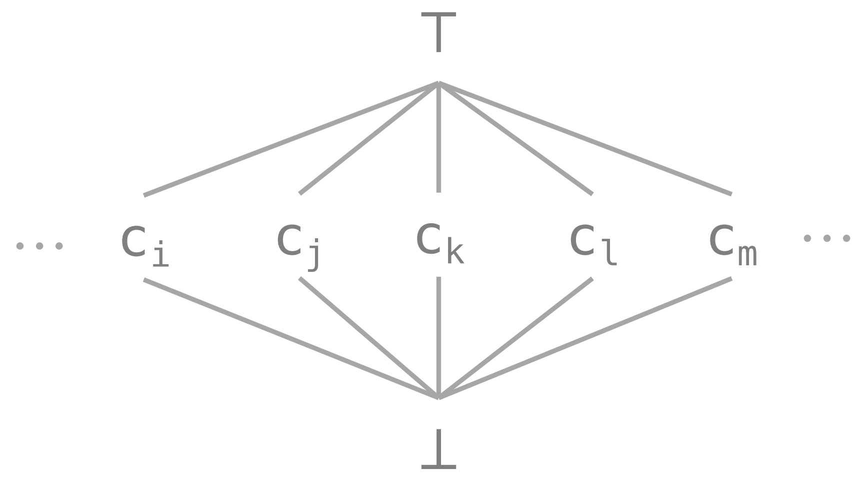
- 2つのステップ
  1. 初期化フェーズ
  2. 伝播フェーズ



SSCP：初期化フェーズ

- Value(n)：SSA名 n の値
- Value(n) を以下のように初期化
  1. n が ϕ 関数で定義された変数なら ⊥
  2. n が定数かどうか分からないなら ⊥
  3. n が定数 c_i なら c_i
  4. n が定数でないなら ⊤

     → n が外部の入力によって与えられる場合など



⊤： 定数かどうか分からない

⊥： 定数ではない

SSCP：伝播フェーズ

- 定数・定数ではない SSA 名の使用箇所で定義された SSA 名に情報を伝播

```
while len(worklist) > 0:
  n = worklist.remove()
  for op in use_operations(n):
    m = define_SSA_name(op)
    if Value(m) != ⊥:
      t = Value(m)
      Value(m) = result(op)
      if Value(m) != t:
        worklist.add(m)
```