

宿題 1

フィッシャー判別分析を実装する。

クラス内散布行列は,

$$\mathbf{S}^{(w)} = \sum_{y=1}^c \sum_{i: y_i=y} (\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu}_y)(\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu}_y)^T \quad (1)$$

クラス間散布行列は,

$$\mathbf{S}^{(b)} = \sum_{y=1}^c n_y \boldsymbol{\mu}_y \boldsymbol{\mu}_y^T \quad (2)$$

である。クラス内散布を小さく, クラス間散布を大きくするような写像を求める。つまり, 次を求めればよい。

$$\mathbf{T}_{\text{FDA}} = \arg \max_{\mathbf{T}} \left((\mathbf{T} \mathbf{S}^{(w)} \mathbf{T}^T)^{-1} \mathbf{T} \mathbf{S}^{(b)} \mathbf{T}^T \right) \quad (3)$$

これは, 次の一般化固有値問題を解くことにより, 以下のように求まる。

$$\mathbf{S}^{(b)} \boldsymbol{\xi} = \lambda \mathbf{S}^{(w)} \boldsymbol{\xi} \quad (4)$$

$$\boldsymbol{\xi}_j^T \mathbf{S}^{(w)} \boldsymbol{\xi}_j = 1 \quad (5)$$

$$\mathbf{T}_{\text{FDA}} = (\boldsymbol{\xi}_1, \dots, \boldsymbol{\xi}_m)^T \quad (6)$$

??ページの Listing ?? にプログラムを示した。結果は図 1, 2 に示した通りである。

これらより, フィッシャー判別分析によって異なるクラスのデータをうまく分離できるような写像が求まるが, クラス内にクラスタ構造があるとうまくいかないことがわかる。

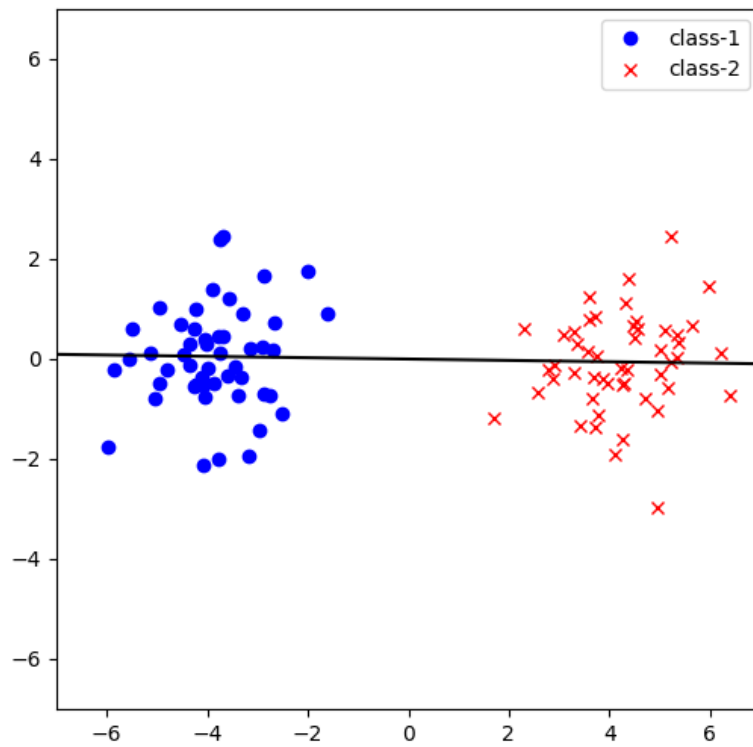


図 1: 2 クラスタのデータに対する結果

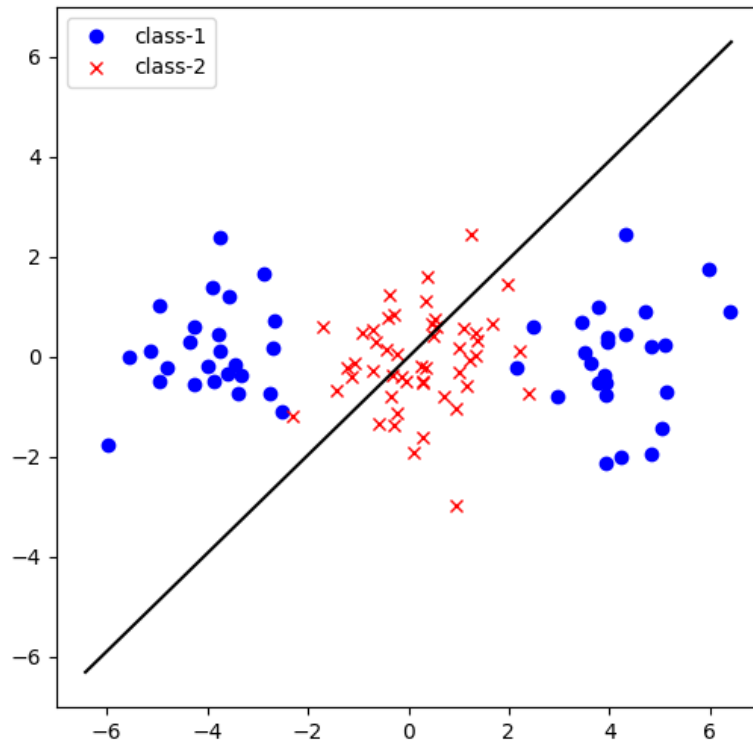


図 2: 3 クラスタのデータに対する結果