

## 1 練習問題 3-8

連続変数  $X$  が正規分布  $N(\mu, \sigma^2)$  に従うとき、 $X$  の確率分布は以下の式で表される。

$$p(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(X-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1)$$

よって、

$$\begin{aligned} H(X) &= E[-\log p(X)] \\ &= E\left[-\log\left\{\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(X-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)\right\}\right] \\ &= E\left[\frac{1}{2} \log(2\pi\sigma^2) + \frac{1}{2\sigma^2} (X-\mu)^2\right] \\ &= \frac{1}{2} \log(2\pi\sigma^2) + \frac{1}{2\sigma^2} E[(X-\mu)^2] \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 $E[(X-\mu)^2] = V(X) = \sigma^2$  より、

$$\begin{aligned} H(X) &= \frac{1}{2} \log(2\pi\sigma^2) + \frac{1}{2\sigma^2} \cdot \sigma^2 \\ &= \frac{1}{2} (\log(2\pi\sigma^2) + 1) \\ &= \frac{1}{2} \log(2\pi e \sigma^2) \end{aligned} \quad (3)$$