20** 年度
修了模試
模擬試験（物理）

電磁気学分野

試験時間：60 分　配点：100 点

注意事項

- 解答はすべて所定の解答欄に記入すること。解答欄以外に記入したものは採点対象とならない。
- 図や表は、問題文中に示されたものを利用し、不足する場合は自分で補助図を描いてよい。
- 解答には与えられた文字のみを用い、必要に応じて計算過程も簡単に示せ。
- 試験時間は 60 分とし、設問全てに解答せよ。
- 答案には必ず氏名・受験番号を記入すること。
- 合格点は 80 点とする。

模擬試験

Physics Practice Test

考える力を育てる電磁気学模試/PDF版

問題 I

図 1に示すように $+q$ を持った点電荷 A,B が xy 平面上の点 $(-a,0)$,$(a,0)$ に固定されている。この時、点 $(0,d)$ に、電気量 $-2q$ の点電荷 P を静かに配置した場合を考える。クーロン定数を k として、$|y| \leq d$ を満たす y についてのみ考えるとする。
以下の文章の空欄 (ア)〜(エ) に入る適切な数式を括弧内に与えられた文字のうち必要なものを用いて答えたのち、設問 (1),(2) に答えよ。なお、設問 (1) は計算過程も示すこと。

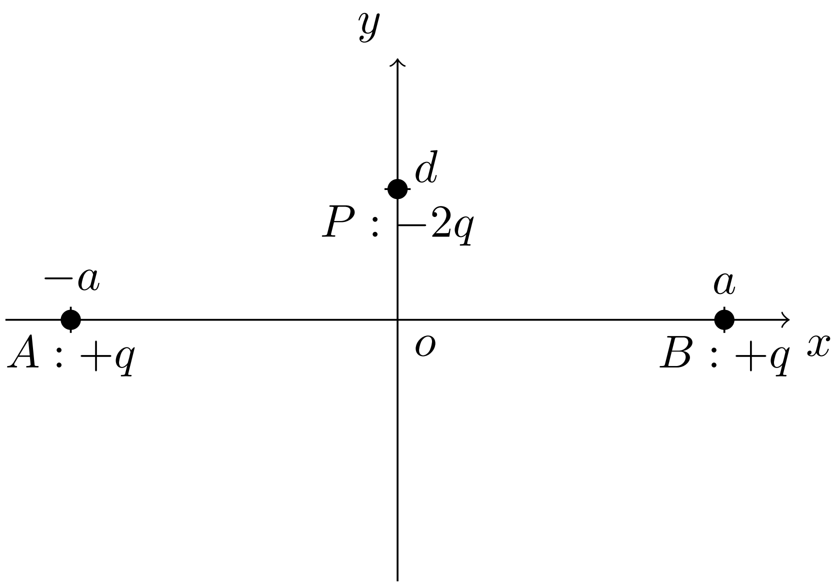


図1　問題 I

位置 $(0,y)$ には点電荷 A,B が作る電界ベクトルが存在し、位置 $(0,y)$ においてこの点電荷 A,B が作る電界ベクトルをそれぞれ順に $\boldsymbol{E_A}$,$\boldsymbol{E_B}$ とすると、

これら電界ベクトルの和 $\boldsymbol{E_A}+\boldsymbol{E_B}$ は $\boxed{(ア)\quad(x,y)}$ 成分のみであるから、電界ベクトルの和 E_A+E_B は $+\boxed{(ア)}$ 方向を正として、$\boldsymbol{E_A}+\boldsymbol{E_B}=\boxed{(イ)\quad(k,q,a,d,y)}$ と表される。よって、位置 $(0,y)$ においてこの電界から電荷 P が受ける力 F_y は、$\boxed{(ウ)\quad(k,q,a,d,y)}$ である。この式から、導体棒は $\boxed{(エ)\quad(周期,\quad 非周期)}$ 運動をする。

設問 (1)： $y << a$ とする。ある微小の数 x について、$x << 1$ の時、$(1+x)^{\alpha} \approx 1+\alpha x$ と表せることと、2 次以上の小さい項を無視することによって、F_y を近似し、周期を求めよ。

設問 (2)： 設問 1 の結果をもとに、点電荷 P が $y = \frac{d}{5}$ の位置にある時の速さを求めよ。

問題 II

図 2のように媒質が真空ではなく、z 軸方向に磁束密度 B_0 の存在する空間内において、xy 平面の原点に質量 m、電気量 $+q$ の電荷を置き、時刻 $t=0$ において y 軸正の方向に初速度を与えた。ここで媒質が真空でないとき電荷は媒質から速さ v に比例する抗力 $f=-kv$(k は正の定数) を受ける。この時、時刻 t における速さを v、加速度の大きさを a とする。その時の運動に関する以下の文章の空欄 (オ)〜(ク) に入る適切な数式を括弧内に与えられた文字のうち必要なものを用いて答えたのち、設問 (3),(4) に答えよ。なお、設問 (4) は計算過程も示すこと。ただし、重力の影響は考慮しないとする。

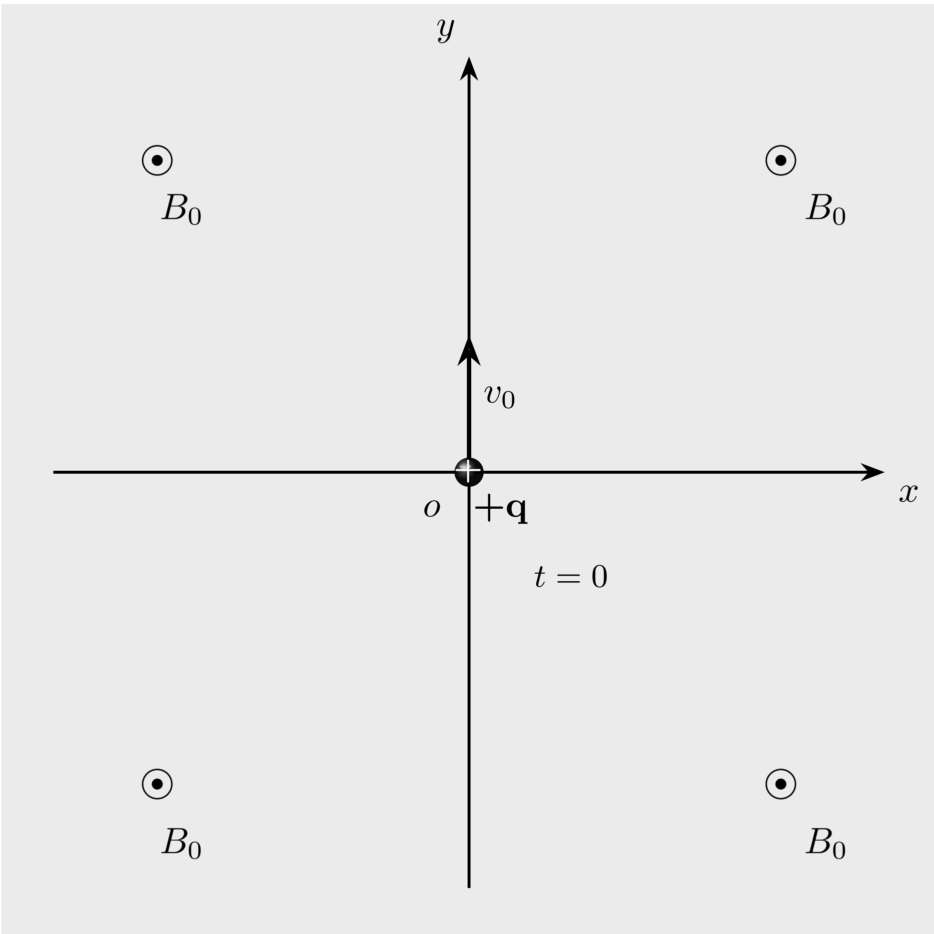
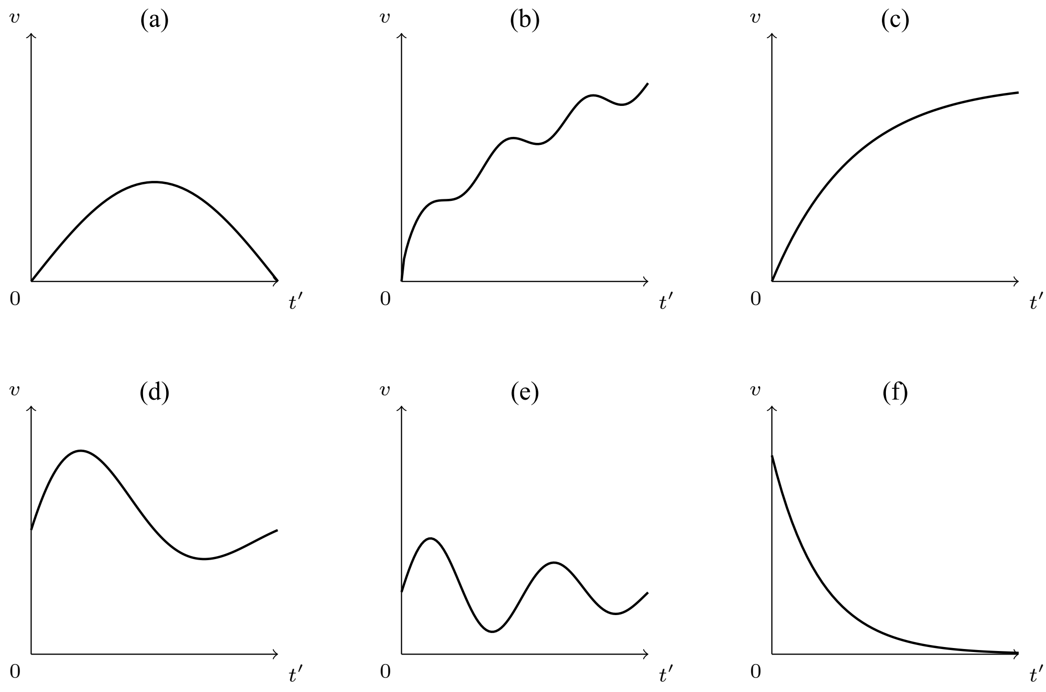


図2　問題 II

媒質が真空であった時､電荷が磁界から受けるローレンツ力は､$\boxed{(\text{オ})\quad (q.v_0, B_0, m)}$ と表せ、この力が向心力となって電荷は半径 $r =$ $\boxed{(\text{カ})\quad (q.v_0, B_0, m)}$ の円運動をする。ここで、媒質が真空でないとすると電荷は速さに比例する抗力 $f = -kv$ を受けるので、速さ v で運動する電荷の速度方向の運動方程式は速度方向の加速度を a として、 $\boxed{(\text{キ})\quad (q, B_0, m, a, v, k)}$ と表され、速さ v のグラフは以下の選択肢 $\boxed{(\text{ク})\quad (a), (b), (c), (d), (e), (f)}$ である。

選択肢：



設問 (3)： (キ) の運動方程式の解が $v = e^{\alpha t}$ であると仮定したとき、α を求めよ。ただし、加速度は $a = \frac{dv}{dt}$ と表されることを用いて良い。(q, k, m)

設問 (4)： 媒質が真空でない時、磁束密度 B を変化させて電荷が $(r.0)$ を中心とした半径 r の円上を運動するようにしたい。この時の磁束密度 $B(t)$ の式を求めよ。(q, v_0, B_0, m, k, t)

問題 III

図 3に示すような回路を考える。巻き数 N のコイルの内部には外部から時間変化する磁束 $\Phi = kt$(k は正の定数) が図の向きに供給されている。スイッチが適切に閉じられている時、この磁束 Φ によって発生する誘導起電力によって、図の向きに電流 i が流れた。各設問の最後の括弧内の文字から必要なものを用いて以下の設問 (5)〜(10) に答えよ。ただし、電圧は図の矢印の始点に対する終点の電圧とし、初期状態においてコンデンサの電荷、コイルの電流はどちらも 0 である。また、巻き数 N のコイルの自己誘導は無視して良い。

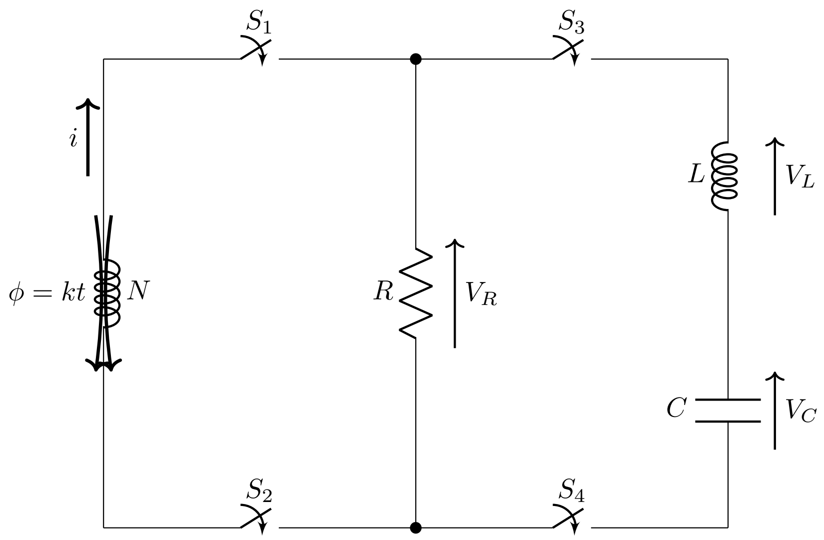


図3　問題 III

1. スイッチ S_1,S_2 のみを閉じた場合を考える。

設問 (5):　巻き数 N のコイルに発生する誘導起電力 E を求めよ。(N, k, L)

設問 (6):　流れる電流 i を求めよ。(N, k, L, R)

設問 (7):　抵抗での消費電力を求めよ。(N, k, L, R)

2.

スイッチ S_1,S_2 に加え、S_3,S_4 も閉じて十分時間が経過したのち、スイッチ S_1,S_2 を再び開いた時を考える。

設問 (8): スイッチを開いた瞬間のコンデンサにかかる電圧 V_C を求めよ。(N, k, L, R, C)

設問 (9): スイッチを開いた瞬間のコイルにかかる電圧 V_L を求めよ。(N, k, L, R, C)

設問 (10) スイッチを開いた時から十分時間が経過するまでにおいて、抵抗で消費したジュール熱 W を求めよ。(N, k, C)

問題 IV

図 4のような、紙面裏から表の向きの、大きさ B の磁束密度が存在する空間に、ばね定数 k のばねにつながれた、質量 m の導体棒 (抵抗値 R) が、抵抗のない幅 l の導体レール上を、なめらかに動く場合を考える。導体レールの右端には、図のように、スイッチ S と電源電圧 V の電源が接続されている。図のように x 軸を設定し、導体棒が動くことで発生する起電力と、回路の自己インダクタンスは無視できるとして、以下の設問 (11)〜(15) に答えよ。ただし、ばねの長さが自然長の時、導体棒は $x=0$ の位置にあるとする。設問 (11)〜(14) は最後の括弧内の文字から必要なものを用いて答えること。

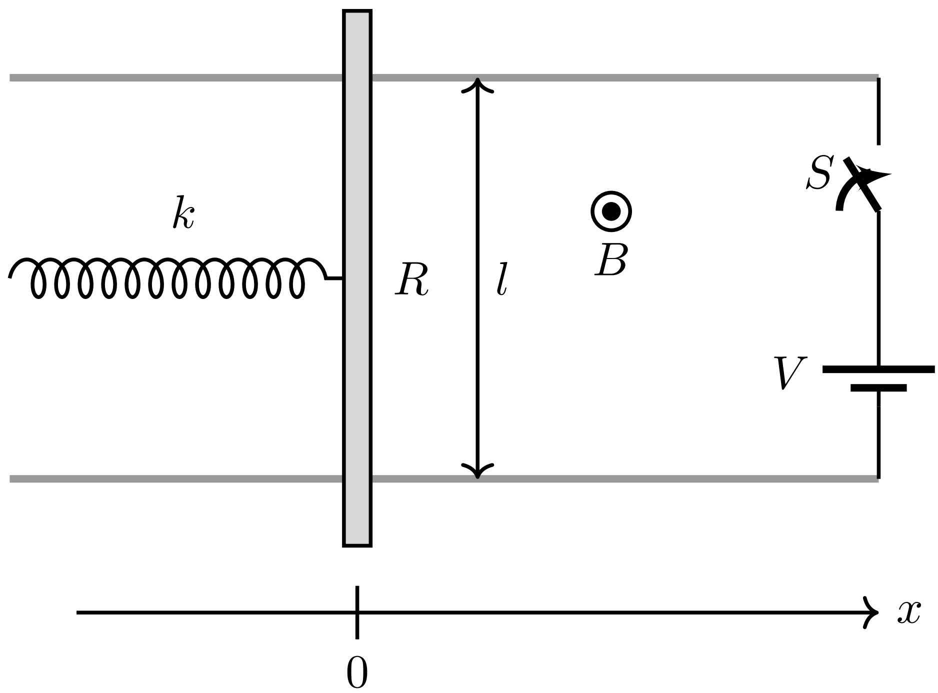


図4　問題 IV

$d>0$ として、導体棒を $x=-d$ に静止させた状態で、時刻 $t=0$ でスイッチを閉じた。

設問 (11)： 導体棒が、位置 x にある時の $+x$ 方向の加速度 $\frac{d^2x}{dt^2}$ を求めよ。(m,k,x,V,B,l,R)

設問 (12)： 導体棒は、ある周期の振動をする。その周期 T を求めよ。(m,k,V,B,l,R)

設問 (13)： 導体棒の位置が $x = Ae^{at} + C$(A,a,C は 0 でない適当な定数) と表せると仮定する。この時、加速度が $\frac{d^2x}{dt^2}$ と表されることを用いて、a,C の値をそれぞれ求めよ。ただし、a は、虚数単位 i を用いて 2 通り回答すること。(m,k,V,B,l,R,i)

設問 (14)： 適切な条件から A を求めよ。(m,k,V,B,l,R)

設問 (15)： 位置 x の実部は実際の位置に対応する。単振動の性質から、e^{at} の実部は ($\sin at$,$\cos at$,$\tan at$) のどれか。

問題 V

図 5のように、半径 a,b の２本の円形導体レールを、両者の中心を一致させて空間に配置し、この中心を軸に導体レールの上を導体棒が角速度 ω の等速円運動を行う。また、円形導体レールには抵抗 R が接続されている。円形導体レール内には図の向きの磁束密度 B が存在し、導体レールと導体棒の摩擦は無視できるとする。括弧内の文字の中から必要なものを用いて、以下の文章の空欄 (ケ)〜(セ) に入る数式を答えよ。ただし、回路を流れる電流による磁束の影響は無視できるほど小さいとする。

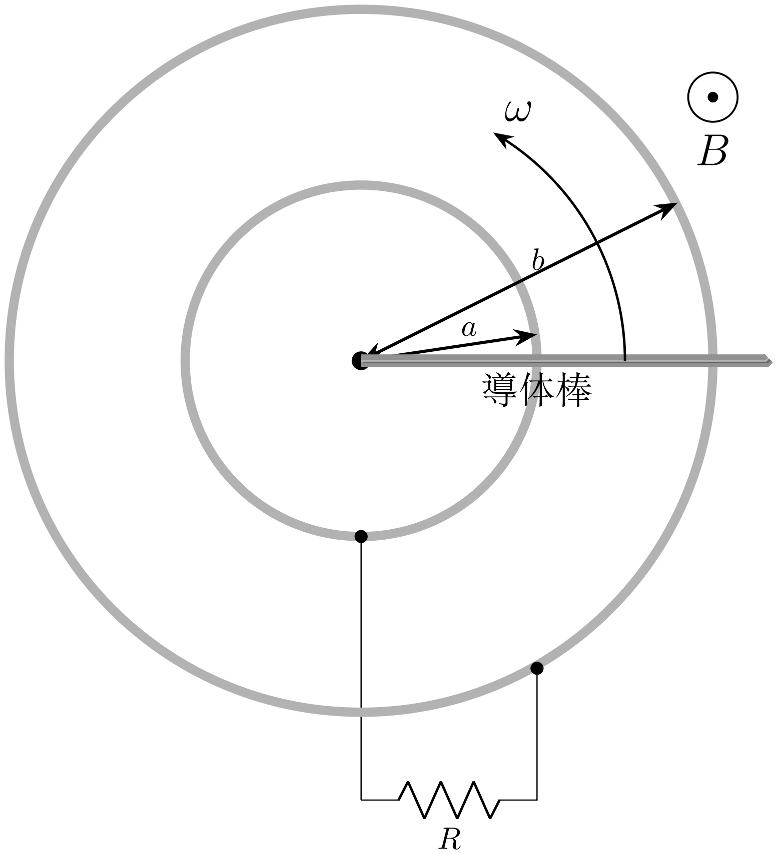


図5　問題 V

空間には磁界が存在し角速度 ω で運動しているので、導体棒には誘導機電力が存在する。この誘導起電力を求めるために、n を自然数として導体棒を n 分割していく。以下では、分割後の導体棒の微小距離 $\Delta r = \frac{b-a}{n}$ に発生する起電力 ΔE を考える。
この微小起電力 ΔE は、中心から n 個目の微小導体棒の中心からの距離を一律に r_n とすると、微小誘導起電力 ΔE は $\Delta E = \boxed{(\text{ケ})\quad (r_n,\omega,\Delta r,B)}$ と表せる。ただし、微小距離 Δr 中の電荷の速さはどれも等しいとする。
よって、$\boxed{(\text{ケ})}$ から、導体棒の回路部分全体で近似的に $\sum_{k=1}^{n} \boxed{(\text{コ})\quad (r_k,\omega,\Delta r,B)}$ の起電力が発生する。ここで、$n \to \infty$ とすると、起電力 $E = \boxed{(\text{サ})\quad (\omega,B,a,b)}$ とわかる。
さらに、この起電力によって回路には電流 $I = \boxed{(\text{シ})\quad (\omega,B,a,b,R)}$ が流れる。この電流の影響で微小距離 Δr において、導体棒には大きさ ΔF の微小の力が働く。ここでも、導体棒を n 分割して極限を取ると、導体棒の回路部分全体で $F = \boxed{(\text{ス})\quad (\omega,B,a,b,R)}$ の力のが働く。ただし、ここでも微小距離 Δr 中の導体棒に働く力はどれも等しいとする。
最後に、この力 F によって、導体棒にかかる円の中心周りのモーメント M についても、導体棒を n 分割して、微小モーメント ΔM を求め、極限を取ることによって、$M=$ $\boxed{(\text{セ})\quad (\omega,B,a,b,R)}$ とわかる。なお、この力のモーメントは、導体棒を回転させるために加えた仕事率と一致する。

問題 VI

図 6に示すような RLC 直列回路について考える。括弧内の文字を用いて以下の設問 (15)〜(17) に答えよ。ただし初期状態においてコンデンサの電荷、コイルの電流はどちらも 0 である。

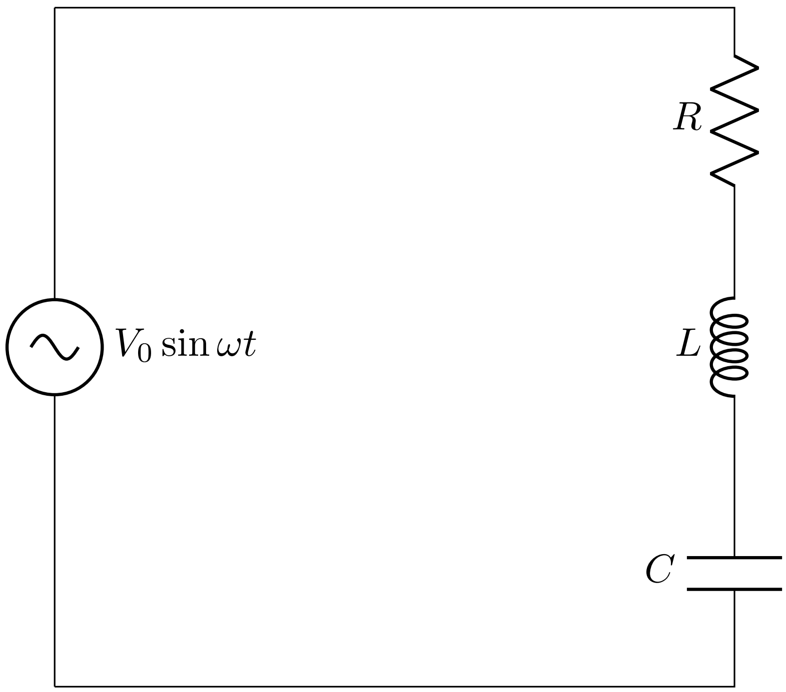


図6　問題 VI

設問 (16)：　回路全体の合成インピーダンスの大きさ Z を求めよ。(V_0,R,L,C,ω)

設問 (17)：　電流の振幅が最大になる交流電源の周波数と最大電流の振幅を求めよ。(V_0,R,L,C)

設問 (18)： 電流の振幅が設問 (17) の最大値の $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 倍になる時の、交流電源の周波数と電流の振幅を求めよ。ただし、角周波数 ω について $\omega > 0$ とする。(V_0,R,L,C)