パターン認識 2019-05-28 授業分 レポート

37-196360 森田涼介

2019年6月24日

宿題 1

05-21 授業分で配布された三種類のデータで、入力層・隠れ層 1 つ・出力層からなるニューラルネットワークを誤差逆伝播法により学習させる。

3 種類全てのデータに対し、学習率は 0.10 とし、隠れ層のノード数は 20 とした。また、更新はバッチ学習で行った。結果を以下の表 1、図 1-3 に示す。前回の課題にあったパーセプトロンや MSE ではうまく対応できなかった非線形な境界を持つデータに対しても、ある程度うまく対応できていることがわかる。

表 1: 結果

Data Type	#Data	#hidden	Learning Rate	Epoch	Loss	#Correct	Accuracy
linear	100	10	0.90	500	0.1829	100	1.00
nonlinear	100	10	0.90	1,500	0.5186	83	0.830
slinear	500	10	0.90	500	0.1416	490	0.980

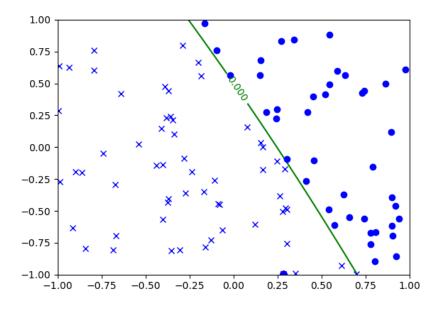


図 1: linear データに対する結果

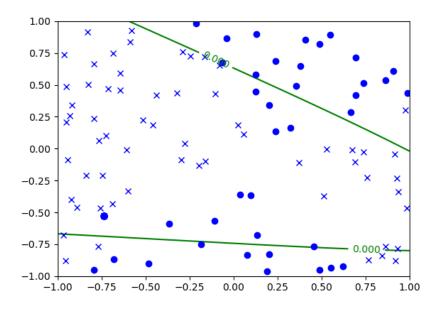


図 2: nonlinear データに対する結果

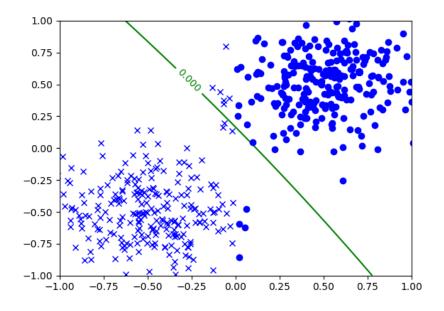


図 3: slinear データに対する結果

プログラムはページ 14 の Listing 2 に示した。また、プログラム中で呼び出している neural_network モジュールは、ページ 11 の Listing 1 に示した。以下にまず、 $neural_network$ モジュールの関数とクラスの説明を示す。なお、このモジュールは宿題 3 でも用いる。

- identity_function 恒等関数
- deriv_identity_function 恒等関数の微分
- sigmoid sigmoid 関数
- deriv_sigmoid sigmoid 関数の微分
- FC

ニューラルネットワークの1層を表すクラス。入出力のサイズと活性化関数及びその微分の関数を引数に取る。重み・バイアスの他に、それらの勾配、順伝搬時の活性化前の値、誤差なども属性として持つ。また、誤差逆伝搬と勾配を計算するメソッドを持つ。

• Model

層の構成を引数に取る,モデルを表すクラス。全体に対し誤差逆伝搬とパラメータの更新を行うメソッドを持つ。

また、以下に assignment1.py の各関数の説明を示す。

- load_data.mat ファイルからデータを読み込む関数
- compute_loss 実値と予測値から損失を計算する関数
- plot培用レ点群なプロットする関準
- 境界と点群をプロットする関数 • train
 - ニューラルネットワークのモデルの最適なパラメータを, 勾配降下法と誤差逆伝搬法によって求める 関数
- main実行時の処理をまとめた関数

宿題 2

MNIST を識別する MSE 識別器を実装する。

学習は LMS 法によって行った。学習率を 0.007,ミニバッチサイズを 100,エポックを 500 とした。訓練データのうち 10,000 個を validation 用に分け,学習状況の確認に利用した。

混同行列は表2のようになり、また、各カテゴリごとの正解率等は表3のようになった。

表 2: MSE に対する混同行列

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	957	0	0	2	0	6	7	2	6	0
1	0	1101	3	1	3	1	5	1	20	0
2	33	51	802	27	21	1	32	20	40	5
3	9	18	24	875	7	19	4	19	25	10
4	1	16	7	1	895	3	8	1	10	40
5	34	16	3	74	25	656	16	16	36	16
6	40	9	12	0	26	17	843	0	11	0
7	5	39	11	7	26	1	0	890	4	45
8	20	43	7	23	31	34	13	13	771	19
9	19	11	2	12	85	1	0	83	6	790

表 3: MSE に対する各カテゴリごとの結果

Category	#Data	#Correct	Accuracy	
0	980	957	0.977	
1	1,135	1101	0.970	
2	1,032	802	0.777	
3	1,010	875	0.866	
4	9,82	895	0.911	
5	8,92	656	0.735	
6	9,58	843	0.880	
7	1,028	890	0.866	
8	9,74	771	0.792	
9	1,009	790	0.783	
All	10,000	8,580	0.858	

プログラムは 17 ページの Listing 3 に示した。その説明を以下に簡単に記す。なお、同じプログラムで宿題 3 の実行もできる。

• load_data

MNIST データを読み込んで返す関数。04-23 の課題で用いた mnread モジュールを用いている。

• add_augment_axis

入力を拡張ベクトルにする関数

normalize

入力を正規化する関数。今回は [0,256] のグレースケールが対象だったため、簡単に、各要素に対して 128 を引いてから 256 で割る操作を行っている。

• split

入力を与えられたバッチサイズごとに分ける関数

• train

訓練を行う関数。mode 引数で MSE か MLP かを切り替え可能にしている。ミニバッチに対して順伝搬を行い損失を計算したのち、勾配を計算してパラメータを更新する。MLP を用いる場合は、勾配の計算に誤差逆伝搬法が用いられる。

• test

テストデータに対する結果を求める関数

print_result_in_TeX_tabular_format
 混同行列と各ラベルに対する精度を、TEX の表の形式で出力する関数

• compute_loss 損失を計算する関数

• Linear

MSE 用の線形モデルを表したクラス。勾配計算とパラメータの更新を行うメソッドを持つ。

宿題 3

MNIST を識別するニューラルネットワークを実装する。宿題1と同等の構造を利用する。

中間層のユニット数を 128, 学習率を 0.001, ミニバッチサイズを 32, エポックを 50 とした。訓練データのうち 10,000 個を validation 用に分け、学習状況の確認に利用した。

混同行列は表 4 のようになり、また、各カテゴリごとの正解率等は表 5 のようになった。結果としては、学習は進まず、全て 3 と予測してしまうモデルとなってしまった。ハイパラを振ったりもしてみたが、1 つの数字を予測するのみのモデルとなってしまった。原因としては、まず実装ミスを疑ったが、宿題 1 と同じモジュールを使っているのであまり考えにくいと思われた。現状、ハイパラにかなり敏感なのかという考察となった。

プログラムは 17 ページの Listing 3 に示した。関数についての説明は宿題 2 に示した通りである。また、モデルについては宿題 1 で示した通りである。

0 1 2 9 3 4 5 6 7 8 0 0 0 980 0 $0 \quad 0 \quad 0 \quad 0$ 0 1 0 0 1135 0 0 0 1032 0 0 0 0 0 0 0 2 0 0 3 0 0 0 1010 0 0 0 0 0 0 982 4 0 0 0 0 0 0 $0 \quad 0$ 5 0 0 0 892 0 $0 \quad 0$ $0 \quad 0$ 0 $0 \quad 0 \quad 0$ 958 0 0 0 0 0 0 6 7 0 0 0 1028 0 $0 \quad 0 \quad 0 \quad 0$ 8 0 0 0 974 0 $0 \quad 0$ 0 0 0 0 0 0 1009 0 0 0 0 0 0

表 4: NN に対する混同行列

表 5: NN に対する各カテゴリごとの結果

Category	#Data	#Correct	Accuracy	
0	980	0	0.000	
1	1135	0	0.000	
2	1032	0	0.000	
3	1010	1010	1.000	
4	982	0	0.000	
5	892	0	0.000	
6	958	0	0.000	
7	1028	0	0.000	
8	974	0	0.000	
9	1009	0	0.000	
All	10000	1010	0.101	

宿題 4

以下の深層学習に関する技術用語について説明する。これらを講義で説明した多層ニューラルネットワークに組み込む方法についても検討する。

Dropout

Dropout は、訓練時にニューロンのうち一部を確率的に不活性化させて学習させることにより、汎化性能を上げる手法である。つまり、Dropout を適用する層において、重みのうち一部を確率的に選び、選ばれたものの重みを 0 として順伝搬を行い、また逆伝搬時にも重みの更新をしないようにする。ここで、Dropout する確率はハイパーパラメータとなる。推論時には、全てのノードを用いて計算を行った後、訓練時に Dropout していた割合を出力にかけることで、用いているノードの数が訓練時より増加し大きくなった出力の値を修正している。このように学習することによって、複数のネットワークを独立に学習し、推論時にその出力を平均する、アンサンブル学習の近似になるといわれている。

これを多層ニューラルネットワークに組み込もうとするときは、単純に層の後にこれを入れればよい。なお、どのノードを不活性化したかを記憶しておく必要があることに注意である。

momentum

パラメータの更新は SGD 以外の方法によっても行うことができる。momentum はその手法の 1 つで,直訳すると運動量である。momentum によるパラメータの更新式は以下の式で表される(α はハイパーパラメータ)。

$$\mathbf{v} \leftarrow \alpha \mathbf{v} - \eta \frac{\partial E}{\partial \mathbf{\theta}} \tag{1}$$

$$\boldsymbol{\theta} \leftarrow \boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{v}$$
 (2)

式からわかるように、momentum では更新に用いる値を計算された勾配の値そのものからその指数平均へと変更している。これにより、振動が抑制され、損失関数が極小値に向かいやすくなるという手法である。パラメータが張る空間上での損失関数の値の動きを考えると、これは慣性が働いているかのような動きとなる。

これを多層ニューラルネットワークに組み込もうとするときは、パラメータの更新式を SGD からこれに取り換えればよい。v の値を記憶しておかなければならないことに注意である。

data augmentation

data augmentation とは、データを増やす手法のことである。これは、新規にデータを集めるということではなく、現在手元にあるデータに対し何かしらの処理を加えることでデータを増やすということである。この手法は当然データの種類によって様々であるが、例えば画像について考えると、次のようなものが挙げられる

- 上下・左右の反転
- 回転
- ノイズの付加
- 色の反転
- Random Crop (画像の一部を切り抜く)

• CutOut (画像の一部にマスクをかける)

当然,これらの手法は状況に応じて使い分けられるべきである。例えば、手書き文字認識をしたいときには、左右の反転は用いられないだろう。

これは前処理にあたる部分なので、多層ニューラルネットワークに組み込もうとするときは、その入力に対する操作となる。例えば MNIST に対しては、ノイズの付加や多少の回転は適用してみてもよい手法であると考えられる。

1 プログラム

実行環境と用いた言語・ライブラリを以下の表 6 に示す。

表 6: プログラムの実行環境

OS : Microsoft Windows 10 Pro (64bit)

CPU : Intel(R) Core(TM) i5-4300U

RAM : 4.00 GB 使用言語 : Python3.6

可視化 : matplotlib ライブラリ

```
Listings 1: neural_network.py
# -*- coding: utf-8 -*-
3 import numpy as np
6 def identity_function(x):
     return x
def deriv_identity_function(x):
     return np.ones_like(x)
11
12
13
14 def sigmoid(x):
      return 1.0 / (1.0 + np.exp(-x))
16
18 def deriv_sigmoid(x):
19
     return sigmoid(x) * (1 - sigmoid(x))
21
22 def softmax(x):
     x -= x.max(axis=1, keepdims=True)
      x_exp = np.exp(x)
24
      x_exp /= np.sum(x_exp, axis=1, keepdims=True)
25
      return x_exp
27
29 def deriv_softmax(x):
     return softmax(x) * (1 - softmax(x))
31
32
33 class FC(object):
```

```
def __init__(self, input_size, output_size, activate_func,
       activate_func_deriv,):
           self.W = np.random.rand(input_size, output_size).astype(float)
           self.b = np.zeros(output_size, dtype=float)
36
37
           self.dW = None
38
           self.db = None
39
40
           self.x = None
41
42
           self.u = None
43
           self.delta = None
44
           self.activate_func = activate_func
46
           self.activate_func_deriv = activate_func_deriv
47
48
       def __call__(self, x):
49
50
           self.x = x
           self.u = x.dot(self.W) + self.b
51
           h = self.activate_func(self.u)
52
53
           return h
54
       def back_prop(self, delta, W):
55
           self.delta = self.activate_func_deriv(self.u) * delta.dot(W.T)
56
           return self.delta
57
       def compute_grad(self):
59
           batch_size = self.delta.shape[0]
60
           self.dW = self.x.T.dot(self.delta) / batch_size
           self.db = self.delta.mean()
62
63
64
65 class Model(object):
       def __init__(self, layers):
           self.layers = layers
67
       def __call__(self, x, is_training=False):
69
           if is_training:
70
               for layer in self.layers:
                   x = layer(x)
72
           else:
73
74
               for layer in self.layers:
                   x = x.dot(layer.W) + layer.b
75
76
                   x = layer.activate_func(x)
           return x
77
78
       def back_propagate(self, delta):
79
```

```
W = None
           for i, layer in enumerate(self.layers[::-1]):
81
               if i == 0:
                  layer.delta = delta
83
84
               else:
                  delta = layer.back_prop(delta, W)
85
               layer.compute_grad()
               W = layer.W
87
88
      def update(self, lr):
          for layer in self.layers:
90
               layer.W -= lr * layer.dW
91
               layer.b -= lr * layer.db
92
93
           return
```

```
Listings 2: assignment1.py
" # -*- coding: utf-8 -*-
4 import numpy as np
5 import matplotlib.pyplot as plt
6 from scipy.io import loadmat
8 from neural_network import *
ii def load_data(path):
      data = loadmat(path)
12
      #print(data.keys())
13
      x = data['x'].T
14
      y = data['1'].T
15
      n = data['n'][0, 0]
      d = data['d'][0, 0]
17
18
      return x, y, n, d
20
21 def compute_loss(y_pred, y_true):
      loss = np.mean((y_pred - y_true)**2)
22
23
      return loss
24
25
26 def plot(model, x, l, xx, yy, axy):
      # settings
27
      plt.clf()
28
      plt.xlim([-1, 1])
      plt.ylim([-1, 1])
30
31
      # scatter
      plt.plot(x[np.where(l==1), 0], x[np.where(l==1), 1], 'bo')
33
      plt.plot(x[np.where(l==0), 0], x[np.where(l==0), 1], 'bx')
34
35
       # contour
36
       p = model(axy, is_training=False) # compute classification results
37
       cs = plt.contour(
38
          xx, yy, np.reshape(p, xx.shape),
39
          levels=[-5, 0, 5],
40
          colors='g',
41
          )
      plt.clabel(cs)
43
44
45
       # show
       plt.show()
46
```

```
plt.pause(0.000001)
47
48
  def train(model, x, y, lr, epochs, fig_path=None,):
50
51
       n_sample = len(y)
52
       xx, yy = np.meshgrid(np.linspace(-1,1), np.linspace(-1,1))
53
       xf = xx.flatten()[:, np.newaxis]
54
       yf = yy.flatten()[:, np.newaxis]
55
56
       axy = np.concatenate((
           хf,
57
           уf
58
           ),axis=1)
       1 = (y == 1)
60
       plt.figure()
61
       plt.ion()
63
64
       for epoch in range (epochs):
           # forward
65
           y_pred = model(x, is_training=True)
66
67
           loss = compute_loss(y, y_pred)
68
           # backward
69
           delta = y_pred - y
70
           model.back_propagate(delta)
71
           model.update(lr)
73
           # result
74
75
           pred = y_pred
           pred[pred > 0] = 1
76
77
           pred[pred < 0] = -1
           n_correct = (pred == y).sum()
78
           acc = n_correct / n_sample
79
           print(f'Epoch: {epoch+1}\t#Loss: {loss:.4f}\t#Correct:
       {n_correct}\tAcc: {acc:.3f}')
81
           # plot
82
           #plot(model, x, l, xx, yy, axy)
83
85
       # plot
86
87
       plot(model, x, l, xx, yy, axy)
       if fig_path:
88
           plt.savefig(fig_path)
89
       plt.show()
90
91
92
       return model
```

```
94
   def main():
        # settings
96
97
        data_type = 'linear'
        #data_type = 'nonlinear'
98
        #data_type = 'slinear'
99
        data_path = f'../data/{data_type}-data.mat'
100
        fig_path = f'../figures/assignment1_1_{data_type}_result.png'
101
102
        np.random.seed(1)
103
104
        # hyperparameters
        epochs = 500
106
        lr = 0.9
107
        # model
109
        input\_size = 2
110
        output_size = 1
111
       hidden_size = 10
112
        model = Model([
113
            FC(input_size, hidden_size, sigmoid, deriv_sigmoid),
114
            FC(hidden_size, output_size, identity_function,
115
       deriv_identity_function),
            ])
116
117
118
        # load data
119
        x, y, n, d = load_data(data_path)
120
        print(f'Data Type: {data_type} #Sample: {n} #Dim: {d}\n')
121
122
123
        # train
124
        model = train(model, x, y, lr, epochs, fig_path=fig_path,)
125
126
127
if __name__ == '__main__':
129
       main()
```

```
Listings 3: assignment23.py
1 # -*- coding: utf-8 -*-
4 import numpy as np
5 import matplotlib.pyplot as plt
1 import mnread
8 from neural_network import *
ii def load_data():
12
      train_X = mnread.readim(mnread.trdatafz)
      train_X = np.reshape(train_X, [train_X.shape[0], -1]) #flatten
13
      train_y = mnread.readlabel(mnread.trlabelfz)
14
15
      test_X = mnread.readim(mnread.tstdatafz)
      test_X = np.reshape(test_X, [test_X.shape[0], -1]) #flatten
17
      test_y = mnread.readlabel(mnread.tstlabelfz)
18
      return train_X, train_y, test_X, test_y
20
21
22 def add_augment_axis(data_X):
23
     n = data_X.shape[0]
      data_X_augmented = np.concatenate((
24
          np.ones((n, 1)),
25
          data_X
26
          ), axis=1)
27
      return data_X_augmented
28
30
31 def normalize(data_X):
32
      #data_X -= 128
      #data_X /= 128
33
      data_X /= 256
34
      return data_X
35
36
37
def split(data_X, data_y, batch_size):
      n_data = len(data_y)
39
      n_abandoned = n_data % batch_size
40
      if n_abandoned != 0:
41
          print(f'Warning: {n_abandoned} samples are abandoned')
      data_X_split = [data_X[i:i+batch_size] for i in range(0, n_data,
43
      batch_size)]
      data_y_split = [data_y[i:i+batch_size] for i in range(0, n_data,
      batch_size)]
```

```
return data_X_split, data_y_split
46
47
48 def train(
49
           model, labels,
           train_X, train_y,
50
           valid_X, valid_y,
51
           lr, epochs, batch_size,
52
           mode='MSE',
53
           ):
       if mode.lower() not in ['mse', 'lms', 'widrow-hoff', 'nn']:
55
           raise ValueError(f'Unknown mode: {mode}')
56
       n_label = len(labels)
       train_X_split, train_y_split = split(train_X, train_y, batch_size)
58
       n_minibatch = len(train_y_split)
59
       print('train')
       for epoch in range (epochs):
61
62
           # train
           for i in range(n_minibatch):
63
               # forward
64
               y_pred = model(train_X_split[i], is_training=True)
               y_true = np.identity(n_label)[train_y_split[i]]
66
               loss = compute_loss(y_pred, y_true)
67
68
               # update
69
               delta = y_pred - y_true
               if mode.lower() in ['mse', 'lms', 'widrow-hoff']:
71
                   model.compute_grad(delta)
72
73
               else:
                   model.back_propagate(delta)
74
75
               model.update(lr)
76
           # validate
77
           y_pred = model(valid_X, is_training=False)
78
           y_pred = np.argmax(y_pred, axis=1)
79
           n_correct = (y_pred == valid_y).sum()
           acc = n_correct / len(valid_y)
81
82
           print(f'Epoch: {epoch+1} #Loss: {loss:.3f}
                                                              #Correct:
      {n_correct} Accuracy: {acc:.3f}')
       print()
84
       return model
88 def test(model, test_X, test_y, labels):
       # settings
89
       n_{label} = len(labels)
90
```

```
91
        confusion_matrix = np.zeros((n_label, n_label), dtype=int)
        n_data_all = len(test_y)
92
       result = {}
93
94
95
       print('test')
96
        # prediction
97
        y_pred = model(test_X, is_training=False)
       y_pred = np.argmax(y_pred, axis=1)
99
100
        # calc scores
101
        for label in labels:
102
            print(f'Label: {label}\t', end='')
104
            indices = np.where(test_y == label)[-1]
105
            n_data = len(indices)
            preds = y_pred[indices]
107
108
            # make confusion matrix
109
            for i in labels:
110
                n = (preds == i).sum()
111
                confusion_matrix[label, i] = n
112
113
            # calc accuracy
114
            n_correct = confusion_matrix[label, label]
115
            acc = n_correct / n_data
            print(f'#Data: {n_data}\t#Correct: {n_correct}\tAcc: {acc:.3f}')
117
118
119
            result[label] = {
                'data': n_data,
120
                'correct': n_correct,
121
                'accuracy': acc,
122
123
        result['confusion_matrix'] = confusion_matrix
124
125
        # overall score
126
        n_crr_all = np.diag(confusion_matrix).sum()
127
       acc_all = n_crr_all / n_data_all
128
       result['all'] = {
           'data': n_data_all,
130
            'correct': n_crr_all,
131
132
            'accuracy': acc_all,
133
134
       print(f'All\t#Data: {n_data_all}\t#Correct: {n_crr_all}\tAcc:
       {acc_all:.3f}')
135
       print()
       print('Confusion Matrix:\n', confusion_matrix)
136
```

```
137
        print()
        return result
138
139
140
141
   def print_result_in_TeX_tabular_format(result):
        labels = list(range(10))
142
143
        print('Scores')
144
        for label in labels:
145
146
            print('{} & {} & {} & {:.3f} \\\'.format(
                label,
147
                int(result[label]['data']),
148
                int(result[label]['correct']),
                result[label]['accuracy']
150
151
152
        print('All & {} & {} & {:.3f} \\\'.format(
            int(result['all']['data']),
153
154
            int(result['all']['correct']),
            result['all']['accuracy']
155
156
            ))
157
        print()
158
       print('Confusion Matrix')
159
        for i in labels:
160
            print('{}
                         '.format(i), end='')
161
            for j in labels:
162
                print(' & {}'.format(int(result['confusion_matrix'][i, j])),
163
       end='')
164
            print(' \\\\')
        return
165
166
167
   def compute_loss(y_pred, y_true):
168
        #loss = np.mean((y_pred - y_true)**2)
        log_y_pred = np.log(np.clip(y_pred, 1e-8, y_pred))
170
        loss = np.mean(np.sum((- y_true * log_y_pred), axis=1))
171
        return loss
172
173
174
175 class Linear(object):
        def __init__(self, input_size, output_size):
176
177
            self.W = np.random.rand(input_size, output_size).astype(float)
            self.dW = None
178
            self.x = None
179
180
        def __call__(self, x, is_training=True):
181
            self.x = x
182
```

```
183
            y = x.dot(self.W)
184
            return y
185
        def compute_grad(self, delta):
186
187
            batch_size = delta.shape[0]
            self.dW = self.x.T.dot(delta) / batch_size
188
189
        def update(self, lr):
190
            self.W -= lr * self.dW
191
192
193
194 def main():
        # settings
        #mode = 'MSE'
196
        mode = 'NN'
197
198
        valid_ratio = 1/6
       np.random.seed(0)
199
200
201
        # hyperparameters
202
        hidden\_size = 32 \# for only NN
203
        \#1r = 0.0015 \# MSE
204
        lr = 0.5 \# NN
205
       batch_size = 100
206
        epochs = 1000
207
209
        # load data
210
        train_X, train_y, test_X, test_y = load_data()
211
       labels = [0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9]
212
213
        n_train = len(train_y)
       n_valid = int(valid_ratio * n_train)
214
       n_train -= n_valid
215
        n_test = len(test_y)
       d = train_X.shape[1]
217
       n_labels = len(labels)
218
        print(f'Mode: {mode} #Dim: {d} #Train: {n_train} #Valid: {n_valid}
219
        #Test: {n_test}\n')
220
221
222
        if mode.lower() in ['mse', 'lms', 'widrow-hoff']:
223
            train_X = add_augment_axis(train_X)
224
225
            test_X = add_augment_axis(test_X)
            model = Linear(d+1, n_labels)
226
        elif mode.lower() in ['nn']:
227
228
            model = Model([
```

```
FC(d, hidden_size, sigmoid, deriv_sigmoid),
229
                 #FC(hidden_size, hidden_size, sigmoid, deriv_sigmoid),
230
                FC(hidden_size, n_labels, softmax, deriv_softmax)
231
232
233
        else:
            raise ValueError(f'Unknown mode: {mode}')
234
235
236
        # preprocess and split data
237
238
        test_X = normalize(test_X)
        train_X = normalize(train_X)
239
240
        valid_X = train_X[n_train:]
241
242
        valid_y = train_y[n_train:]
243
        train_X = train_X[:n_train]
244
        train_y = train_y[:n_train]
245
246
        # train
247
        model = train(
248
            model, labels,
249
            train_X, train_y,
250
            valid_X, valid_y,
251
            lr=lr, epochs=epochs, batch_size=batch_size,
252
            mode=mode,
253
            )
255
256
        # result
257
        result = test(model, test_X, test_y, labels)
258
259
        print_result_in_TeX_tabular_format(result)
260
261
262 if __name__ == '__main__':
        main()
263
```