20** 年度 標準模試 模擬試験(物理)

電磁気学分野

試験時間:30分 配点:50点

注意事項

- ・解答はすべて所定の解答欄に記入すること。解答欄以外に記入したもの は採点対象とならない。
- 図や表は、問題文中に示されたものを利用し、不足する場合は自分で補助図を描いてよい。
- 解答には与えられた文字のみを用い、必要に応じて計算過程も簡単に示せ。
- ・試験時間は30分とし、設問全てに解答せよ。
- 答案には必ず氏名・受験番号を記入すること。
- 合格点は30点とする。

模擬試験

Physics Practice Test

物理 問題 I

1.

図 6.1に示すように、紙面に垂直で裏から表に向かう磁束密度 B の一様な磁場が存在する xy 水平面内に、全体の質量が m、長さが L の金属の導体棒を x 軸と平行に配置した。

以下では、導体棒が+y方向に速度vで運動している場合について、導体棒内の電子について考察していく。括弧内に与えられた物理量のうちから必要なものを用いて次の文章中の空欄(r)~(オ) に入る適当な数式を答えよ。ただし、電子が持つ電気量の絶対値はeとし、(エ) は計算過程も示せ。

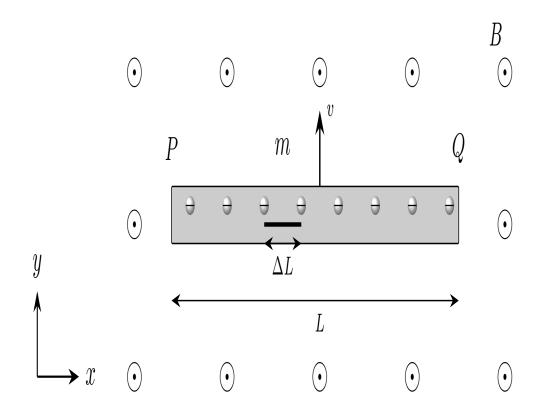


図6.1 問題 1

導体棒が +y 方向に速さ v で運動している時、電子は +x 方向を正として (P) (e,B,m,v) の力を磁界から受ける。ここで図 6.1に示すような微小長さ ΔL の部分を通過する時、電子は (P) の力によって ΔW だけ微小仕事をされる。この微小仕事 ΔW は、 $\Delta W = (A)$ $(e,B,\Delta L,L)$ である。

よって、導体棒全体で電子がされる仕事 W は、 $\Delta W = \boxed{(\dot{r}) \quad (e,B,m,v,e,\Delta L,L)}$ と表せる。したがって、導体棒全体で生じる誘導起電力の大きさは $\boxed{(x) \quad (e,B,m,v,e,\Delta L,L)}$ であり、図 6.5中の P,Q のうち、高電位なのは、 $\boxed{(\dagger) \quad (P,Q)}$ である。

2.

図 6.2のような、紙面に垂直で裏から表に向かう磁束密度 B の一様な磁場が存在する水平面内に、2 本の十分に長い導線レールが、それぞれ平行に置かれている。導体レール間隔は l であり、抵抗値 R の抵抗と電源電圧 E の電圧源が接続されている。2 本の導体レールの上のこれらと垂直な向きに、1. で考えた質量 m、長さ L の導体棒を配置した。抵抗値 R の抵抗および、金属棒と導線レール間の摩擦は無視できるとする。時刻 t=0 において、導体棒に +y 方向の初速度 v_0 を与えた場合について、以下の設間 (1) \sim (5) に答えよ。ただし、(1) \sim (4) では括弧内に与えられた物理量のうちから必要なものを用いて回答せよ。

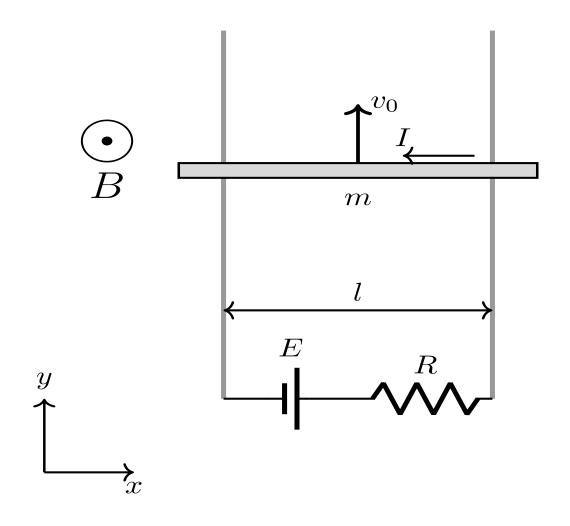


図6.2 問題 2

設問 (1): 導体棒の速度が +y 方向に v であり、回路を流れる電流が図に向きに I である時のキルヒホッフの電圧則の式を示せ。(v,I,B,m,l,L,R,E)

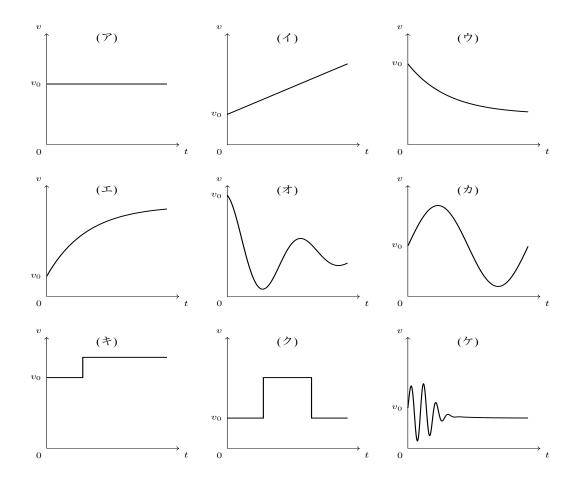
設問 (2): 流れる電流が図の向きに I の時の導体棒の y 軸方向運動方程式を示せ。 ただし、導体棒の +y 方向の加速度を $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ とする。 $(v,I,B,m,l,L,R,E,\frac{\Delta v}{\Delta t})$

設問 (3): 導体棒の +y 方向の加速度 $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ を求めよ。(v,B,m,l,L,R,E)

設問(4): 導体棒の +y 方向の終端速度を求めよ。(計算過程も示すこと)(B,m,l,L,R,E)

設問 (5): 導体棒に発生する誘導起電力の大きさが E より小さいと仮定した時、 導体棒の +y 方向の速度 v のグラフとして適切なものを選択肢 (r) ~ (r) から 1 つ選べ。

選択肢:



* 解答用紙

(ア):	(1):
(ウ):	(工):
(才):	設問(1):
設問 (2):(c)	設問(3):(d)
(計算)	
	設問 (4):(答)
設問 (5):	

[5]

* 解答 ([] 内の数字は配点)

(ア):	-evB	[4]	(イ):	$evB\Delta L$	[5]
(ウ):	evBL	[5]	(工):	vBL	[5]
(オ):	Q	[3]	設問 (1):	E = RI + vBl	[5]

設問 (3): $\frac{Bl}{mR}(E - vBl)$

(計算) 設問 (3) で求めた加速度 $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ について、

設問 (2): $m\frac{\Delta v}{\Delta t} = BII$

 $\frac{\Delta v}{\Delta t}=0$ の時が終端速度なので、 $\frac{Bl}{mR}(E-vBl)=0$ から、求める速度は、

[5]

設問(5): (エ) [5]

*解説

(ア): 導体棒は速さvで運動し、空間に存在する磁束密度がB、電子の電気量は、-eであるので、求める力Fは、

$$F = -evB$$

(イ): 力と仕事の関係から、力Fによって ΔL 動いた時、電子がされる微小仕事 ΔW は、正の仕事であり、

$$\Delta W = \mathbf{e} \mathbf{v} \mathbf{B} \Delta \mathbf{L}$$

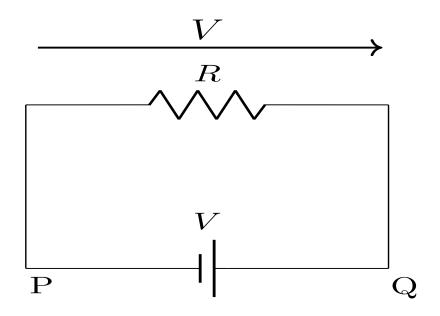
 $(\dot{\gamma})$: $(\dot{\gamma})$ から、 ΔW と ΔL は比例するので、 $\Delta W \rightarrow W, \Delta L \rightarrow L$ として、

$$W = evBL$$

(エ): 電子がされる仕事は、(ウ) から evBL であり、仕事とエネルギー、さらには電位とエネルギーの関係から、仕事を電気量で割って、誘導起電力の大きさ V は、

$$V = vBL$$

(オ): コイルは、起電力が発生しているので、電源と等価に扱える。よって、 外部回路として抵抗を考えると、*Q*の方が高電位になる。



設問 (1): 導体棒が +y 方向の速度 v で運動しているとき、導体棒は vBL の起電力を生じるが、回路上では間隔 l を用いて vBl の起電力が発生することに注意すると、回路を流れる電流が I の時、電圧則の式は、

E = RI + vBl

設問 (2): 導体棒に電流 I が流れているとき、導体棒は磁界から BIl の力を +y 方向に受けるので、運動方程式は、

$$m rac{\Delta v}{\Delta t} = BIl$$

設問(3): 設問(1)の電圧則の式と、設問(2)の運動方程式の式から I を消去して、

$$rac{\Delta v}{\Delta t} = rac{oldsymbol{Bl}}{oldsymbol{mR}} (oldsymbol{E} - oldsymbol{vBl})$$

設問 (4): * 解答参照

設問 (5): t=0 の時、 $v=v_0$ であり、 $t\to\infty$ の時、終端速度 $v=\frac{E}{Bl}$ となる。また、仮定から加速度について、

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{Bl}{mR}(E - vBl) > 0$$

であるので、速度は単調に増加する。

よって、グラフは(工)

20** 年度 旧帝 (名古屋・大阪・北海道・東北・九州) 模擬試験(物理)

電磁気学分野

試験時間:30分 配点:50点

注意事項

- 解答はすべて所定の解答欄に記入すること。解答欄以外に記入したもの は採点対象とならない。
- 図や表は、問題文中に示されたものを利用し、不足する場合は自分で補助図を描いてよい。
- 解答には与えられた文字のみを用い、必要に応じて計算過程も簡単に示せ。
- ・試験時間は30分とし、設問全てに解答せよ。
- 答案には必ず氏名・受験番号を記入すること。
- 合格点は30点とする。

模擬試験

Physics Practice Test

物理 問題 I

1.

図 6.3に示すように、紙面に垂直で裏から表に向かう磁東密度 B の一様な磁場が存在する水平面内に、2 本の十分に長い導線レールが、それぞれ平行に置かれている。導体レール間隔は l であり、スイッチ S_1,S_2 、抵抗値 R_1 の抵抗、 $a\times a$ の正方形極板で上極板が傾いた形をしたコンデンサ、変圧器としてドーナツ状の鉄心に巻きつけられた 2 つのコイルが図のように取り付けられている。鉄心に巻き付くコイルは、巻き数 N_1 のコイル 1、巻き数 N_2 のコイル 2 の 2 つであり、コイル 2 には、電流 1_2 を流し続ける「電流源」と呼ばれる装置が接続されている。また、2 本の導体レールの上のこれらと垂直な向きに、全体で抵抗値 R_l を持つ金属棒を配置した。抵抗と導体棒以外の抵抗および、金属棒と導線レール間の摩擦は無視できるとする。

初め、コンデンサには電荷は蓄えられておらず、スイッチ S_1,S_2 は開いている。以下の設問では、括弧内に与えられた物理量のうちから必要なものを用いて回答せよ。

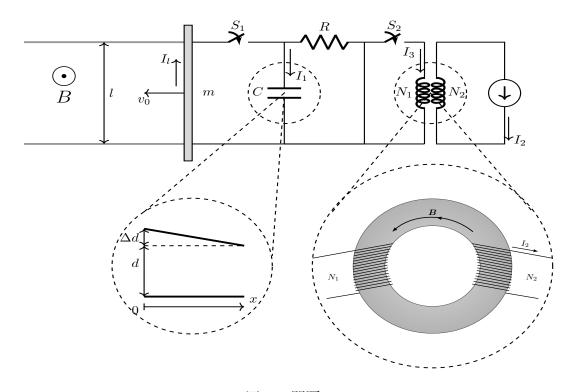


図6.3 問題1

2本の導線レールとの接触を保ったまま、導体棒を図の向きに一定値 v_0 で動かした。この時、金属棒は常に導体レールに垂直であり、導体棒はスイッチの開閉に関わらず図の向きに一定値 v_0 で動き続けるものとする。

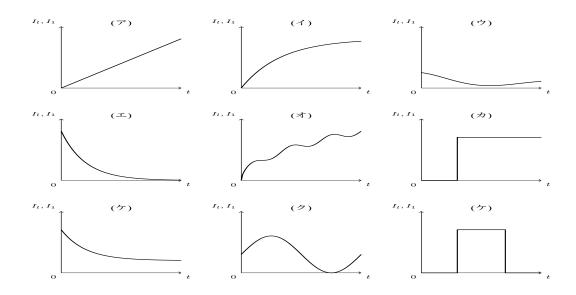
設問 (1): スイッチ S_1,S_2 が開いた状態において、一定の速さ v_0 で動いている金 属棒には誘導機電力が生じる。この誘導起電力の大きさ V_P を答えよ。 (v_0,B,l,R,C)

時刻 t=0 でスイッチ S_1 のみを閉じると金属棒に電流 I_l 、コンデンサには電流 I_1 が流れ、十分時間が経過した時、コンデンサの電荷 Q は一定となった。なお、電流源は電源オフの状態である。

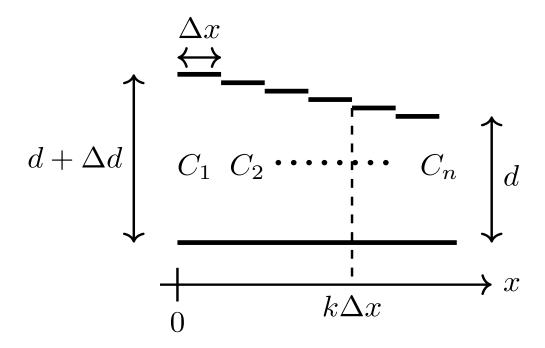
設問 (2): スイッチ S_1 のみを閉じた直後における金属棒を流れる電流 I_l を図 6.3の矢印の方向を正として符号も含めて答えよ。 (v_0,B,l,R,C)

設問 (3): t=0 から Q が一定となる時刻までの電流 I_l , I_1 の時刻 t に対する変化 の概形として、最も適当なものを以下の選択肢 (P) (ケ) から 1 つずつ 選べ。

選択肢:



次に、コンデンサの静電容量 C について考えていく。極板を微小距離 Δx で分割した様子を以下に示す。



設問 (4): 静電容量 C を求める以下の文章の空欄 (a), (b), (c) を埋めよ。ただし、媒質は真空であり真空の誘電率は ε_0 である。必要なら、以下の式を用いて良い。

$$\Delta x = \frac{b-a}{n}, \quad x_i = a + i\Delta x$$

$$S_n = \sum_{i=1}^n f(x_i) \, \Delta x$$

$$\int_{a}^{b} f(x) dx = \lim_{n \to \infty} \sum_{i=1}^{n} f(x_i) \Delta x$$

k,n は自然数とする。静電容量 C のコンデンサは、極板を微小距離 Δx で n 分割することで、微小平行板コンデンサの並列接続とみなすことができる。極板間の距離は図の位置 $k\Delta x (1 \le k \le n)$ において、括弧内から必要なものを用いて (a) $(d,\Delta d,n,k)$ と表せる。

また、微小平行版コンデンサの合成容量は、括弧内から必要なものを用いて、 $\sum_{k=1}^{n} [b] (d, \Delta d, a, \varepsilon_0)$ である。分割数nが十分大きいとすると、微小平行版コンデンサの合成容量は、与えられた式を用いると、括弧内から必要なものを用いて(c) $(d, \Delta d, a, \varepsilon_0)$ と表される。

最後に、電流源を電源オンの状態にし、それと同時にスイッチ S_1 を開き、 S_2 を閉じた場合を考える。ここでは、簡単のため新たな時間軸 t' を導入し、t'=0 でこれらの操作を行なったとする。

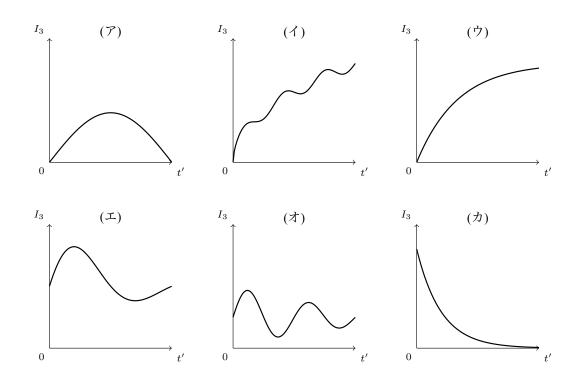
設問 (5): コイル 1 とコイル 2 の相互インダクタンスを求める次の文章の空欄 (d),(e),(f),(g) を括弧内の文字から適当なものを用いて埋めよ。ただし、鉄心からの磁束漏れは無視できるものとする。

平均半径rの円形 1 巻コイルに電流 I_2 が流れると、コイル内には電流に比例した磁界(d) (r,I_2) が発生する。これより、 N_2 巻のコイル内の磁界は、 N_2 倍である $N_2 \times (d)$ となる。これに断面の面積A と透磁率 μ をかけて、コイル 2 内の磁束は、(e) (r,I_2,A,μ) となる。この磁束が全てコイル 1 を貫くため、微小時間 Δt での電流 I_2 の変化 ΔI_2 に対して、コイル 1 内の磁束の変化 $\Delta \Phi$ は、(f) $(r,\Delta I_2,A,\mu)$ である。したがって、両辺を時間 Δt で割って巻き数を考慮すると、相互インダクタンスは(g) (r,A,μ,N_1,N_2) となる。

設問(6): スイッチを切り替えてから十分に時間が経過した後のコンデンサの電荷を求めよ。

設問 (7): t'=0 から (6) の電荷になる時刻までのコイル 1 に流れる電流 I_3 の時刻 t' に対する変化の概形として、最も適当なものを以下の選択肢 $(\mathcal{P})(\mathfrak{D})$ から 1 つ選べ。

選択肢:



2.

図 6.4に示すような、スイッチと交流電源を含む RLC 直列回路を考える。振幅を V_0 として交流電源の電圧を $V_0 \sin \omega t$ 、抵抗の抵抗値を R、コンデンサの静電容量を C とする。時刻 t=0 でスイッチ S を閉じた場合について以下の問いに答えよ。ただし、コンデンサの初期電荷は 0 であるとする。

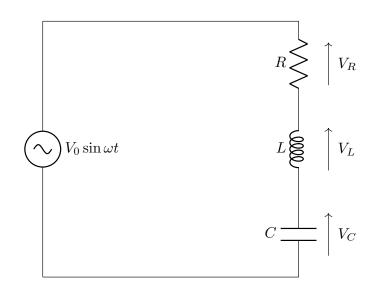


図6.4 問題 2

設問 (8): 合成インピーダンスを求める以下の文章の空欄 (h),(i),(j),(k)(l)(m) を括弧内の文字から適当なものを用いて埋めよ。

回路を流れる電流 I と、電源電圧の位相差を ϕ (定数) とすると、振幅 I_0 (定数) として、 $I=I_0\sin{(\omega t+\phi)}$ と表される。

コイル L には、時刻 t に $V_L = (h)$ $(C, L, I_0, \omega, t, \phi)$ の起電力が生じる。ただし、 V_L は図の矢印の始点に対する終点の電位である。

また、コンデンサCには、時刻tに(i) (C,L,I_0,ω,t,ϕ) の電荷が蓄えられている。

これより、キルヒホッフ第 2 法則から、交流電源の電圧 $V_0 \sin \omega t$ は、

$$V_0 \sin \omega t =$$
 (j) $(C, L, I_0, \omega, t, \phi)$

この電流と電圧の関係から、振幅 V_0 は、 I_0 を用いて、 $V_0 = I_0 \times$ (k) (R,C,L,ω) と表され、合成インピーダンスの大きさは (k) となる。 また、位相差 ϕ については、 $\tan \phi = (l)$ (R,C,L,ω,t) である。

設問 (9): 合成インピーダンスに着目して、流れる電流の振幅 I_0 が最大になるような周波数 f を計算過程を含めて示せ。(R,C,L,t)

* 解答用紙

設問 (1):	設問 (2):
設問 (3): <i>I</i> _l	設問 (3):I ₁
設問 (4):(a)	設問 (4): (b)
設問 (4):(c)	設問 (5):(d)
設問 (5):(e)	設問 (5):(f)
設問 (5):(g)	設問(6):
設問 (7):	
設問 (8):(h)	設問 (8):(i)
設問 (8):(j)	
設問 (8):(k)	設問 (8):(l)
(計算)	
	設問 (9):(答)

 $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

* 解答 ([] 内の数字は配点)

設問 (1):	V_0Bl	[2]	設問 (2):	$rac{v_0 B l}{R}$	[2]
設問 (3):I _l	(+)	[3]	設問 (3):I ₁	(工)	[3]
設問 (4): (a)	$d + \Delta d \left(1 - \frac{k}{n} \right)$	[3]	設問 (4): (b)	$\varepsilon_0 \frac{a\Delta x}{d + \Delta d \left(1 - \frac{k}{n}\right)}$	[3]
設問 (4):(c)	$rac{arepsilon_0 a}{\Delta d} \log \left(1 - rac{\Delta d}{d} ight)$	[4]	設問 (5):(d)	$\frac{I_2}{2\pi r}$	[2]
設問 (5): (e)	$\frac{\mu A}{2\pi r}I_2$	[3]	設問 (5): (f)	$\frac{\mu A}{2\pi r}\Delta I_2$	[2]
設問 (5):(g)	$\frac{\mu A N_1}{2\pi r}$	[3]	設問 (6):	0	[2]
設問 (7):	(ア)	'			[3]
	(\mathcal{T}) $I_0\omega L\cos\left(\omega t + \phi\right)$	[2]	設問 (8):(i)	$-\frac{I_0}{\omega}\cos\left(\omega t + \phi\right)$	[3]
設問 (8):(h)				$-rac{I_0}{\omega}\cos\left(\omega t + \phi ight)$	
設問 (8): (h) 設問 (8): (j)	$I_0\omega L\cos\left(\omega t+\phi ight)$	$\left(\frac{1}{vC}\right)^2 \sin \left(\frac{1}{vC}\right)$	$(\omega t + \phi)$		[2]
設問 (8): (h) 設問 (8): (j) 設問 (8): (k)	$I_0 \omega L \cos{(\omega t + \phi)}$ $I_0 \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega})^2}$	$\left(\frac{1}{\sqrt{C}}\right)^2 \sin \left(\frac{1}{\sqrt{C}}\right)^2 \left[2\right]$	$(\omega t + \phi)$ 設問 (8) : (l)		[2]

設問 (9): (答) $\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

[4]

*解説

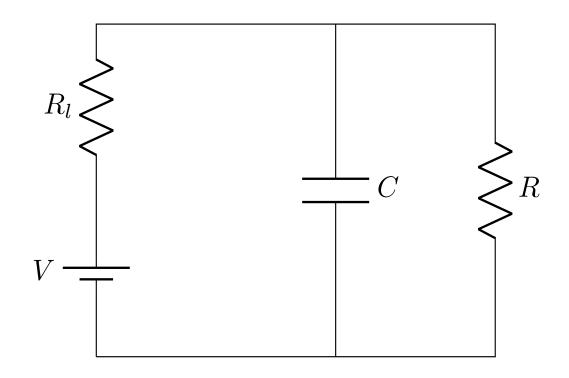
設問 (1): 導体棒は速さ v_0 で運動し、空間に存在する磁束密度が B、導線レール の間隔が l より、求める電位 V_P は、

$$V_P = \mathbf{v_0} \mathbf{B} \mathbf{l}$$

設問 (2): スイッチを入れた直後において、コンデンサは同線と同等である。また、フレミングの左手の法則から、導体棒を流れる電流 I_l は正であり、 導体棒の抵抗値が R_l なので、

$$I_l = rac{oldsymbol{v_0Bl}}{oldsymbol{R}}$$

設問 (3): 誘導起電力は時間によらず一定であるので、直流電流源に置き換えられ、スイッチ S_1 のみを閉じた時の等価回路は以下のようになる。



続き: t=0の時、設問(2)から、抵抗Rには電流が流れないので、

$$I_l = I_1 = \frac{V_p}{R} = \frac{v_0 B l}{R}$$

また、 $t \to \infty$ の時、コンデンサは開放扱いになるので、 $I_1 = 0$ であり、

$$I_l = \frac{V_p}{R + R_l} = \frac{v_0 B l}{R + R_l}$$

電流は滑らかに変動するので、これらの条件を満たすグラフはそれぞれ、 I_l :(\updownarrow) I_1 :(\updownarrow)

設問 (4): (a) x 座標が Δx 進むごとに $\frac{\Delta d}{n}$ 極板間距離が短くなる。よって $k\Delta x$ では、

$$d + \Delta d - \frac{\Delta d}{n}k = d + \Delta d\left(1 - \frac{k}{n}\right)$$

(b) $C = \varepsilon \frac{S}{d}$ から、面積 S は $S = a\Delta x$ 、距離 d は、(a) の式、誘電率 ε は、 $\varepsilon = \varepsilon_0$ より、並列合成を行うと、

$$\sum_{k=1}^{n} \varepsilon_0 \frac{a\Delta x}{d + \Delta d \left(1 - \frac{k}{n}\right)}$$

(c) 区分求積の式から、 $n \to \infty$ として $\sum_{k=1}^n \epsilon_0 \frac{a\Delta x}{d + \Delta d \left(1 - \frac{k}{n}\right)}$ を積分に変形して合成容量を求めると、

$$\begin{split} \lim_{n \to \infty} \sum_{k=1}^n \varepsilon_0 \frac{a}{d + \Delta d \left(1 - \frac{k}{n}\right)} \Delta x &= \int_0^1 \varepsilon_0 \frac{a}{d + \Delta d (1 - x)} \, dx \\ &= \varepsilon_0 a \left(-\frac{1}{\Delta d} \right) \left[\log\{d + \Delta d (1 - x)\} \right]_0^1 \\ &= \frac{\varepsilon_0 a}{\Delta d} \log \left(1 + \frac{\Delta d}{d}\right). \end{split}$$

設問(5): (d) 円形 1 巻きコイル内の磁界 H の公式から、

$$H = \frac{I_2}{2\pi r}$$

(e) 磁東 Φ は、磁界 H に透磁率 μ と、面積 A をかけたものであるので、

$$\Phi = \mu H A = \mu A 2\pi r I_2$$

(f) (e) の式から、 $\frac{\mu A}{2\pi r}$ は定数であるので、 I_2 が ΔI_2 変化すると、磁 東 Φ は $\Delta \Phi$ 変化し、この関係は次の式で表される。

$$\Delta\Phi=rac{\mu A}{2\pi r}\Delta I_2$$

(g) (f) を両辺 Δt で割ると、

$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{\mu A}{2\pi r} \frac{\Delta I_2}{\Delta t}$$

相互インダクタンスは、コイル 2 に電流を流した時のコイル 1 の磁束変化について考えるので、両辺にコイル 1 の巻き数 N_1 をかけて、

$$N_1 \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{\mu A N_1}{2\pi r} \frac{\Delta I_2}{\Delta t}$$

これは、ファラデーの電磁誘導の法則の式を表している。したがって、 $\frac{\Delta I_2}{\Delta t}$ の係数が相互インダクタンス M であり、

$$M = \frac{\mu A N_1}{2\pi r}$$

設問(6): スイッチを切って十分時間が経過したとき、コンデンサに蓄えられた 電荷は全て抵抗でのジュール熱に変換される。したがって、

$$Q = \mathbf{0}$$

- 設問 (7): t=0 では、コイルには電流は流れないので $I_2=0$ であり、 $t\to\infty$ では、コイルは導線として振る舞うものの、コイルやコンデンサに蓄えられていたエネルギーは全てジュール熱に変換される。よって、コイルにはエネルギーが蓄えられておらず、 $I_2=0$ である。また、ジュール熱が発生するには、ある時刻において電流が流れる必要があるので、これらの条件を満たす選択肢は、 (\mathbf{r}) のみである。
- 設問 (8): (h) コイルの電圧 V_l (図の矢印の始点に対する終点の電位が正) は、

$$V_L = L \frac{dI}{dt} = I_0 \omega L \cos{(\omega t + \phi)}$$

(i) コンデンサには $Q = \int_0^t I(t')dt'$ の電荷が蓄えられているので、

$$Q = \int_0^t I_0 \sin(\omega t' + \phi) dt = -\frac{I_0}{\omega} \cos(\omega t + \phi)$$

(j) (i) から、コンデンサの電圧 V_C は、

$$V_C = \frac{Q}{C} = -\frac{I_0}{\omega C} \cos(\omega t + \phi)$$

これらとオームの法則を用いて、求める交流電源の電圧 $V_0 \sin \omega t$ は、

$$\begin{split} V_0 \sin \omega t &= V_R + V_L + V_C \\ &= I_0 R \sin \left(\omega t + \phi\right) + I_0 \omega L \cos \left(\omega t + \phi\right) - \frac{I_0}{\omega C} \cos \left(\omega t + \phi\right) \\ &= I_0 \left\{ R \sin \left(\omega t + \phi\right) + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \cos \left(\omega t + \phi\right) \right\} \end{split}$$

続き: ここで、電流と電圧の位相差は Φ と定義したので、整合を取るために、 偏角を Φ と置き換えて上式を合成すると、

$$V_0 \sin \omega t = I_0 \sqrt{R^2 + \left(\omega L - rac{1}{\omega C}
ight)^2} \sin \left(\omega t + \phi
ight)$$

(k) (j) から、電流の振幅と電圧の振幅の関係は、 \sin の振動項を無視して、

$$V_0 = I_0 \sqrt{oldsymbol{R^2} + \left(\omega L - rac{1}{\omega C}
ight)^2}$$

なお、この式から合成インピーダンスの大きさは、 $\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$ である。

また位相差 ϕ は、位置ベクトル $(R, \omega L - \frac{1}{\omega C})$ と x 軸との成す角であるので、

$$an \phi = rac{\omega L - rac{1}{\omega C}}{R}$$

設問 (9): * 解答参照