

* 解答 ([] 内の数字は配点)

設問 (1) : $V_0 Bl$ [2]	設問 (2) : $\frac{v_0 Bl}{R}$ [2]
設問 (3) : I_l (キ) [3]	設問 (3) : I_1 (工) [3]
設問 (4) : (a) $d + \Delta d \left(1 - \frac{k}{n}\right)$ [3]	設問 (4) : (b) $\varepsilon_0 \frac{a \Delta x}{d + \Delta d \left(1 - \frac{k}{n}\right)}$ [3]
設問 (4) : (c) $\frac{\varepsilon_0 a}{\Delta d} \log \left(1 - \frac{\Delta d}{d}\right)$ [4]	設問 (5) : (d) $\frac{I_2}{2\pi r}$ [2]
設問 (5) : (e) $\frac{\mu A}{2\pi r} I_2$ [3]	設問 (5) : (f) $\frac{\mu A}{2\pi r} \Delta I_2$ [2]
設問 (5) : (g) $\frac{\mu A N_1}{2\pi r}$ [3]	設問 (6) : 0 [2]
設問 (7) : (ア) [3]	
設問 (8) : (h) $I_0 \omega L \cos(\omega t + \phi)$ [2]	設問 (8) : (i) $-\frac{I_0}{\omega} \cos(\omega t + \phi)$ [2]
設問 (8) : (j) $I_0 \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \sin(\omega t + \phi)$ [2]	
設問 (8) : (k) $\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$ [2]	設問 (8) : (l) $\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$ [3]
<p>(計算) $I_0 = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$ であり V_0 は一定なので、</p> <p>I_0 が最大の時は $\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$ は最小になる。よって、$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ から、求める周波数は、</p>	
$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$	設問 (9) : (答) $\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ [4]

* 解説

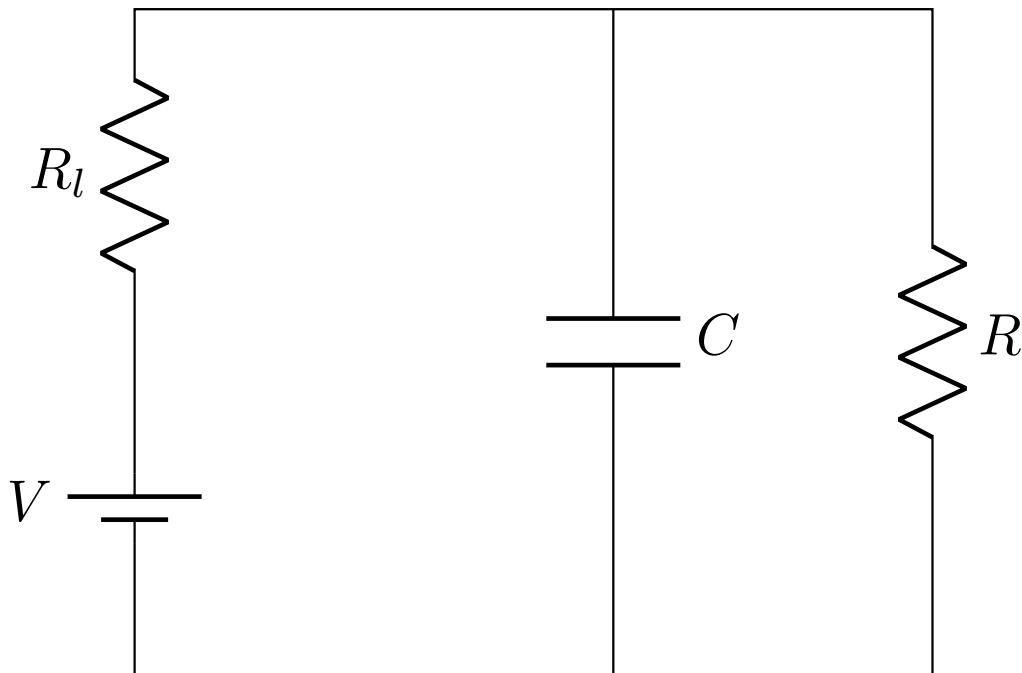
設問 (1) : 導体棒は速さ v_0 で運動し、空間に存在する磁束密度が B 、導線レールの間隔が l より、求める電位 V_P は、

$$V_P = v_0 B l$$

設問 (2) : スイッチを入れた直後において、コンデンサは同線と同等である。また、フレミングの左手の法則から、導体棒を流れる電流 I_l は正であり、導体棒の抵抗値が R_l なので、

$$I_l = \frac{v_0 B l}{R}$$

設問 (3) : 誘導起電力は時間によらず一定であるので、直流電流源に置き換えられ、スイッチ S_1 のみを閉じた時の等価回路は以下のようなになる。



続き： $t = 0$ の時、設問 (2) から、抵抗 R には電流が流れないので、

$$I_l = I_1 = \frac{V_p}{R} = \frac{v_0 Bl}{R}$$

また、 $t \rightarrow \infty$ の時、コンデンサは開放扱いになるので、 $I_1 = 0$ であり、

$$I_l = \frac{V_p}{R + R_l} = \frac{v_0 Bl}{R + R_l}$$

電流は滑らかに変動するので、これらの条件を満たすグラフはそれぞれ、 I_l : (✱) I_1 : (ㄱ)

設問 (4) : (a) x 座標が Δx 進むごとに $\frac{\Delta d}{n}$ 極板間距離が短くなる。よって $k\Delta x$ では、

$$d + \Delta d - \frac{\Delta d}{n}k = d + \Delta d \left(1 - \frac{k}{n}\right)$$

(b) $C = \varepsilon \frac{S}{d}$ から、面積 S は $S = a\Delta x$ 、距離 d は、(a) の式、誘電率 ε は、 $\varepsilon = \varepsilon_0$ より、並列合成を行うと、

$$\sum_{k=1}^n \varepsilon_0 \frac{a\Delta x}{d + \Delta d \left(1 - \frac{k}{n}\right)}$$

(c) 区分求積の式から、 $n \rightarrow \infty$ として $\sum_{k=1}^n \varepsilon_0 \frac{a\Delta x}{d + \Delta d \left(1 - \frac{k}{n}\right)}$ を積分に変形して合成容量を求めると、

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \varepsilon_0 \frac{a}{d + \Delta d \left(1 - \frac{k}{n}\right)} \Delta x &= \int_0^1 \varepsilon_0 \frac{a}{d + \Delta d(1 - x)} dx \\ &= \varepsilon_0 a \left(-\frac{1}{\Delta d}\right) \left[\log\{d + \Delta d(1 - x)\} \right]_0^1 \\ &= \frac{\varepsilon_0 a}{\Delta d} \log \left(1 + \frac{\Delta d}{d}\right). \end{aligned}$$

設問 (5) : (d) 円形 1 巻きコイル内の磁界 H の公式から、

$$H = \frac{I_2}{2\pi r}$$

(e) 磁束 Φ は、磁界 H に透磁率 μ と、面積 A をかけたものであるの
で、

$$\Phi = \mu H A = \mu A 2\pi r I_2$$

(f) (e) の式から、 $\frac{\mu A}{2\pi r}$ は定数であるので、 I_2 が ΔI_2 変化すると、磁
束 Φ は $\Delta \Phi$ 変化し、この関係は次の式で表される。

$$\Delta \Phi = \frac{\mu A}{2\pi r} \Delta I_2$$

(g) (f) を両辺 Δt で割ると、

$$\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{\mu A}{2\pi r} \frac{\Delta I_2}{\Delta t}$$

相互インダクタンスは、コイル 2 に電流を流した時のコイル 1 の磁束
変化について考えるので、両辺にコイル 1 の巻き数 N_1 をかけて、

$$N_1 \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{\mu A N_1}{2\pi r} \frac{\Delta I_2}{\Delta t}$$

これは、ファラデーの電磁誘導の法則の式を表している。したがって、
 $\frac{\Delta I_2}{\Delta t}$ の係数が相互インダクタンス M であり、

$$M = \frac{\mu A N_1}{2\pi r}$$

設問 (6) : スイッチを切って十分時間が経過したとき、コンデンサに蓄えられた
電荷は全て抵抗でのジュール熱に変換される。したがって、

$$Q = 0$$

設問 (7) : $t = 0$ では、コイルには電流は流れないので $I_2 = 0$ であり、 $t \rightarrow \infty$ では、コイルは導線として振る舞うものの、コイルやコンデンサに蓄えられていたエネルギーは全てジュール熱に変換される。よって、コイルにはエネルギーが蓄えられておらず、 $I_2 = 0$ である。また、ジュール熱が発生するには、ある時刻において電流が流れる必要があるので、これらの条件を満たす選択肢は、**(ア)**のみである。

設問 (8) : (h) コイルの電圧 V_L (図の矢印の始点に対する終点の電位が正) は、

$$V_L = L \frac{dI}{dt} = \mathbf{I_0 \omega L \cos (\omega t + \phi)}$$

(i) コンデンサには $Q = \int_0^t I(t') dt'$ の電荷が蓄えられているので、

$$Q = \int_0^t I_0 \sin (\omega t' + \phi) dt = -\frac{\mathbf{I_0}}{\omega} \mathbf{\cos (\omega t + \phi)}$$

(j) (i) から、コンデンサの電圧 V_C は、

$$V_C = \frac{Q}{C} = -\frac{I_0}{\omega C} \cos (\omega t + \phi)$$

これらとオームの法則を用いて、求める交流電源の電圧 $V_0 \sin \omega t$ は、

$$V_0 \sin \omega t = V_R + V_L + V_C$$

$$= I_0 R \sin (\omega t + \phi) + I_0 \omega L \cos (\omega t + \phi) - \frac{I_0}{\omega C} \cos (\omega t + \phi)$$

$$= I_0 \left\{ R \sin (\omega t + \phi) + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \cos (\omega t + \phi) \right\}$$

続き： ここで、電流と電圧の位相差は ϕ と定義したので、整合を取るために、偏角を ϕ と置き換えて上式を合成すると、

$$V_0 \sin \omega t = I_0 \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} \sin (\omega t + \phi)$$

(k) (j) から、電流の振幅と電圧の振幅の関係は、 \sin の振動項を無視して、

$$V_0 = I_0 \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}$$

なお、この式から合成インピーダンスの大きさは、 $\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}$ である。

また位相差 ϕ は、位置ベクトル $(R, \omega L - \frac{1}{\omega C})$ と x 軸との成す角であるので、

$$\tan \phi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

設問 (9)：* 解答参照