* 解答 ([　] 内の数字は配点)

設問 (1)：	$V_0 Bl$	[2]	設問 (2)：	$\frac{v_0 Bl}{R}$	[2]
設問 (3)：I_l	(キ)	[3]	設問 (3)：I_1	**(エ)**	[3]
設問 (4)：(a)	$d + \Delta d\left(1 - \frac{k}{n}\right)$	[3]	設問 (4)：(b)	$\varepsilon_0 \frac{a\Delta x}{d+\Delta d\left(1-\frac{k}{n}\right)}$	[3]
設問 (4)：(c)	$\frac{\varepsilon_0 a}{\Delta d} \log\left(1 - \frac{\Delta d}{d}\right)$	[4]	設問 (5)：(d)	$\frac{I_2}{2r}$	[2]
設問 (5)：(e)	$\frac{\mu A}{2r} I_2$	[3]	設問 (5)：(f)	$\frac{\mu A}{2r} \Delta I_2$	[2]
設問 (5)：(g)	$\frac{\mu A N_1}{2r}$	[3]	設問 (6)：	0	[2]
設問 (7)：	(ア)				[3]
設問 (8)：(h)	$I_0 \omega L \cos(\omega t + \phi)$	[2]	設問 (8)：(i)	$-\frac{I_0}{\omega} \cos(\omega t + \phi)$	[2]
設問 (8)：(j)	$I_0 \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \sin(\omega t + \phi)$				[2]
設問 (8)：(k)	$\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$	[2]	設問 (8)：(l)	$\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$	[3]

(計算)　$I_0 = \frac{V_0}{\sqrt{R^2+\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$ であり V_0 は一定なので、

I_0 が最大の時は $\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$ は最小になる。よって、$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ から、求める周波数は、

$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

設問 (9)：(答)	$\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$	[4]

* 解説

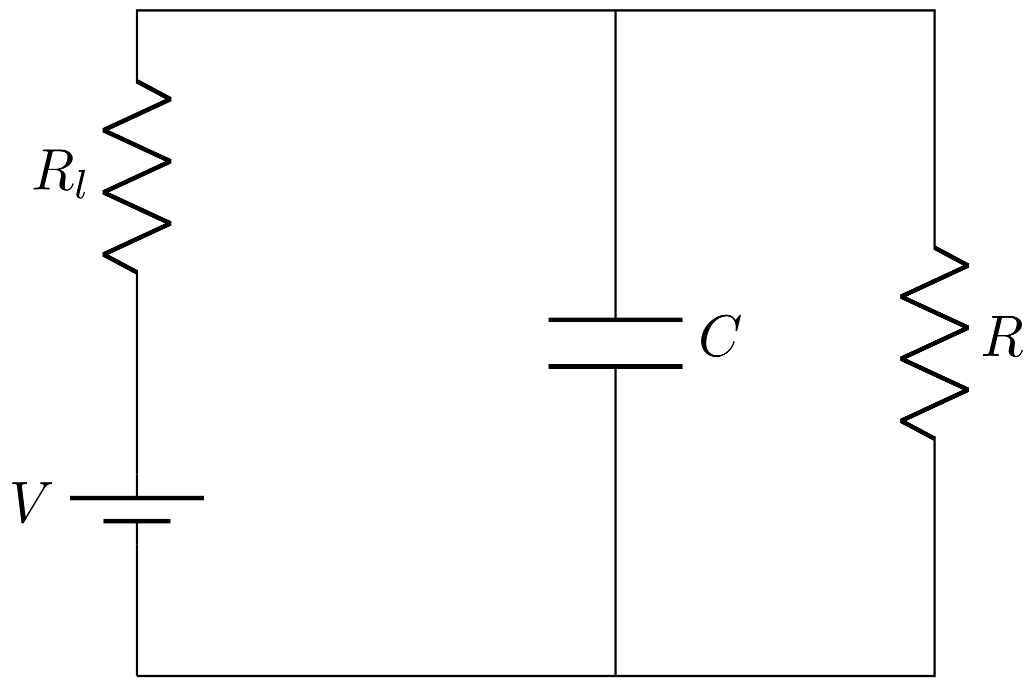
設問 (1)： 導体棒は速さ v_0 で運動し、空間に存在する磁束密度が B、導線レールの間隔が l より、求める電位 V_P は、

$$V_P = \boldsymbol{v_0 B l}$$

設問 (2)： スイッチを入れた直後において、コンデンサは同線と同等である。また、フレミングの左手の法則から、導体棒を流れる電流 I_l は正であり、導体棒の抵抗値が R_l なので、

$$I_l = \boldsymbol{\frac{v_0 B l}{R}}$$

設問 (3)： 誘導起電力は時間によらず一定であるので、直流電流源に置き換えられ、スイッチ S_1 のみを閉じた時の等価回路は以下のようになる。



続き：　$t=0$ の時、設問 (2) から、抵抗 R には電流が流れないので、

$$I_l = I_1 = \frac{V_p}{R} = \frac{v_0 Bl}{R}$$

また、$t \to \infty$ の時、コンデンサは開放扱いになるので、$I_1 = 0$ であり、

$$I_l = \frac{V_p}{R+R_l} = \frac{v_0 Bl}{R+R_l}$$

電流は滑らかに変動するので、これらの条件を満たすグラフはそれぞれ、I_l ：**(キ)**　　I_1 ：**(エ)**

設問 (4)：　(a)　x 座標が Δx 進むごとに $\frac{\Delta d}{n}$ 極板間距離が短くなる。よって $k\Delta x$ では、

$$d + \Delta d - \frac{\Delta d}{n}k = \boldsymbol{d + \Delta d\left(1 - \frac{k}{n}\right)}$$

(b)　$C = \varepsilon\frac{S}{d}$ から、面積 S は $S = a\Delta x$、距離 d は、(a) の式、誘電率 ε は、$\varepsilon = \varepsilon_0$ より、並列合成を行うと、

$$\sum_{k=1}^{n} \boldsymbol{\varepsilon_0 \frac{a\Delta x}{d + \Delta d\left(1 - \frac{k}{n}\right)}}$$

(c)　区分求積の式から、$n \to \infty$ として $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \varepsilon_0 \frac{a\Delta x}{d + \Delta d\left(1 - \frac{k}{n}\right)}$ を積分に変形して合成容量を求めると、

$$\begin{aligned}
\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \varepsilon_0 \frac{a}{d + \Delta d\left(1 - \frac{k}{n}\right)} \Delta x &= \int_0^1 \varepsilon_0 \frac{a}{d + \Delta d(1-x)}\, dx \\
&= \varepsilon_0 a \left(-\frac{1}{\Delta d}\right) \Big[\log\{d + \Delta d(1-x)\}\Big]_0^1 \\
&= \boldsymbol{\frac{\varepsilon_0 a}{\Delta d} \log\left(1 + \frac{\Delta d}{d}\right)}.
\end{aligned}$$

設問 (5)： (d)　円形 1 巻きコイル内の磁界 H の公式から、

$$H = \frac{I_2}{2r}$$

(e)　磁束 Φ は、磁界 H に透磁率 μ と、面積 A をかけたものであるので、

$$\Phi = \mu HA = \mu A 2r I_2$$

(f)　(e) の式から、$\frac{\mu A}{2r}$ は定数であるので、I_2 が ΔI_2 変化すると、磁束 Φ は $\Delta\Phi$ 変化し、この関係は次の式で表される。

$$\Delta\Phi = \frac{\mu A}{2r}\Delta I_2$$

(g)　(f) を両辺 Δt で割ると、

$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{\mu A}{2r}\frac{\Delta I_2}{\Delta t}$$

相互インダクタンスは、コイル 2 に電流を流した時のコイル 1 の磁束変化について考えるので、両辺にコイル 1 の巻き数 N_1 をかけて、

$$N_1\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{\mu A N_1}{2r}\frac{\Delta I_2}{\Delta t}$$

これは、ファラデーの電磁誘導の法則の式を表している。したがって、$\frac{\Delta I_2}{\Delta t}$ の係数が相互インダクタンス M であり、

$$M = \frac{\mu A N_1}{2r}$$

設問 (6)： スイッチを切って十分時間が経過したとき、コンデンサに蓄えられた電荷は全て抵抗でのジュール熱に変換される。したがって、

$$Q = 0$$

設問 (7)： $t=0$ では、コイルには電流は流れないので $I_2=0$ であり、$t\to\infty$ では、コイルは導線として振る舞うものの、コイルやコンデンサに蓄えられていたエネルギーは全てジュール熱に変換される。よって、コイルにはエネルギーが蓄えられておらず、$I_2=0$ である。また、ジュール熱が発生するには、ある時刻において電流が流れる必要があるので、これらの条件を満たす選択肢は、**(ア)**のみである。

設問 (8)： (h) コイルの電圧 V_l(図の矢印の始点に対する終点の電位が正) は、

$$V_L = L\frac{dI}{dt} = \boldsymbol{I_0\omega L\cos(\omega t+\phi)}$$

(i) コンデンサには $Q=\int_0^t I(t')dt'$ の電荷が蓄えられているので、

$$Q=\int_0^t I_0\sin(\omega t'+\phi)dt = \boldsymbol{-\frac{I_0}{\omega}\cos(\omega t+\phi)}$$

(j) (i) から、コンデンサの電圧 V_C は、

$$V_C=\frac{Q}{C}=-\frac{I_0}{\omega C}\cos(\omega t+\phi)$$

これらとオームの法則を用いて、求める交流電源の電圧 $V_0\sin\omega t$ は、

$$\begin{aligned}V_0\sin\omega t &= V_R+V_L+V_C\\ &= I_0R\sin(\omega t+\phi)+I_0\omega L\cos(\omega t+\phi)-\frac{I_0}{\omega C}\cos(\omega t+\phi)\\ &= I_0\Big\{R\sin(\omega t+\phi)+\Big(\omega L-\frac{1}{\omega C}\Big)\cos(\omega t+\phi)\Big\}\end{aligned}$$

続き： ここで、電流と電圧の位相差は Φ と定義したので、整合を取るために、偏角を Φ と置き換えて上式を合成すると、

$$V_0 \sin \omega t = \boldsymbol{I_0 \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \sin(\omega t + \phi)}$$

(k)　(j) から、電流の振幅と電圧の振幅の関係は、sin の振動項を無視して、

$$V_0 = I_0 \boldsymbol{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

なお、この式から合成インピーダンスの大きさは、$\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$ である。

また位相差 ϕ は、位置ベクトル $(R, \omega L - \frac{1}{\omega C})$ と x 軸との成す角であるので、

$$\tan \phi = \boldsymbol{\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}}$$

設問 (9)：* 解答参照