АЛГЕБРАИЧЕСКАЯ ИНТЕРПОЛЯЦИЯ

Основная цель. Научиться строить интерполяции при помощи многочлена Лагранжа. Изучить влияние выбора интерполяционной сетки на сходимость процесса интерполяции.

Теория и основные формулы. На отрезке [0,1] рассмотрим интерполяционную сетку:

$$0 \le x_1 < x_2 < \ldots < x_i < \ldots < x_n \le 1. \tag{I.1.1}$$

Пусть $f^h \equiv \{f_i^h\}_{i=1}^n$ - сеточная функция, заданная в узлах сетки (I.1.1). *Интерполяционный многочлен Лагранжа* определяется следующими формулами:

$$\ell_n\left(x, f^h\right) \equiv \sum_{k=1}^{N} \omega_{n,k}(x) \cdot f_k^h; \tag{I.1.2}$$

$$\omega_{n,k} \equiv \prod_{\substack{i=1 \\ i \ne k}}^{N} \left(\frac{x - x_i}{x_k - x_i}\right); \ x \in [0,1]. \tag{I.1.3}$$

Можно доказать (см. [1-7]), что многочлен, определяемый формулами (I.1.2-3), является единственным решением задачи интерполяции (Определение I.1) в классе многочленов, степени которых не превосходят “n-1” (класс $P_{n-1}[0,1]$). Тот же самый многочлен может быть построен методами, отличными от того, который определяется формулами (I.1.2-3), например интерполяционный многочлен в *форме Ньютона* описан в учебниках [1-7]; здесь мы приведем менее известный метод построения интерполяционного многочлена, который обычно называют *методом Невилле*.

Пусть $m_1, m_2, ..., m_k \ (1 \le k \le n)$ -натуральные числа, удовлетворяющие условиям: