

宿題 1

最近傍類似度に対するラプラス固有写像を実装する。

類似度行列を次のように定義する。

$$W_{i,i'} = \begin{cases} 1 & \text{if } \mathbf{x}_i \in \text{kNN}(\mathbf{x}_{i'}) \text{ or } \mathbf{x}_{i'} \in \text{kNN}(\mathbf{x}_i) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

なお、最近傍類似度を考えるので、 $k = 1$ とする。ラプラス固有写像の埋め込み先 Ψ^T は、

$$\mathbf{D} = \text{diag} \left(\sum_{i'=1}^n W_{i,i'} \right) \quad (2)$$

$$\mathbf{L} = \mathbf{D} - \mathbf{W} \quad (3)$$

についての固有値問題

$$\mathbf{L}\Psi = \gamma\mathbf{D}\Psi \quad (4)$$

を解き、

$$\Psi^T = [\psi_{n-1} \quad \psi_{n-2} \quad \psi_{n-m}]^T \quad (5)$$

$$(\gamma_1 \geq \cdots \geq \gamma_n) \quad \Psi_i^T \mathbf{D} \Psi_i = 1 \quad (6)$$

とすればよい。

実験では 3 次元データを 2 次元に次元削減する。?? ページの Listing ?? にプログラムを示した。結果は図 1 に示した通りである。

図 1: 結果