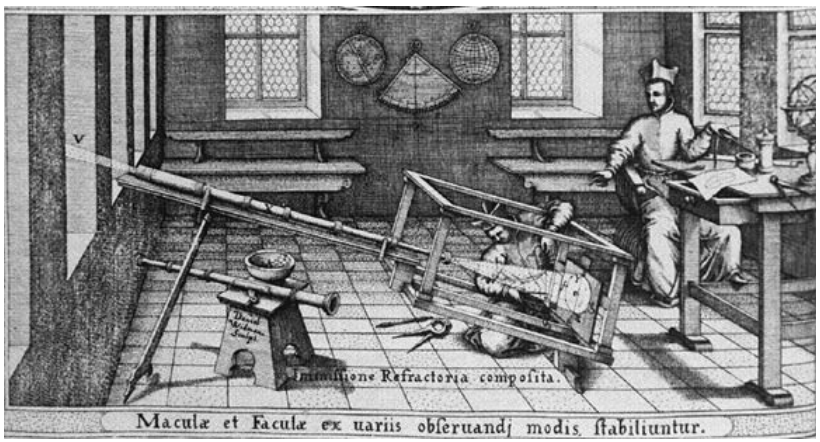
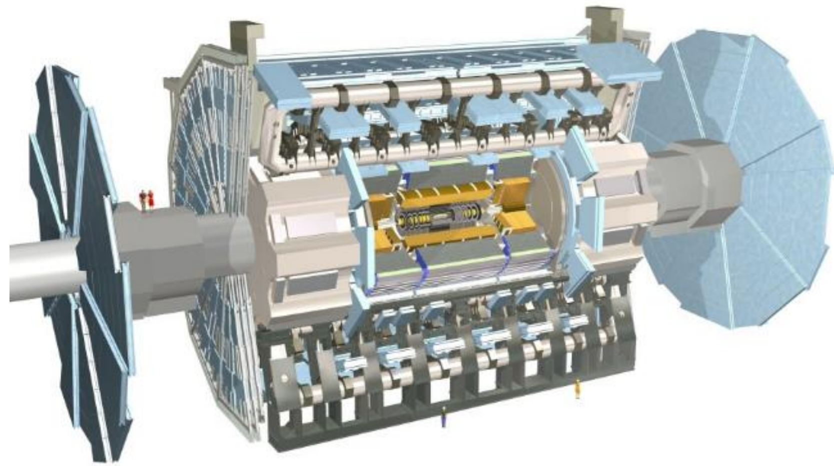
Experimentalphysik III

für Medizinphysik und Lehramt GHR / Sonderpädagogik





TU Dortmund, Wintersemester 2020/21

Prof. Shaukat Khan
0231 755-5399
shaukat.khan @ tu-dortmund.de

Wenn Sie Probleme haben, den Audio-Kommentar abzuspielen, schreiben Sie mir bitte. Normalerweise muss es mit "Bildschirmpräsentation" in PowerPoint, LibreOffice etc. funktionieren, aber anscheinend ist das nicht immer so. Wenn sich die Probleme nicht lösen lassen, müssten wir die Vorlesung auf eine Video-Konferenz zu festen Zeiten umstellen.

Vorlesung

- Dienstag: wird möglichst Mo abends hochgeladen, in Ausnahmen am Dienstag
- Donnerstag: wird Do abends hochgeladen, in Ausnahmen am Freitag

Fragestunde

- Donnerstag 12:00, Link im Moodle-Raum

Modulabschlussklausur

- Dienstag 9. Februar 2021, 16:00-19:00 im Hörsaal 1 (Hörsaalgebäude II)

Evaluierung der Vorlesung

https://evaluation.tu-dortmund.de/evasys/online.php?p=1DK1G

Die Umfrage ist ab sofort und bis einschließlich 11.12.2020 freigeschaltet.

CHE-Ranking

Bitte um rege Teilnahme

Literatur zur Quantenmechanik

D. Griffiths, Quantenmechanik (Pearson)
P. Schmüser, Theoretische Physik für Studierende des Lehramts 1 (Springer)
W. Demtröder, Experimentalphysik 3 (Springer)
R. P. Feynman, Lecture Notes on Physics Vol. III (Addison Wesley)
C. Cohen-Tannoudji et al., Quantenmechanik Band 1 und 2 (de Gruyter)
J. Heintze, P. Bock, Lehrbuch zur Experimentalphysik 5 (Springer)
T. Fließbach, Lehrbuch zur Theoretischen Physik III (Springer)
W. Nolting, Grundkurs Theoretische Physik 5/1 (Springer)
S. Gasiorowicz, Quantenmechanik (Oldenbourg)
M. Alonso, E. J. Finn, Quantenphysik und statistische Physik (Oldenbourg)

3.1 Lichtquanten

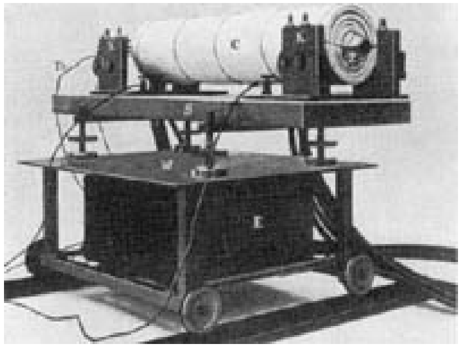
Albert Einstein 1951 an Michele Besso:

„Die ganzen 50 Jahre bewusster Grübelei haben mich der Antwort der Frage ‚Was sind Lichtquanten' nicht näher gebracht. Heute glaubt zwar jeder Lump, er wisse es, aber er täuscht sich..."

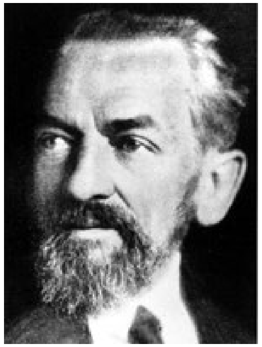
3.1 Lichtquanten

3.1.1 Strahlung des schwarzen Körpers

Historischer Ausgangspunkt der Quantenmechanik: Erklärung des Spektrums eines "schwarzen Körpers", d.h. einer ideal absorbierenden und emittierenden thermischen Strahlungsquelle, üblicherweise durch einen heizbaren Hohlraum mit einer Öffnung realisiert (daher auch "Hohlraumstrahlung").



Hohlraumstrahler an der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in Berlin

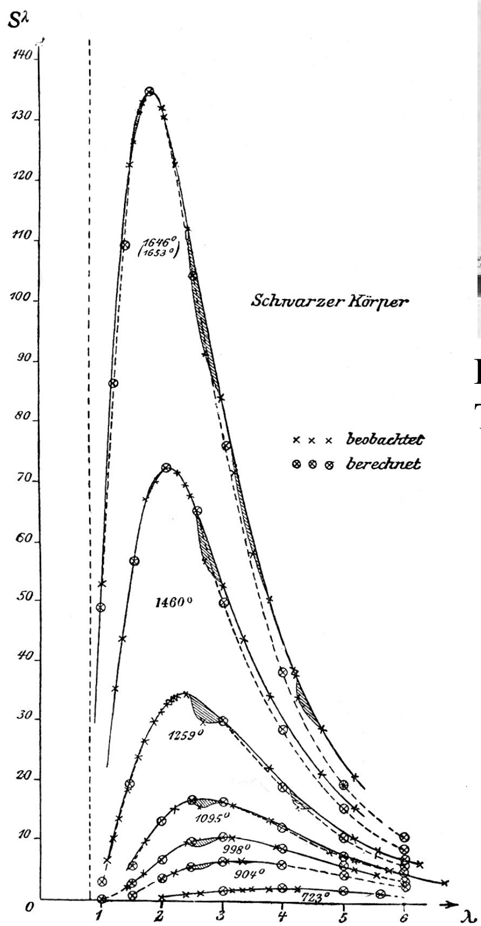


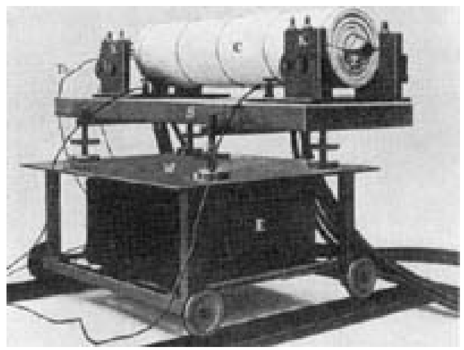
Otto Lummer (1860-1925)

3.1 Lichtquanten

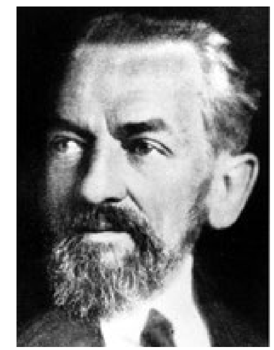
3.1.1 Strahlung des schwarzen Körpers

Historischer Ausgangspunkt der Quantenmechanik: Erklärung des Spektrums eines "schwarzen Körpers", d.h. einer ideal absorbierenden und emittierenden thermischen Strahlungsquelle, üblicherweise durch einen heizbaren Hohlraum mit einer Öffnung realisiert (daher auch "Hohlraumstrahlung").

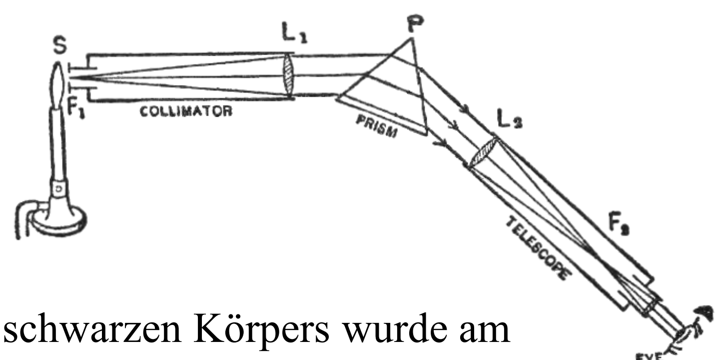




Hohlraumstrahler an der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in Berlin



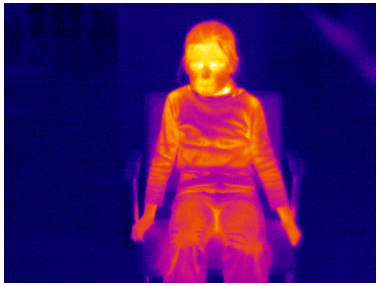
Otto Lummer (1860-1925)

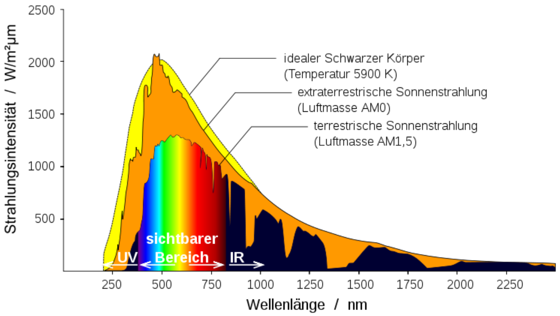


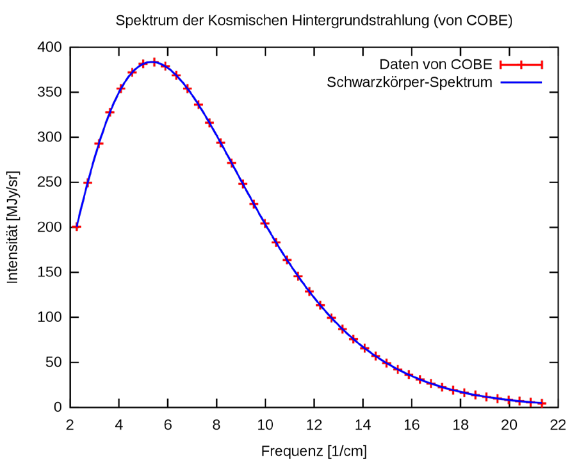
Das Spektrum eines schwarzen Körpers wurde am Ende des 19. Jahrhundert eingehend experimentell untersucht (O. Lummer und andere).

Beispiele für schwarze Strahler

- jeder Körper mit einer Temperatur T ("Wärmestrahlung", $T = 300$ K → Infrarotbereich)
- glühendes Metall (je nach Temperatur rot, gelb, weiß)
- Sonne $T \approx 5900$ K, spektrales Maximum $\lambda_{max} \approx 0{,}5$ µm
- kosmischer Strahlungshintergrund $T = 2{,}725$ K, $\lambda_{max} \approx 1063$ µm

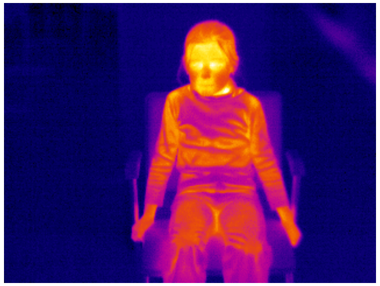

Wärmebildaufnahme



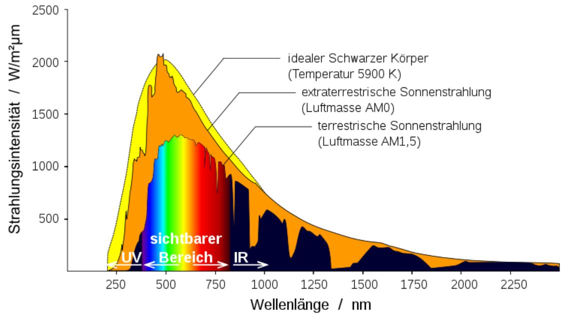


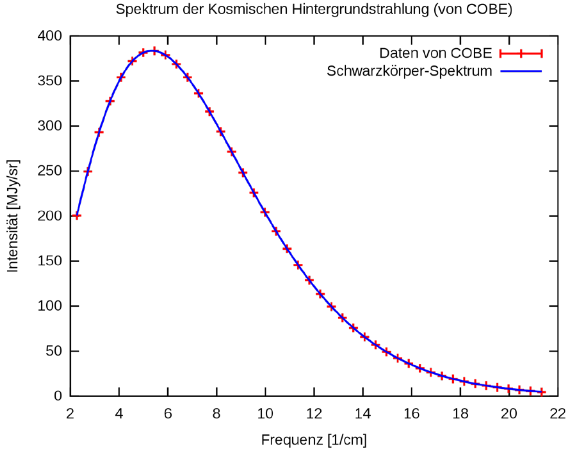
Beispiele für schwarze Strahler

- jeder Körper mit einer Temperatur T ("Wärmestrahlung", $T = 300$ K $\rightarrow$ Infrarotbereich)
- glühendes Metall (je nach Temperatur rot, gelb, weiß)
- Sonne $T \approx 5900$ K, spektrales Maximum $\lambda_{max} \approx 0{,}5$ µm
- kosmischer Strahlungshintergrund $T = 2{,}725$ K, $\lambda_{max} \approx 1063$ µm



Wärmebildaufnahme



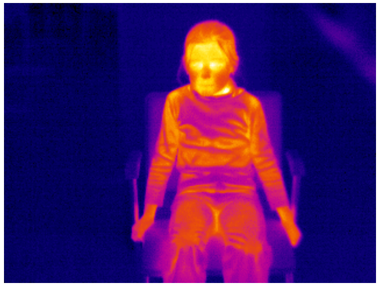


Oben: Sonnenspektrum, modifiziert durch Vorgänge in der Sonnen- und Erdatmosphäre.
Unten: Spektrum der kosmischen Hintergrundstrahlung. Das Maximum als Funktion der Frequenz (hier in Schwingungen pro cm) ist nicht bei $1/\lambda_{max}$, weil

$$f = \frac{c}{\lambda} \qquad \frac{df}{d\lambda} = -\frac{c}{\lambda^2} \qquad df = -\frac{c}{\lambda^2} d\lambda$$

Beispiele für schwarze Strahler

- jeder Körper mit einer Temperatur T ("Wärmestrahlung", $T = 300$ K → Infrarotbereich)
- glühendes Metall (je nach Temperatur rot, gelb, weiß)
- Sonne $T \approx 5900$ K, spektrales Maximum $\lambda_{\max} \approx 0{,}5$ µm
- kosmischer Strahlungshintergrund $T = 2{,}725$ K, $\lambda_{\max} \approx 1063$ µm



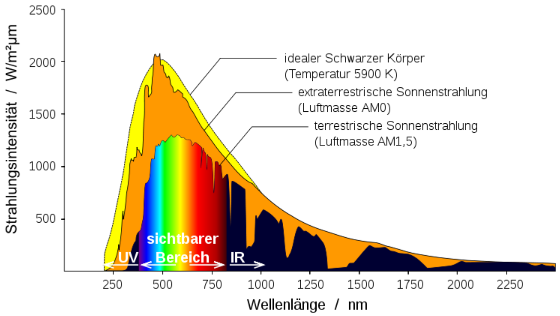
Wärmebildaufnahme

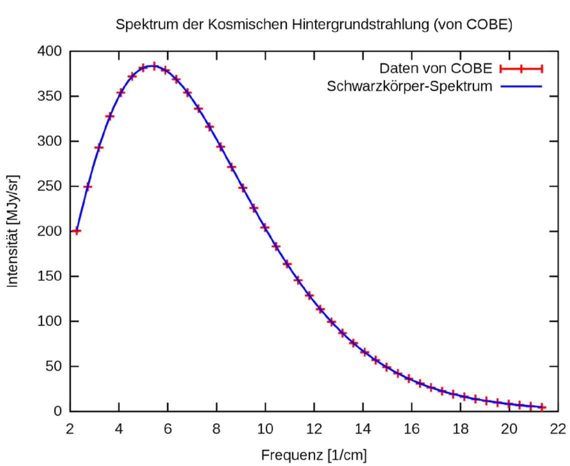
Wiensches Verschiebungsgesetz

$$\text{Wellenlänge } \lambda_{\max}\,[\mu\text{m}] = \frac{2987{,}8\ \mu\text{m K}}{T}$$

Stefan-Boltzmann-Gesetz

$$\text{Leistung/Fläche } \frac{P}{A}\left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2}\right] = 5{,}670\cdot 10^{8}\,\frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}^4}\cdot T^4$$



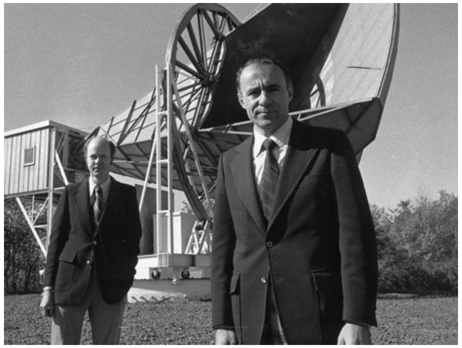


Oben: Sonnenspektrum, modifiziert durch Vorgänge in der Sonnen- und Erdatmosphäre.
Unten: Spektrum der kosmischen Hintergrundstrahlung. Das Maximum als Funktion der Frequenz (hier in Schwingungen pro cm) ist nicht bei $1/\lambda_{\max}$, weil

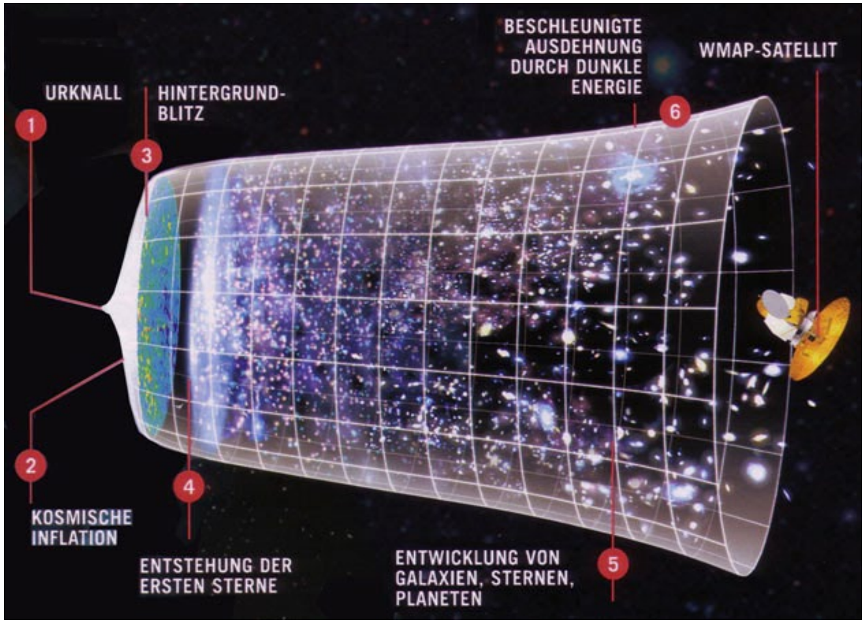
$$f = \frac{c}{\lambda} \qquad \frac{df}{d\lambda} = -\frac{c}{\lambda^2} \qquad df = -\frac{c}{\lambda^2}\,d\lambda$$

Kosmische Hintergrundstrahlung

Entdeckt 1964 (A. Penzias, R. Wilson).

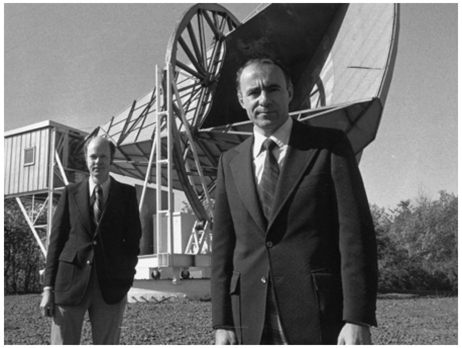


Strahlung aus der Zeit, als das Universum soweit abgekühlt war, dass es durchsichtig wurde, ca. 380.000 Jahre nach dem Urknall.

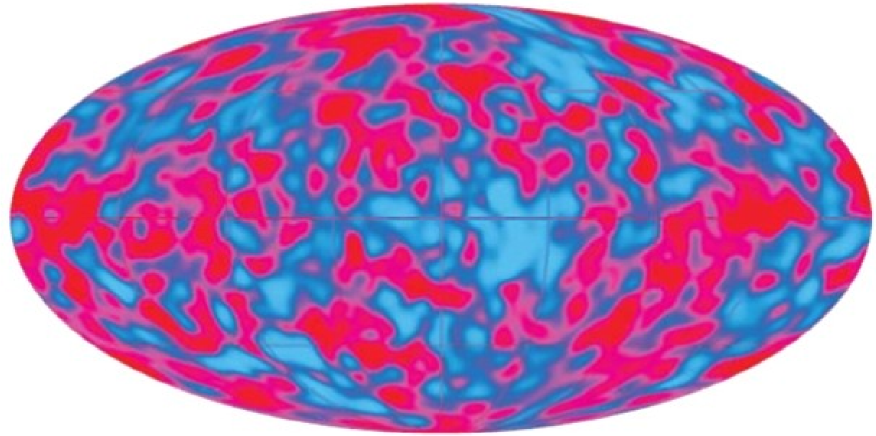


Kosmische Hintergrundstrahlung

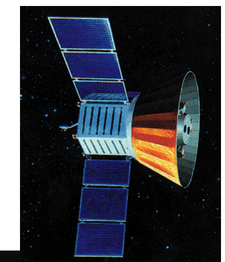
Entdeckt 1964 (A. Penzias, R. Wilson).

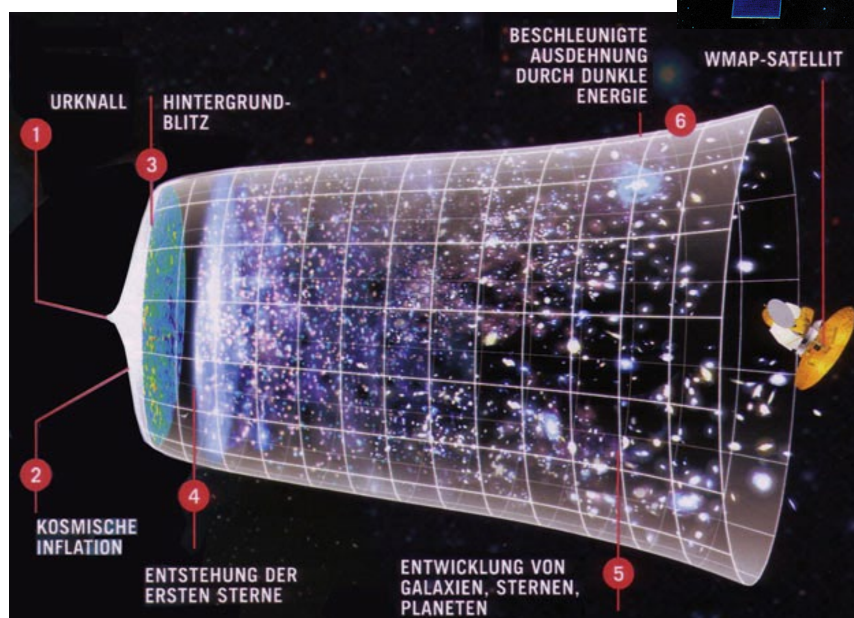


Strahlung aus der Zeit, als das Universum soweit abgekühlt war, dass es durchsichtig wurde, ca. 380.000 Jahre nach dem Urknall.



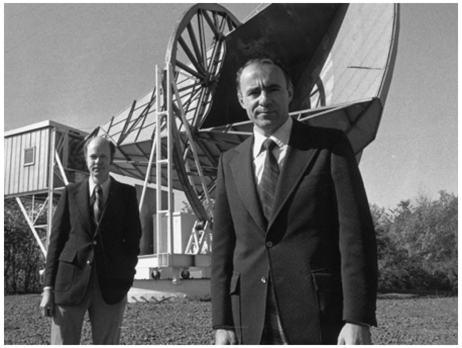
Karte der Temperaturfluktuationen im μK-Bereich (COBE 1992)



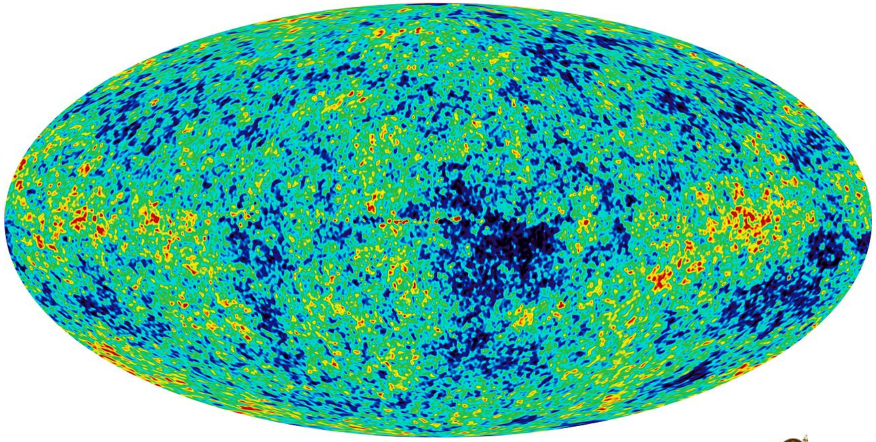


Kosmische Hintergrundstrahlung

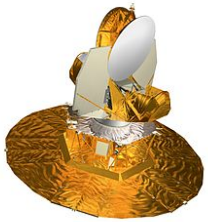
Entdeckt 1964 (A. Penzias, R. Wilson).

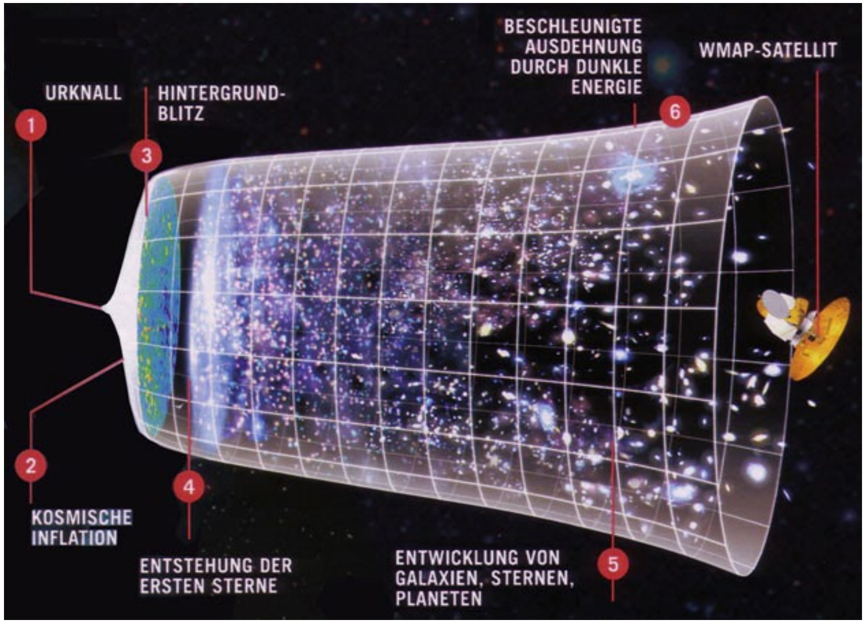


Strahlung aus der Zeit, als das Universum soweit abgekühlt war, dass es durchsichtig wurde, ca. 380.000 Jahre nach dem Urknall



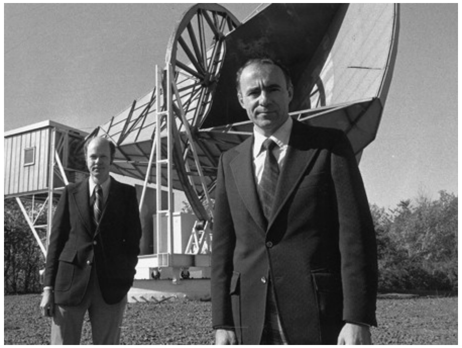
Karte der Temperaturfluktuationen im μK-Bereich (WMAP 2008)



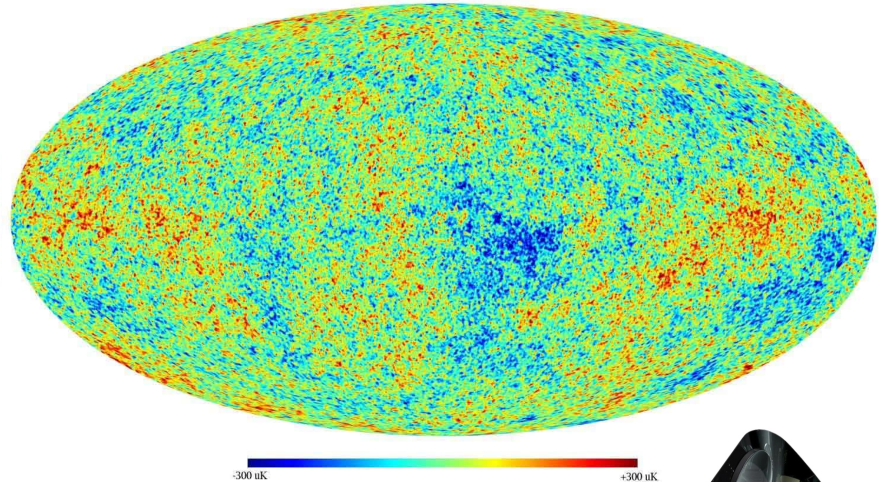


Kosmische Hintergrundstrahlung

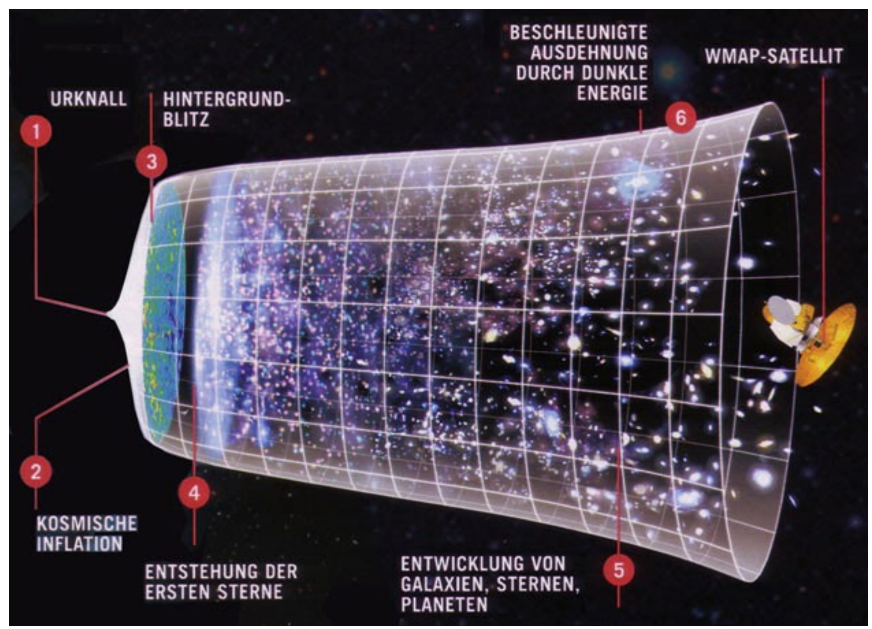
Entdeckt 1964 (A. Penzias, R. Wilson).



Strahlung aus der Zeit, als das Universum soweit abgekühlt war, dass es durchsichtig wurde, ca. 380.000 Jahre nach dem Urknall

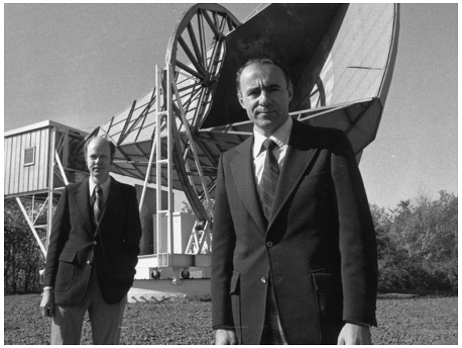


Karte der Temperaturfluktuationen im μK-Bereich (PLANCK 2013)

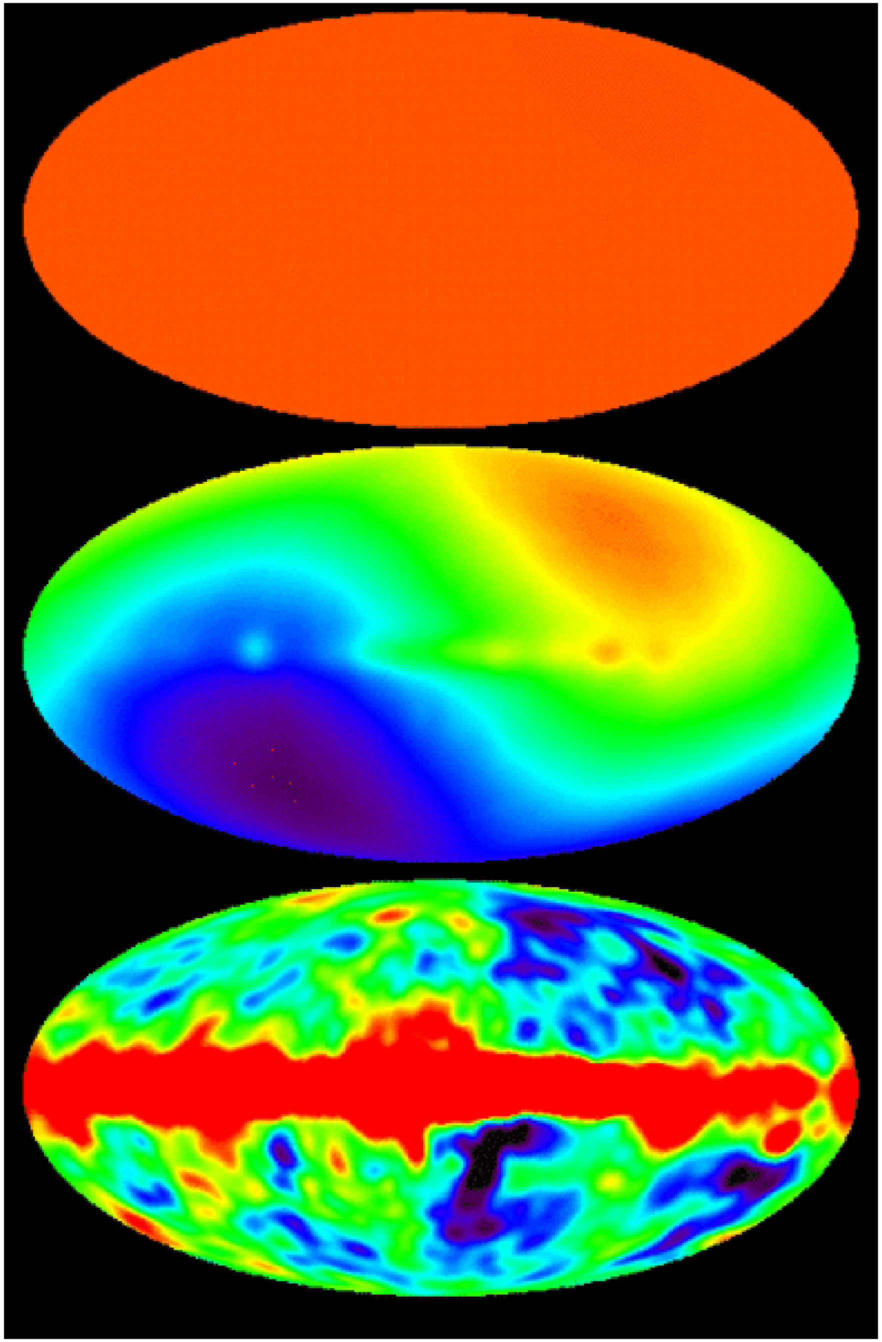


Kosmische Hintergrundstrahlung

Entdeckt 1964 (A. Penzias, R. Wilson).



Strahlung aus der Zeit, als das Universum soweit abgekühlt war, dass es durchsichtig wurde, ca. 380.000 Jahre nach dem Urknall



Oben: Gleichmäßige Strahlungsverteilung.
Mitte: Dipolkomponente ~ 3 mK aufgrund der Dopplerverschiebung durch die Relativbewegung der Erde.
Unten: Dipolkomponente abgezogen, Effekt der Milchstraße ~ 20 μK.

Spektrum des Schwarzen Körpers

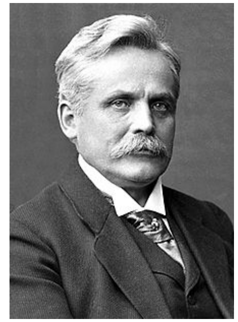
Empirische Tatsachen:

Wiensches Verschiebungsgesetz

Wellenlänge $$\lambda_{\max}\left[\mu\mathrm{m}\right] = \frac{2987{,}8\ \mu\mathrm{m\ K}}{T}$$

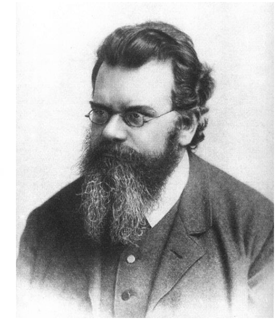
Stefan-Boltzmann-Gesetz

Leistung/Fläche $$\frac{P}{A}\left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}\right] = 5{,}670\cdot 10^{8}\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2\mathrm{K}^4}\cdot T^4$$

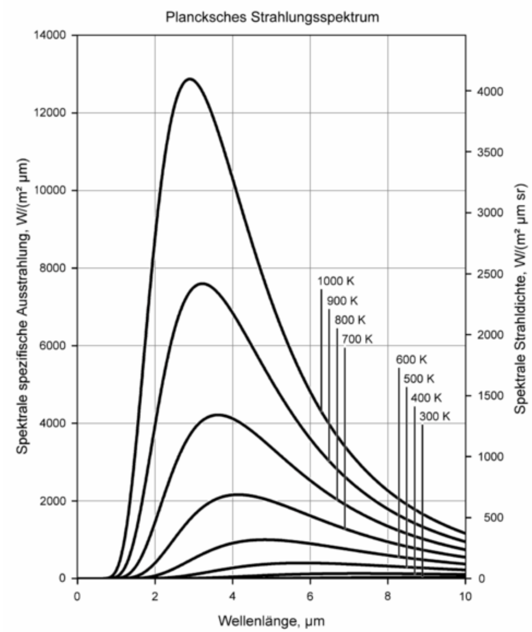


Wilhelm Wien (1864-1928)

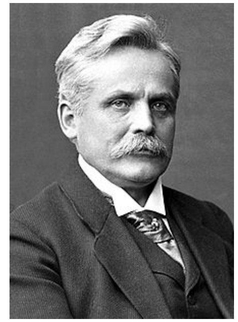
Josef Stefan (1835-1893)



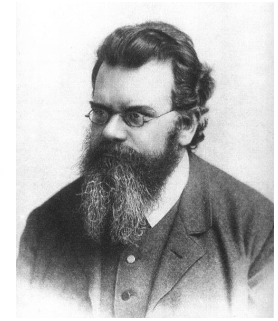
Ludwig Boltzmann (1844-1906)



Spektrum des Schwarzen Körpers


Wilhelm Wien (1864-1928)


Josef Stefan (1835-1893)


Ludwig Boltzmann (1844-1906)

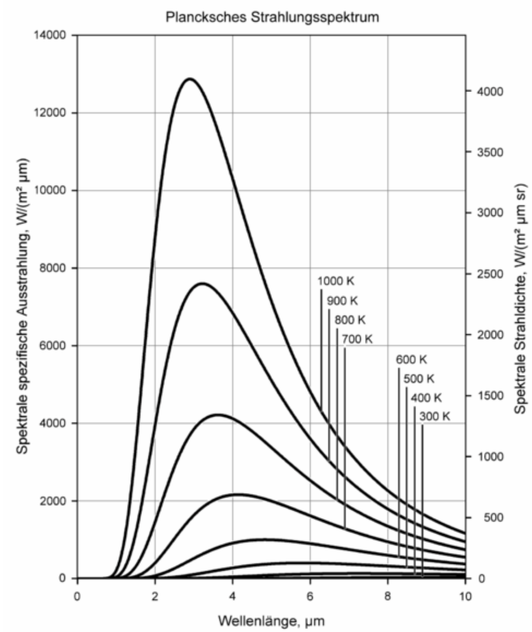
Empirische Tatsachen:

Wiensches Verschiebungsgesetz

Wellenlänge $\lambda_{\max}\left[\mu\mathrm{m}\right]=\dfrac{2987{,}8\ \mu\mathrm{m\ K}}{T}$

Stefan-Boltzmann-Gesetz

Leistung/Fläche $\dfrac{P}{A}\left[\dfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}\right]=5{,}670\cdot 10^{8}\,\dfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2\mathrm{K}^4}\cdot T^4$



Spektrale Energiedichte ...
für kleine Frequenzen: **Rayleigh-Jeans-Gesetz**

$$w(\nu,T)\cdot d\nu=\frac{8\pi}{c^3}\nu^2\cdot k\cdot T\cdot d\nu$$

für hohe Frequenzen: **Wiensches Strahlungsgesetz**

$$w(\nu,T)\cdot d\nu=\frac{4\pi h}{c^3}\nu^3\cdot\exp\left(-\frac{h\cdot\nu}{k\cdot T}\right)\cdot d\nu$$

mit der Boltzmann-Konstante k = 1,380.649·10^{23} J/K (exakt)
und einer weiteren Konstante h.

Spektrum des Schwarzen Körpers

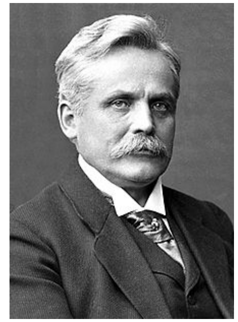
Empirische Tatsachen:

Wiensches Verschiebungsgesetz

Wellenlänge $\lambda_{\max}\left[\mu\mathrm{m}\right] = \dfrac{2987{,}8\ \mu\mathrm{m\ K}}{T}$

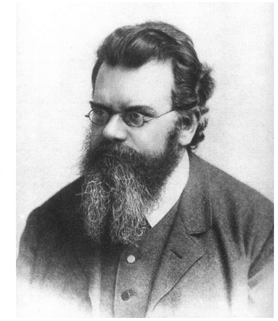
Stefan-Boltzmann-Gesetz

Leistung/Fläche $\dfrac{P}{A}\left[\dfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}\right] = 5{,}670\cdot 10^{8}\ \dfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2\mathrm{K}^4}\cdot T^4$

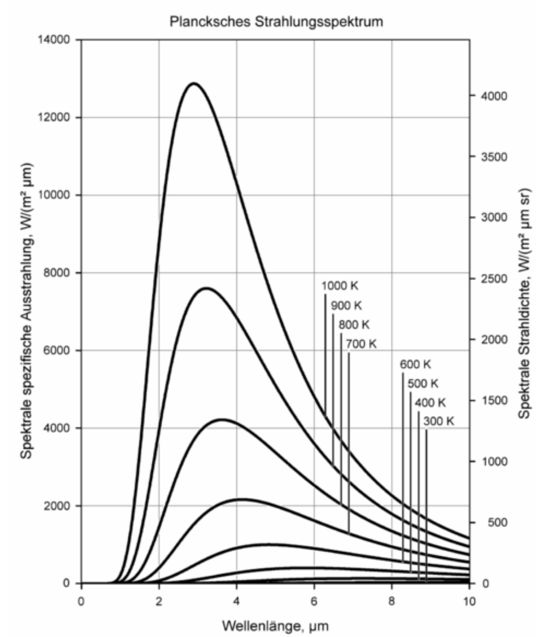


Wilhelm Wien (1864-1928)

Josef Stefan (1835-1893)



Ludwig Boltzmann (1844-1906)



Spektrale Energiedichte ...
für kleine Frequenzen: **Rayleigh-Jeans-Gesetz**

$$w(\nu,T)\cdot d\nu = \frac{8\pi}{c^3}\nu^2\cdot k\cdot T\cdot d\nu$$

für hohe Frequenzen: **Wiensches Strahlungsgesetz**

$$w(\nu,T)\cdot d\nu = \frac{4\pi h}{c^3}\nu^3\cdot \exp\left(-\frac{h\cdot\nu}{k\cdot T}\right)\cdot d\nu$$

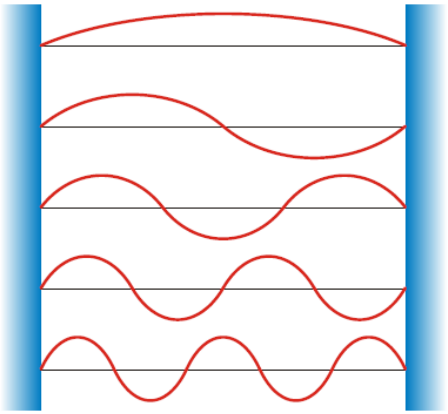
mit der Boltzmann-Konstante k = 1,380.649·10^{23} J/K (exakt)
und einer weiteren Konstante h.

Allgemein: Spektrale Energiedichte = Spektrale Modendichte · mittlere Energie/Mode

$$w(\nu,T)\cdot d\nu = \rho\cdot\overline{W}\cdot d\nu$$

Spektrum des Schwarzen Körpers

Spektrale Modendichte im Hohlraumresonator

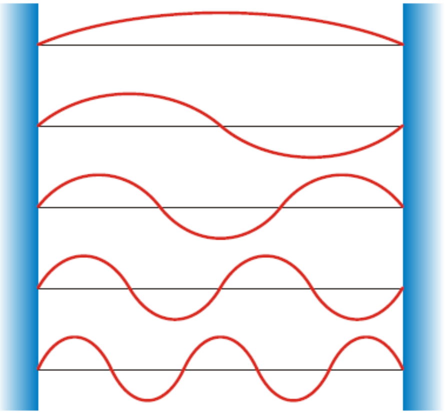


1-dimensionale Betrachtung (Länge a, n ganzzahlig), Wellenlänge λ und Wellenzahl k

$$n \cdot \frac{\lambda}{2} = a \quad \rightarrow \quad k = \frac{\pi}{a} n \quad \text{mit} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Spektrum des Schwarzen Körpers

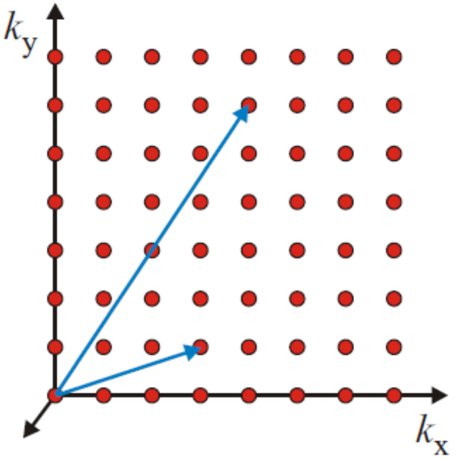
Spektrale Modendichte im Hohlraumresonator



1-dimensionale Betrachtung (Länge a, n ganzzahlig), Wellenlänge λ und Wellenzahl k

$$n \cdot \frac{\lambda}{2} = a \quad \rightarrow \quad k = \frac{\pi}{a} n \quad \text{mit} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Verallgemeinerung auf 3 Dimensionen (n, m, q ganzzahlig)



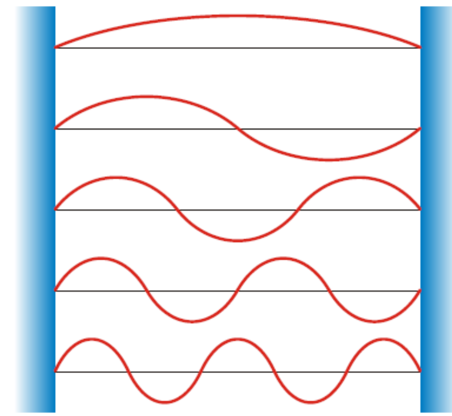
$$k = \frac{\pi}{a}\sqrt{n^2 + m^2 + q^2}$$

$$V_E = \frac{\pi^3}{a^3}$$ Volumen der Einheitszelle im k-Raum

$$V_k = \frac{1}{8} \cdot \frac{4\pi}{3} \cdot k^3$$ Volumen einer 1/8 Kugel mit Radius k

Spektrum des Schwarzen Körpers

Spektrale Modendichte im Hohlraumresonator

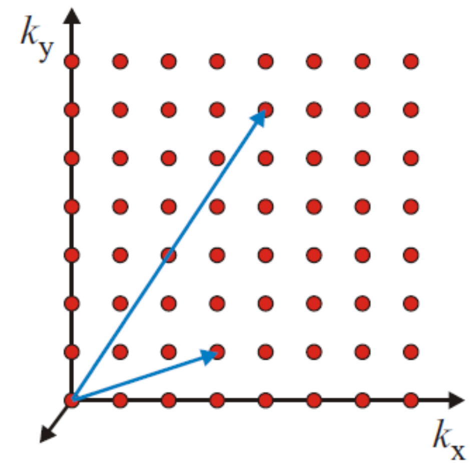


1-dimensionale Betrachtung (Länge a, n ganzzahlig), Wellenlänge λ und Wellenzahl k

$$n \cdot \frac{\lambda}{2} = a \quad \rightarrow \quad k = \frac{\pi}{a} n \quad \text{mit} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Verallgemeinerung auf 3 Dimensionen (n, m, q ganzzahlig)

$$k = \frac{\pi}{a}\sqrt{n^2 + m^2 + q^2}$$



$$V_E = \frac{\pi^3}{a^3}$$ Volumen der Einheitszelle im k-Raum

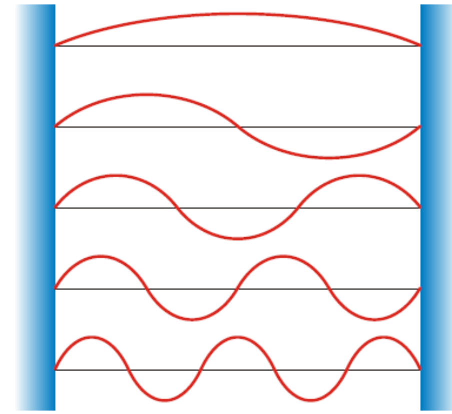
$$V_k = \frac{1}{8} \cdot \frac{4\pi}{3} \cdot k^3$$ Volumen einer 1/8 Kugel mit Radius k

$$N_k = 2\frac{V_k}{V_E} = \frac{1}{3}\frac{a^3}{\pi^2}k^3$$ Zahl der Moden bis zur Wellenzahl k (Faktor 2: zwei Polarisationsrichtungen)

$$\frac{N_k}{V} = \frac{N_k}{a^3} = \frac{1}{3\pi^2}k^3 = \frac{8\pi}{3c^3}\nu^3 \qquad k = \frac{2\pi\nu}{c}$$ Zahl der Moden bis zur Frequenz ν pro Volumen des Resonators

Spektrum des Schwarzen Körpers

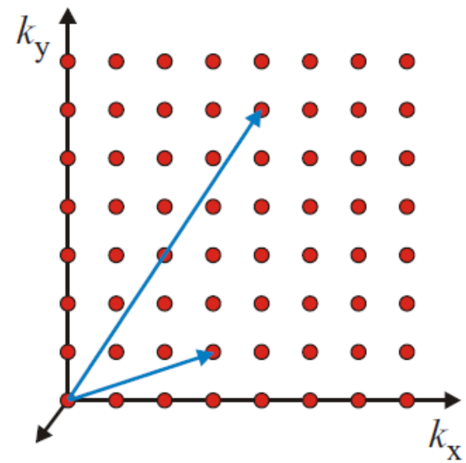
Spektrale Modendichte im Hohlraumresonator



1-dimensionale Betrachtung (Länge a, n ganzzahlig),
Wellenlänge λ und Wellenzahl k

$$n \cdot \frac{\lambda}{2} = a \quad \rightarrow \quad k = \frac{\pi}{a} n \quad \text{mit} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Verallgemeinerung auf 3 Dimensionen (n, m, q ganzzahlig)



$$k = \frac{\pi}{a}\sqrt{n^2 + m^2 + q^2}$$

$$V_E = \frac{\pi^3}{a^3}$$ Volumen der Einheitszelle im k-Raum

$$V_k = \frac{1}{8} \cdot \frac{4\pi}{3} \cdot k^3$$ Volumen einer 1/8 Kugel mit Radius k

$$N_k = 2\frac{V_k}{V_E} = \frac{1}{3}\frac{a^3}{\pi^2}k^3$$ Zahl der Moden bis zur Wellenzahl k
(Faktor 2: zwei Polarisationsrichtungen)

$$\frac{N_k}{V} = \frac{N_k}{a^3} = \frac{1}{3\pi^2}k^3 = \frac{8\pi}{3c^3}\nu^3 \qquad k = \frac{2\pi\nu}{c}$$ Zahl der Moden bis zur Frequenz ν
pro Volumen des Resonators

$$\frac{d}{d\nu}\left(\frac{N_k}{V}\right) = \frac{8\pi}{c^3}\nu^2$$

$$\rho \cdot d\nu = \frac{8\pi}{c^3}\nu^2 \cdot d\nu$$

Spektrale Modendichte: Zahl der Moden
im Frequenzintervall ν und $\nu + d\nu$ pro Volumen V

Spektrum des Schwarzen Körpers

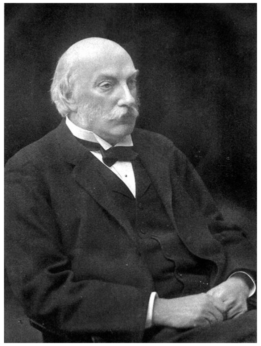
Spektrale Energiedichte = Spektrale Modendichte · mittlere Energie/Mode

$$w(\nu,T)\cdot d\nu = \rho\cdot\overline{W}\cdot d\nu$$ mit $\overline{W} = k\cdot T$ aus der kinetischen Gastheorie

$$w(\nu,T)\cdot d\nu = \frac{8\pi}{c^3}\nu^2\cdot k\cdot T\cdot d\nu$$

Rayleigh-Jeans-Gesetz: Die Energiedichte steigt mit ν^2 und führt somit zu einer beliebig hohen Energiedichte ("Ultraviolett-Katastrophe").

Sir James Jeans (1877-1946)



John Strutt Baron Rayleigh (1842-1919)

Spektrum des Schwarzen Körpers

Spektrale Energiedichte = Spektrale Modendichte · mittlere Energie/Mode

$$w(\nu,T)\cdot d\nu=\rho\cdot\overline{W}\cdot d\nu \quad \text{mit} \quad \overline{W}=k\cdot T \quad \text{aus der kinetischen Gastheorie}$$

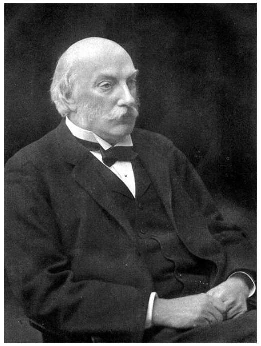
$$w(\nu,T)\cdot d\nu=\frac{8\pi}{c^3}\nu^2\cdot k\cdot T\cdot d\nu$$

Rayleigh-Jeans-Gesetz: Die Energiedichte steigt mit ν^2 und führt somit zu einer beliebig hohen Energiedichte ("Ultraviolett-Katastrophe").

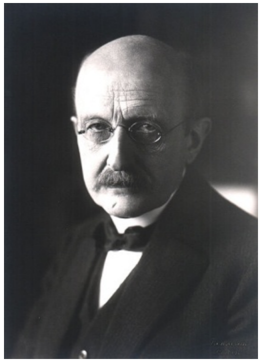
Ausweg: Energie einer Mode ist ganzahliges Vielfaches von **Energiequanten**, die proportional zur jeweiligen Frequenz sind (Proportionalitätsfaktor h):

$$W_\nu=n\cdot h\cdot\nu \qquad n\text{: ganze Zahl}$$

Sir James Jeans (1877-1946)



John Strutt Baron Rayleigh (1842-1919)



Max Planck (1858-1947)

Spektrum des Schwarzen Körpers

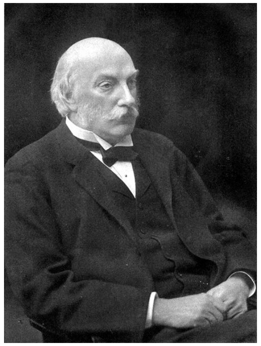
Spektrale Energiedichte = Spektrale Modendichte · mittlere Energie/Mode

$$w(\nu,T)\cdot d\nu = \rho\cdot\bar{W}\cdot d\nu \quad \text{mit} \quad \bar{W} = k\cdot T \quad \text{aus der kinetischen Gastheorie}$$

$$w(\nu,T)\cdot d\nu = \frac{8\pi}{c^3}\nu^2\cdot k\cdot T\cdot d\nu$$

Rayleigh-Jeans-Gesetz: Die Energiedichte steigt mit ν^2 und führt somit zu einer beliebig hohen Energiedichte ("Ultraviolett-Katastrophe").

Sir James Jeans (1877-1946)



John Strutt Baron Rayleigh (1842-1919)

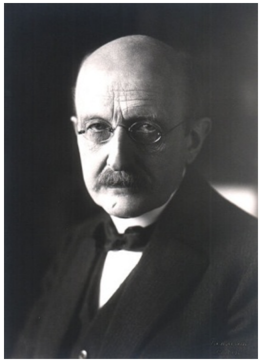
Ausweg: Energie einer Mode ist ganzahliges Vielfaches von **Energiequanten**, die proportional zur jeweiligen Frequenz sind (Proportionalitätsfaktor h):

$$W_\nu = n\cdot h\cdot\nu \qquad n\text{: ganze Zahl}$$

Aber: Die Wahrscheinlichkeit p soll mit der Energie (d.h. mit der Zahl der Quanten n) exponentiell abnehmen. Die mittlere Energie pro Mode ist dann

$$\bar{W} = \sum_{n=0}^{\infty} n\cdot h\cdot\nu\cdot p = \sum_{n=0}^{\infty} n\cdot h\cdot\nu\cdot\frac{\exp(-n\cdot h\cdot\nu/k\cdot T)}{\sum_{n=0}^{\infty}\exp(-n\cdot h\cdot\nu/k\cdot T)}$$

Der Zähler ist ein **Boltzmann-Faktor** wie in der kinetischen Gastheorie, der Nenner dient der Normierung (Summe aller Wahrscheinlichkeiten = 1).



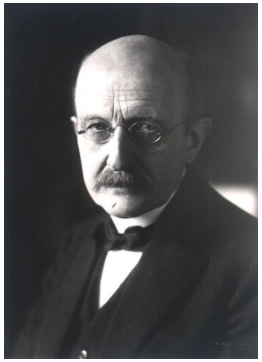
Max Planck (1858-1947)

Spektrum des Schwarzen Körpers

Abkürzungen: $\alpha \equiv h \cdot \nu$ $\beta \equiv \dfrac{1}{k \cdot T}$

$$\bar{W} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n \cdot \alpha \cdot \exp(-n \cdot \alpha \cdot \beta)}{\sum_{n=0}^{\infty} \exp(-n \cdot \alpha \cdot \beta)}$$

$$= \frac{-\frac{\partial}{\partial \beta}\left\{\sum_{n=0}^{\infty} \exp(-n \cdot \alpha \cdot \beta)\right\}}{\sum_{n=0}^{\infty} \exp(-n \cdot \alpha \cdot \beta)}$$



Max Planck
(1858-1947)

Spektrum des Schwarzen Körpers

Abkürzungen: $\alpha \equiv h \cdot \nu$ $\quad \beta \equiv \dfrac{1}{k \cdot T}$

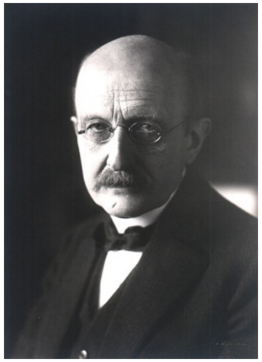
$$\bar{W} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n \cdot \alpha \cdot \exp(-n \cdot \alpha \cdot \beta)}{\sum_{n=0}^{\infty} \exp(-n \cdot \alpha \cdot \beta)}$$

$$= \frac{-\frac{\partial}{\partial \beta}\left\{\sum_{n=0}^{\infty} \exp(-n \cdot \alpha \cdot \beta)\right\}}{\sum_{n=0}^{\infty} \exp(-n \cdot \alpha \cdot \beta)}$$

Im Zähler und Nenner jeweils geometrische Reihe

$$\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q} \quad \text{für} \quad q = \exp(-\alpha \cdot \beta) < 1$$

$$= -\frac{\partial}{\partial \beta}\left\{\frac{1}{1-\exp(-\alpha \cdot \beta)}\right\} \cdot \left[1-\exp(-\alpha \cdot \beta)\right] = \frac{\alpha \cdot \exp(-\alpha \cdot \beta)}{1-\exp(-\alpha \cdot \beta)} = \frac{\alpha}{\exp(\alpha \cdot \beta)-1}$$



Max Planck
(1858-1947)

Spektrum des Schwarzen Körpers

Abkürzungen: $\alpha \equiv h \cdot \nu \qquad \beta \equiv \frac{1}{k \cdot T}$

$$\overline{W} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n \cdot \alpha \cdot \exp(-n \cdot \alpha \cdot \beta)}{\sum_{n=0}^{\infty} \exp(-n \cdot \alpha \cdot \beta)}$$

$$= \frac{-\frac{\partial}{\partial \beta}\left\{\sum_{n=0}^{\infty} \exp(-n \cdot \alpha \cdot \beta)\right\}}{\sum_{n=0}^{\infty} \exp(-n \cdot \alpha \cdot \beta)}$$

Im Zähler und Nenner jeweils geometrische Reihe

$$\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q} \quad \text{für} \quad q = \exp(-\alpha \cdot \beta) < 1$$

$$= -\frac{\partial}{\partial \beta}\left\{\frac{1}{1-\exp(-\alpha \cdot \beta)}\right\} \cdot \left[1-\exp(-\alpha \cdot \beta)\right] = \frac{\alpha \cdot \exp(-\alpha \cdot \beta)}{1-\exp(-\alpha \cdot \beta)} = \frac{\alpha}{\exp(\alpha \cdot \beta)-1}$$

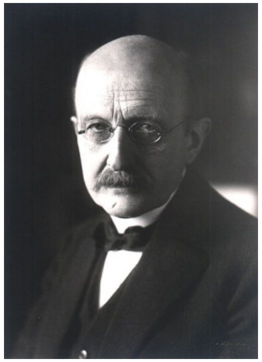
Plancksche Strahlungsformel (Max Planck 1900)

$$w(\nu, T) \cdot d\nu = \frac{8\pi}{c^3} \cdot \frac{h\nu^3}{\exp(h\nu / kT) - 1} \cdot d\nu$$

mit der Planck-Konstante (Planckscher Wirkungsquantum)

$$h = 6{,}626.070.15 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \qquad \text{(seit 2019 exakt)}$$

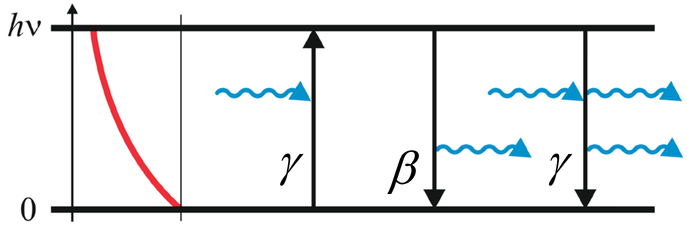
$$h = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{1{,}602 \cdot 10^{-19} \text{C}} e = 4{,}136 \cdot 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s} \qquad \hbar \equiv \frac{h}{2\pi}$$



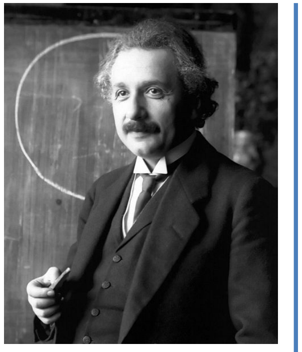
Max Planck
(1858-1947)

Alternative Betrachtung (Albert Einstein 1917)

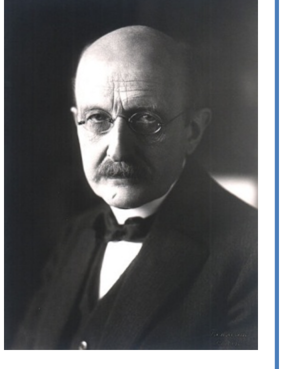
Verhältnis von angeregten zu nicht angeregten Atomen (Boltzmann-Faktor):



$$\frac{n_E}{n_0} = \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) \quad \text{mit} \quad E = h \cdot \nu$$

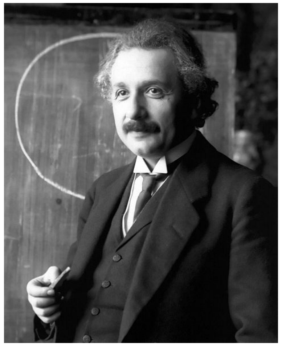


Albert Einstein
(1879-1955)



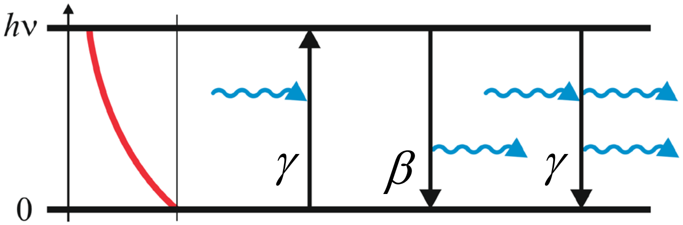
Max Planck
(1858-1947)

Alternative Betrachtung (Albert Einstein 1917)



Albert Einstein
(1879-1955)

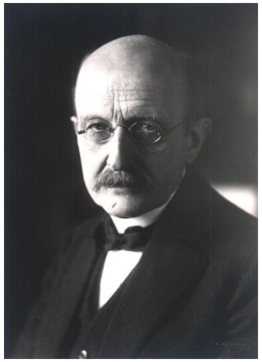
Verhältnis von angeregten zu nicht angeregten Atomen (Boltzmann-Faktor):



$$\frac{n_E}{n_0} = \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) \quad \text{mit} \quad E = h \cdot \nu$$

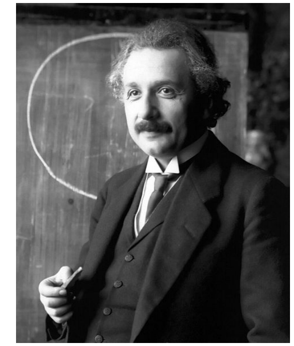
$$\gamma \cdot w(\nu, T) \cdot n_0 \cdot d\nu \qquad = \qquad \beta \cdot n_E \qquad + \qquad \gamma \cdot w(\nu, T) \cdot n_E \cdot d\nu$$

Absorption pro Zeit und Volumen = spontane Emissionen + <u>stimulierte</u> Emissionen



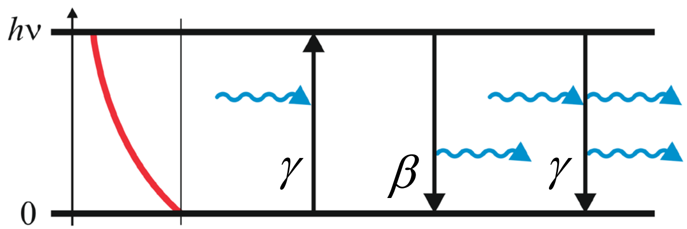
Max Planck
(1858-1947)

Alternative Betrachtung (Albert Einstein 1917)



Albert Einstein
(1879-1955)

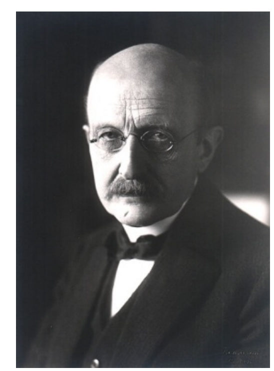
Verhältnis von angeregten zu nicht angeregten Atomen (Boltzmann-Faktor):



$$\frac{n_E}{n_0} = \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) \quad \text{mit} \quad E = h \cdot \nu$$

$$\gamma \cdot w(\nu, T) \cdot n_0 \cdot d\nu \quad = \quad \beta \cdot n_E \quad + \quad \gamma \cdot w(\nu, T) \cdot n_E \cdot d\nu$$

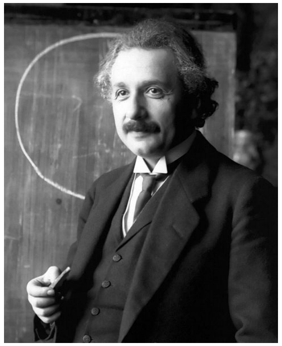
Absorption pro Zeit und Volumen = spontane Emissionen + stimulierte* Emissionen



Max Planck
(1858-1947)

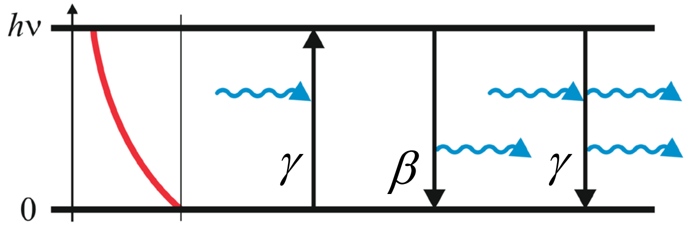
*** Die stimulierte Emission wurde hier ad hoc eingeführt, erweist sich aber später als Grundlage für das Verständnis des Laser**

Alternative Betrachtung (Albert Einstein 1917)



Albert Einstein
(1879-1955)

Verhältnis von angeregten zu nicht angeregten Atomen (Boltzmann-Faktor):



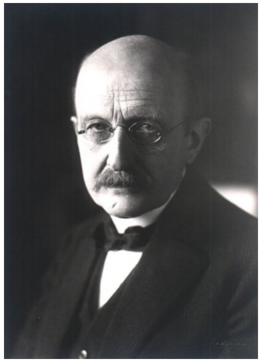
$$\frac{n_E}{n_0} = \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) \quad \text{mit} \quad E = h \cdot \nu$$

$$\gamma \cdot w(\nu,T) \cdot n_0 \cdot d\nu = \beta \cdot n_E + \gamma \cdot w(\nu,T) \cdot n_E \cdot d\nu$$

Absorption pro Zeit und Volumen = spontane Emissionen + stimulierte* Emissionen

$$w(\nu,T) \cdot d\nu = \frac{\beta}{\gamma} \frac{n_E}{n_0 - n_E} = \frac{\beta}{\gamma} \frac{n_E / n_0}{1 - n_E / n_0} = \frac{\beta}{\gamma} \frac{\exp(-h\nu / kT)}{1 - \exp(-h\nu / kT)} = \frac{\beta}{\gamma} \frac{1}{\exp(h\nu / kT) - 1}$$

$\frac{\beta}{\gamma} \equiv \frac{8\pi}{c^3} \nu^2 \cdot d\nu \cdot h\nu$ führt wieder zur **Planckschen Strahlungsformel**



Max Planck
(1858-1947)

*** Die stimulierte Emission wurde hier ad hoc eingeführt, erweist sich aber später als Grundlage für das Verständnis des Laser**

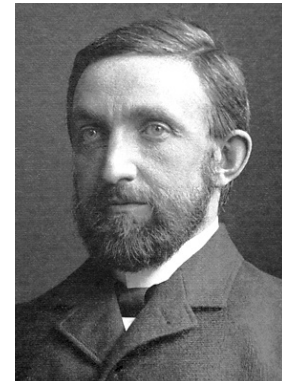
3.1.2 Der photoelektrische Effekt


Phillip Lenard
(1862 – 1947)

Durch die Bestrahlung mit Licht (insbesondere UV) werden aus einer Metallplatte Elektronen herausgelöst. Quantitative Untersuchungen wurden von P. Lenard um 1900 durchgeführt. Davor gab es einige Hinweise z.B.:

- Becquerel-Effekt (Alexande Becquerel 1839): Zwischen gleichartigen Elektroden in einem Elektrolyten entsteht eine Spannung, wenn sie belichtet werden.
- Hallwachs-Effekt (Wilhelm Hallwachs und Heinrich Hertz um 1886): Ein Elektrometer zeigt einen Ausschlag, wenn es belichtet wird.

3.1.2 Der photoelektrische Effekt



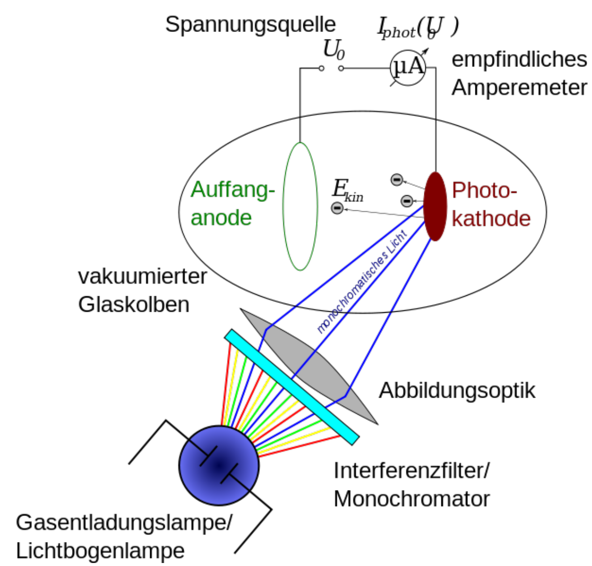
Phillip Lenard
(1862 – 1947)

Durch die Bestrahlung mit Licht (insbesondere UV) werden aus einer Metallplatte Elektronen herausgelöst. Quantitative Untersuchungen wurden von P. Lenard um 1900 durchgeführt. Davor gab es einige Hinweise z.B.:

- Becquerel-Effekt (Alexande Becquerel 1839): Zwischen gleichartigen Elektroden in einem Elektrolyten entsteht eine Spannung, wenn sie belichtet werden.
- Hallwachs-Effekt (Wilhelm Hallwachs und Heinrich Hertz um 1886): Ein Elektrometer zeigt einen Ausschlag, wenn es belichtet wird.

Die max. kinetische Energie der emittierten Elektronen wird durch die Gegenspannung U_0 bestimmt, bei der ein Stromfluss einsetzt. Sie ist gleich der Photonenenergie $h \cdot \nu$ minus der Austrittsarbeit W_a und unabhängig von der Lichtintensität.

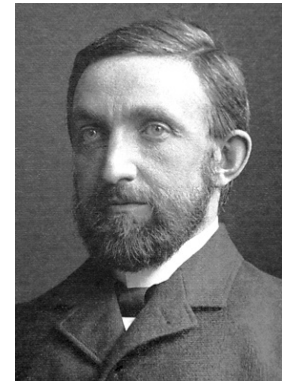
$$E_{\max} = -e \cdot U_0 = h \cdot \nu - W_a$$



3.1.2 Der photoelektrische Effekt

Durch die Bestrahlung mit Licht (insbesondere UV) werden aus einer Metallplatte Elektronen herausgelöst. Quantitative Untersuchungen wurden von P. Lenard um 1900 durchgeführt. Davor gab es einige Hinweise z.B.:

- Becquerel-Effekt (Alexande Becquerel 1839): Zwischen gleichartigen Elektroden in einem Elektrolyten entsteht eine Spannung, wenn sie belichtet werden.
- Hallwachs-Effekt (Wilhelm Hallwachs und Heinrich Hertz um 1886): Ein Elektrometer zeigt einen Ausschlag, wenn es belichtet wird.



Phillip Lenard
(1862 – 1947)

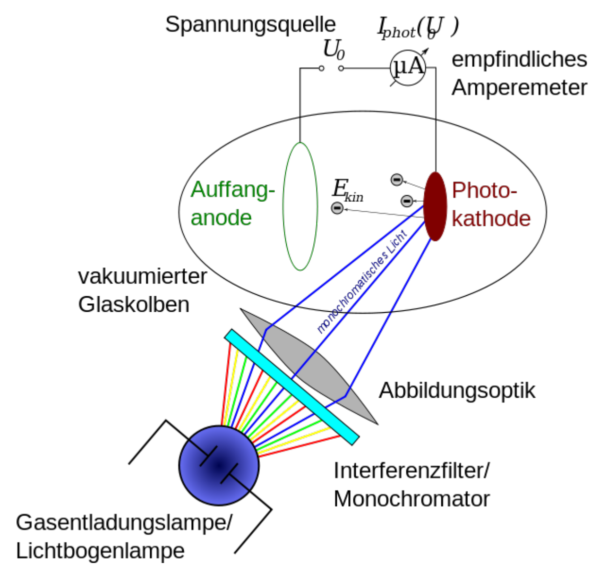
Die max. kinetische Energie der emittierten Elektronen wird durch die Gegenspannung U_0 bestimmt, bei der ein Stromfluss einsetzt. Sie ist gleich der Photonenenergie $h \cdot \nu$ minus der Austrittsarbeit W_a und unabhängig von der Lichtintensität.

$$E_{\max} = -e \cdot U_0 = h \cdot \nu - W_a$$

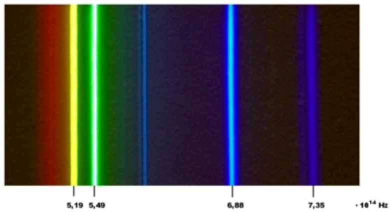
Hinweis auf den Teilchencharakter von Licht

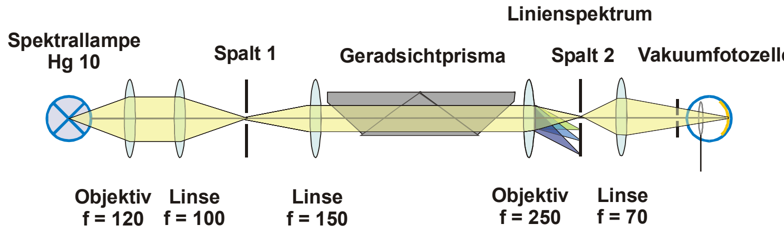
Eine Lichtwelle würde ihre Energie gleichmäßig auf alle Atome verteilen. Die Elektronenemission würde mit großer Verzögerung einsetzen und die kinetische Energie würde von der Lichtintensität abhängen.

Trotzdem ist die **Wellenvorstellung** sehr erfolgreich.



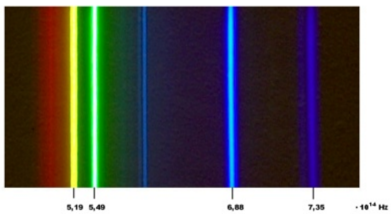
Experiment zum Photoeffekt

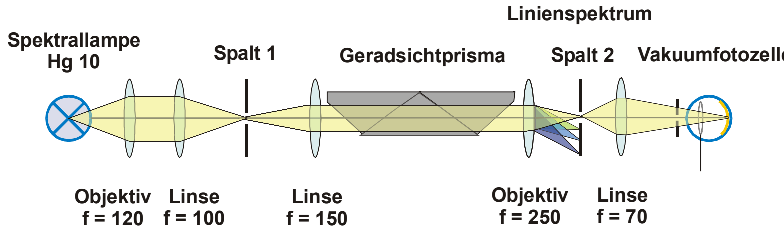




Eine Quecksilberdampflampe emittiert u.a. gelbes, grünes und blaues Licht, das auf eine Fotozelle gelenkt wird: Die Kalium-Beschichtung (Austrittsarbeit 2,25 eV) des Glaskolbens dient als Photokathode, ein ringförmiger Draht als Anode. Gemessen wird eine Photostrom, der bei einer bestimmten Gegenspannung verschwindet. Diese Spannung entspricht der kinetischen Energie der Photoelektronen in eV.

Experiment zum Photoeffekt





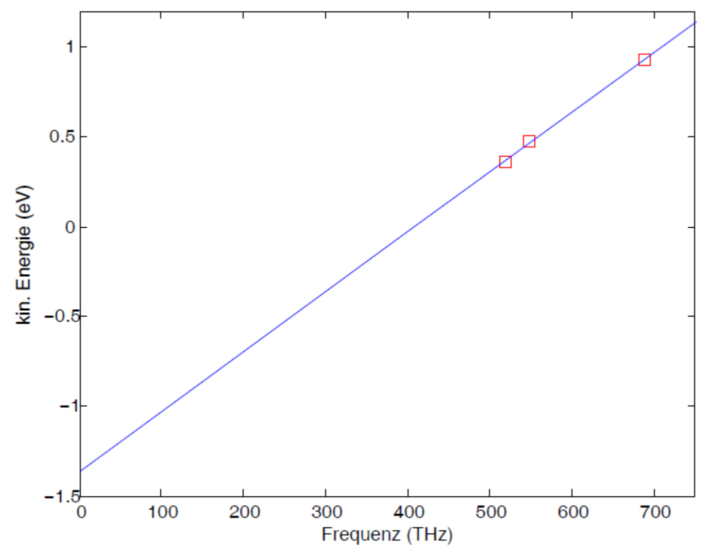
Eine Quecksilberdampflampe emittiert u.a. gelbes, grünes und blaues Licht, das auf eine Fotozelle gelenkt wird: Die Kalium-Beschichtung (Austrittsarbeit 2,25 eV) des Glaskolbens dient als Photokathode, ein ringförmiger Draht als Anode. Gemessen wird eine Photostrom, der bei einer bestimmten Gegenspannung verschwindet. Diese Spannung entspricht der kinetischen Energie der Photoelektronen in eV.

Messergebnisse:

gelb ($\nu = 5{,}19 \cdot 10^{14}$ Hz): U = 0,36 V

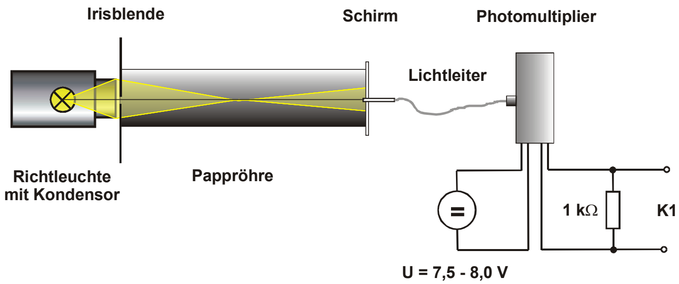
grün ($\nu = 5{,}49 \cdot 10^{14}$ Hz): U = 0,48 V

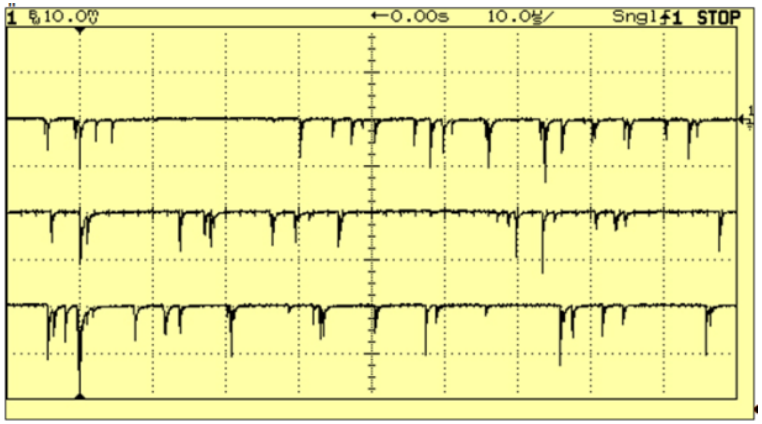
blau ($\nu = 6{,}88 \cdot 10^{14}$ Hz): U = 0,93 V



Die Steigung der Ausgleichsgeraden ergibt $h = 3{,}33 \cdot 10^{-15}$ eV·s (Literaturwert $4{,}14 \cdot 10^{-15}$ eV·s), der Punkt bei Frequenz 0 entspricht der Austrittsarbeit $W_a = 1{,}36$ eV (Literaturwert 2,25 eV).

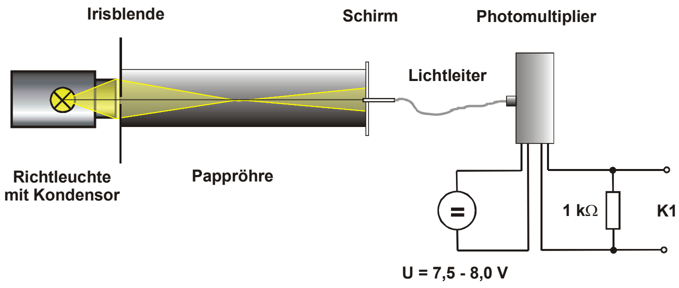
Nachweis einzelner Photonen

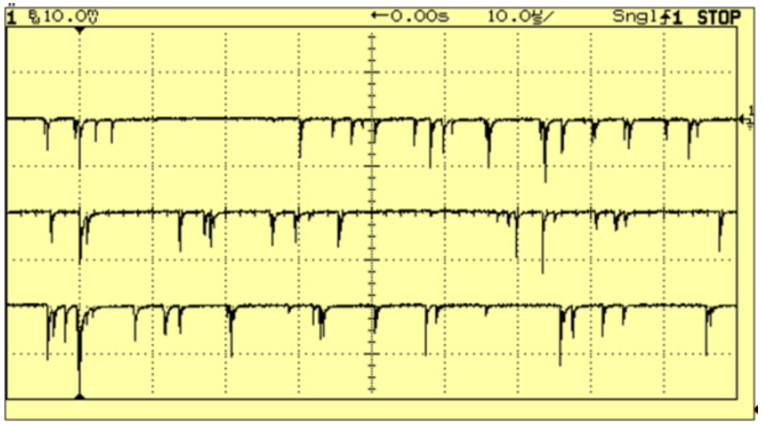




Mit einem Oszillografen werden Signale einzelner Photonen sichtbar, wenn die Lichtquelle abgeschwächt wird. Als Detektor dient ein sog. Photomultiplier (typ. Pulsdauer einige 10 ns), **siehe Video "Photonen".**

Nachweis einzelner Photonen





Mit einem Oszillografen werden Signale einzelner Photonen sichtbar, wenn die Lichtquelle abgeschwächt wird. Als Detektor dient ein sog. Photomultiplier (typ. Pulsdauer einige 10 ns), **siehe Video "Photonen".**

Existenz des Photons?

Die Beobachtung einzelner Photonen mit dem Photomultiplier scheint die Existenz von Lichtquanten überzeugend zu belegen. Es ist dennoch denkbar, dass Licht eine Welle ist und nur die Quantennatur der Atome im Detektor zu einer Emission diskreter Elektronen führt.

Erst in den 1970er Jahren gelangen ein erstes Experiments, dessen Ergebnisse ohne eine quantenmechanische Beschreibung absolut nicht erklärbar sind: H. J. Kimble, M. Dagenais, L. Mandel, *Photon Antibunching in Resonance Fluorescence*, Phys. Rev. Lett. 39, p. 691 (1977).

zufällig verteilt

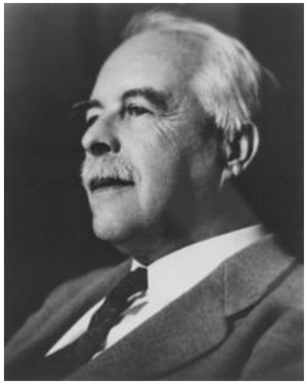
gebündelt ("bunched")

regelmäßig ("antibunched")

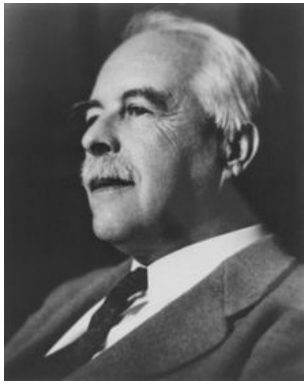
3.1.3 Eigenschaften des Lichtquants (des "Photons")

Existenz des Photons
Spektrum des schwarzen Körpers, photoelektrischer Effekt
Compton-Effekt (Photon-Elektron-Streuung), direkt nachweisbar
(z.B. Photomultiplier, Photodioden), Photonenstatistik

Energie *E* $$E = h \cdot \nu = \hbar \cdot \omega = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{\hbar \cdot c}{\lambdabar} = \hbar \cdot k \cdot c \qquad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$


Gilbert N. Lewis (1875-1946) prägte 1926 den Begriff "Photon"

3.1.3 Eigenschaften des Lichtquants (des "Photons")



Gilbert N. Lewis (1875-1946) prägte 1926 den Begriff "Photon"

Existenz des Photons

Spektrum des schwarzen Körpers, photoelektrischer Effekt
Compton-Effekt (Photon-Elektron-Streuung), direkt nachweisbar
(z.B. Photomultiplier, Photodioden), Photonenstatistik

Energie *E*

$$E = h \cdot \nu = \hbar \cdot \omega = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{\hbar \cdot c}{\lambdabar} = \hbar \cdot k \cdot c \qquad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Photonendichte *n* = Energiedichte w / hν

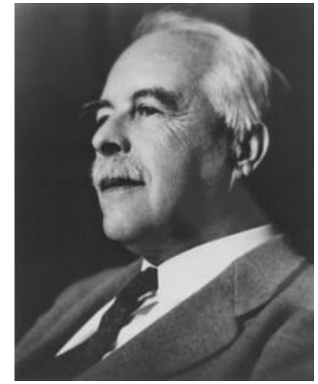
$$n = \frac{w}{h \cdot \nu} \qquad [w] = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^3} \qquad [n] = \frac{1}{\mathrm{m}^3}$$

Photonenflussdichte *j* = Photonenzahl / (Fläche A · Zeit Δt)

$$j = \frac{n \cdot V}{A \cdot \Delta t} = \frac{n \cdot a^3}{a^2 \cdot a / c} = n \cdot c$$

Annahme: Würfel mit Kantenlänge a, Volumen V

3.1.3 Eigenschaften des Lichtquants (des "Photons")



Gilbert N. Lewis (1875-1946) prägte 1926 den Begriff "Photon"

Existenz des Photons

Spektrum des schwarzen Körpers, photoelektrischer Effekt
Compton-Effekt (Photon-Elektron-Streuung), direkt nachweisbar
(z.B. Photomultiplier, Photodioden), Photonenstatistik

Energie *E*

$$E = h \cdot \nu = \hbar \cdot \omega = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{\hbar \cdot c}{\lambda\!\!\!^{-}} = \hbar \cdot k \cdot c \qquad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Photonendichte *n* = Energiedichte w / hν

$$n = \frac{w}{h \cdot \nu} \qquad [w] = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^3} \qquad [n] = \frac{1}{\mathrm{m}^3}$$

Photonenflussdichte *j* = Photonenzahl / (Fläche A · Zeit Δt)

$$j = \frac{n \cdot V}{A \cdot \Delta t} = \frac{n \cdot a^3}{a^2 \cdot a / c} = n \cdot c$$

Annahme: Würfel mit Kantenlänge a, Volumen V

Intensität *I* = Energie / (Fläche·Zeit) = Leistung / Fläche

Photonenstrom: $$I = \frac{w \cdot V}{A \cdot \Delta t} = w \cdot c = n \cdot h\nu \cdot c = j \cdot h\nu \qquad [I] = \frac{1}{\mathrm{m}^3} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot \frac{\mathrm{J} \cdot \mathrm{s}}{\mathrm{s}} = \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$$

El.mag. Welle: $$I = c \cdot \varepsilon_0 \cdot \overline{E}^2 = \frac{1}{2} c \cdot \varepsilon_0 \cdot E_{\mathrm{max}}^2 \qquad [I] = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot \frac{\mathrm{A} \cdot \mathrm{s}}{\mathrm{V} \cdot \mathrm{m}} \cdot \frac{\mathrm{V}^2}{\mathrm{m}^2} = \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$$

Masse des Photons

Photonen haben keine Masse und bewegen sich mit Lichtgeschwindigkeit

$$m_0 = 0 \qquad E = \sqrt{m_0^2 \cdot c^4 + p^2 \cdot c^2} = p \cdot c$$

Masse des Photons

Photonen haben keine Masse und bewegen sich mit Lichtgeschwindigkeit

$$m_0 = 0 \qquad E = \sqrt{m_0^2 \cdot c^4 + p^2 \cdot c^2} = p \cdot c$$

Impuls des Photons

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h \cdot \nu}{c} = \frac{\hbar \cdot \omega}{c} = \hbar \cdot k \qquad \vec{p} = \hbar \cdot \vec{k}$$ als Vektor:

Masse des Photons

Photonen haben keine Masse und bewegen sich mit Lichtgeschwindigkeit

$$m_0 = 0 \qquad E = \sqrt{m_0^2 \cdot c^4 + p^2 \cdot c^2} = p \cdot c$$

Impuls des Photons

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h \cdot \nu}{c} = \frac{\hbar \cdot \omega}{c} = \hbar \cdot k \qquad \vec{p} = \hbar \cdot \vec{k}$$

als Vektor:

Photonen im Gravitationspotenzial φ

$$m = \frac{E}{c^2} = \frac{h \cdot \nu}{c^2}$$

formale Zuweisung einer Masse

$$W = m \cdot \Delta\varphi = \frac{h\nu}{c^2}\Delta\varphi = h \cdot \Delta\nu \quad \rightarrow \quad \frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\Delta\varphi}{c^2}$$

Photonen, die sich im Gravitationspotenzial bewegen, ändern ihre Frequenz, z.B. bei einem Lichtstrahl an der Erdoberfläche nach oben wird die Frequenz kleiner ("Rotverschiebung").

Masse des Photons

Photonen haben keine Masse und bewegen sich mit Lichtgeschwindigkeit

$$m_0 = 0 \qquad E = \sqrt{m_0^2 \cdot c^4 + p^2 \cdot c^2} = p \cdot c$$

Impuls des Photons

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h \cdot \nu}{c} = \frac{\hbar \cdot \omega}{c} = \hbar \cdot k \qquad \vec{p} = \hbar \cdot \vec{k} \quad \text{als Vektor:}$$

Photonen im Gravitationspotenzial φ

$$m = \frac{E}{c^2} = \frac{h \cdot \nu}{c^2} \quad \text{formale Zuweisung einer Masse}$$

$$W = m \cdot \Delta\varphi = \frac{h\nu}{c^2}\Delta\varphi = h \cdot \Delta\nu \quad \rightarrow \quad \frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\Delta\varphi}{c^2}$$

Photonen, die sich im Gravitationspotenzial bewegen, ändern ihre Frequenz, z.B. bei einem Lichtstrahl an der Erdoberfläche nach oben wird die Frequenz kleiner ("Rotverschiebung").

Experiment: R.V. Pound and G. A. Rebka, Phys. Rev. Lett. 4 (1960), p. 337.
Messung der sehr kleinen Frequenzänderung mit dem sog. Mößbauer-Effekt (Dopplerverschiebung von Gammastrahlung durch Bewegung von Quelle oder Detektor).

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\Delta\varphi}{c^2} = \frac{g \cdot h}{c^2} = \frac{9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 23\ \text{m}}{9 \cdot 10^{16}\ \text{m}^2/\text{s}^2} = 2{,}5 \cdot 10^{-15}$$

Drehimpuls ("spin")

$\vec{s} = \pm\hbar \cdot \vec{e}_k$ für rechts/links zirkulare Polarisation

Einheit des Drehimpulses $\left[|\vec{s}| \right] = 1\ \mathrm{kg} \cdot \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot \mathrm{m} = 1\ \mathrm{J} \cdot \mathrm{s}$

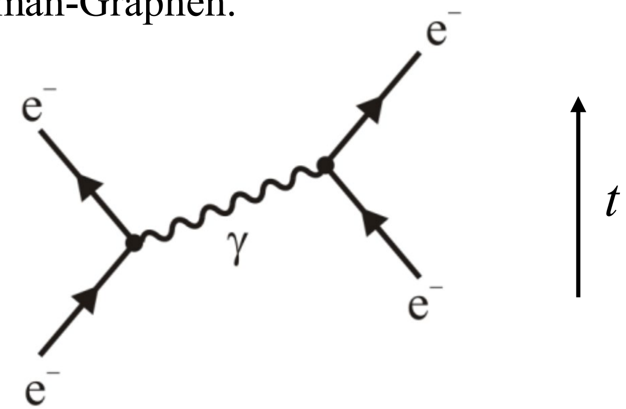
Drehimpuls ("spin")

$\vec{s} = \pm\hbar \cdot \vec{e}_k$ für rechts/links zirkulare Polarisation

Einheit des Drehimpulses $\left[\left|\vec{s}\right|\right] = 1\ \mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot \mathrm{m} = 1\ \mathrm{J} \cdot \mathrm{s}$

Virtuelle Photonen

Austauschteilchen der elektromagnetischen Wechselwirkung, z.B. symbolisiert durch Feynman-Graphen.



Richard P. Feynman
(1918-1988)

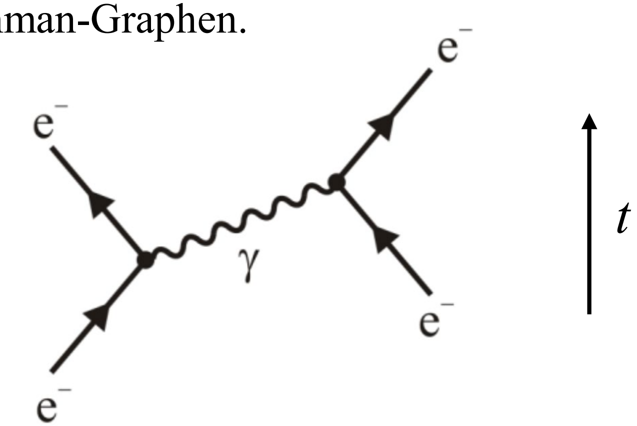
Drehimpuls ("spin")

$\vec{s} = \pm\hbar \cdot \vec{e}_k$ für rechts/links zirkulare Polarisation

Einheit des Drehimpulses $\left[|\vec{s}|\right] = 1\ \mathrm{kg} \cdot \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot \mathrm{m} = 1\ \mathrm{J} \cdot \mathrm{s}$

Virtuelle Photonen

Austauschteilchen der elektromagnetischen Wechselwirkung, z.B. symbolisiert durch Feynman-Graphen.



Richard P. Feynman
(1918-1988)

Welle-Teilchen-Dualismus

Je nach Fragestellung zeigt Licht Wellen- oder Teilchencharakter. Es stellt sich heraus, dass auch typischen Teilchen wie z.B. Elektronen Welleneigenschaften zugeschrieben werden können – siehe nächste Vorlesung.

technische universität dortmund

Im Auftrag der Dozenten
der Fakultät Physik
Der Dekan

KOLLOQUIUM PHYSIK

Molekulare Solvatation – Von qualitativer Einsicht zu quantitativen Modellen

Prof. Dr. Stefan M. Kast
TU Dortmund

Hörsaalgebäude II
Hörsaal 2

Dienstag, den 08.12.2020
16:30 Uhr – 17:30 Uhr

Die Veranstaltung wird als Livestream direkt aus HGII/HS2 übertragen mit anschließender Diskussion!
(Link auf der Fakultäts-Homepage unter Kolloquium)

SAMSTAGS:
Zwischen Brötchen und Borussia
Moderne Physik für Alle

Physik & Corona
Samstag 07. November, 10:30 Uhr
Prof. Dr. Jan Kierfeld
Die Physik der Viren
Die Wissenschaft hinter der Pandemie

Physik & Corona
Samstag 19. Dezember, 10:30 Uhr
PD Dr. Ralf Georg Meyer
Das neue Corona-Virus SARS-CoV2 und das Immunsystem
Ein ambivalentes Verhältnis

Ort: Stream mit Live-Chat
Vortragsdauer: jeweils ca. 1 Stunde sowie ein online-Quiz- bzw. Fragenzettel für die Öffentlichkeit und die Studium Fundamentale Teilnehmenden.
Diese Veranstaltung wird durch private Sponsoren unterstützt !

technische universität dortmund

Die Ankündigung für Winter 2020/2021
(Achtung: online Veranstaltung)

Physik & Corona
Samstag 09. Januar, 10:30 Uhr
Prof. Dr. Michael Sydow
Maschinelle künstliche Beatmung
Was tun, wenn die Lunge ihren Dienst versagt?

Physik & Corona
Samstag 06. Februar, 10:30 Uhr
Prof. Dr. Heinz Hövel
Die Physik der Pandemie
Orientierungshilfen durch den Nachrichten-Dschungel

Weitere Infos und die aktuellen Vorlesungslinks unter:
https://www.physik.tu-dortmund.de/bub

Kontakt: Metin Tolan & Manfred Bayer
metin.tolan@tu-dortmund.de manfred.bayer@tu-dortmund.de

Die Vorträge werden in einem professionellen Fernsehstudio von Auszubildenden im Bereich Mediengestaltung Bild und Ton der TU Dortmund produziert!

Falls Sie regelmäßige Informationen über unsere Veranstaltungen erhalten möchten, dann tragen Sie sich in unseren Newsletter ein unter:
https://mailman.tu-dortmund.de/mailman/listinfo/pams.physik

3. Quantenmechanik