

説明が不十分な答案および字が不明瞭な答案に関しては、減点あるいは点を与えない

1 次の各問いに答えよ。ただし、解答欄には答えのみを記す。

- (1)  $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$ を展開せよ。
- (2)  $x^2+xy+x+3y-6$ を因数分解せよ。
- (3) 循環小数  $2.\dot{4}\dot{2}$ を分数で表せ。
- (4) 2重根号  $\sqrt{11-6\sqrt{2}}$ をはずせ。
- (5)  $-3 < x < 4$ ,  $2 < y < 3$ のとき、 $5x-3y$ のとりうる値の範囲を求めよ。
- (6)  $-\frac{7}{2} \leq a < 1$ のとき、 $|a-1|-|2a+7|$ の絶対値記号を外せ。
- (7) 偽の命題「 $a^2+b^2 \leq 1$ ならば  $a-b \leq 1$ である」の反例を1つ挙げよ。  
ただし、 $a, b$ は実数とする。

2  $x = \frac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$ ,  $y = \frac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$ のとき、次の式の値を求めよ。

- (1)  $x^2+y^2$
- (2)  $x^3+y^3$

3 不等式  $3|x+1| < x+5$ を解け。

4 不等式  $7x-7 \leq x-6 \leq 3x+a$ を満たす  $x$ の整数値が6個のとき、定数  $a$ の値の範囲を求めよ。

【解答欄】

(1)	
(2)	
(3)	(4)
(5)	
(6)	(7)

知	考	No.1 小計
/46点	/8点	/54点







説明が不十分な解答および字が不明瞭な解答に関しては、減点あるいは点を与えない

① 次の各問いに答えよ。ただし、解答欄には答えのみ書け。

- (1)  $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$  を展開せよ。
- (2)  $x^2+xy+x+3y-6$  を因数分解せよ。
- (3) 循環小数  $2.\dot{4}\dot{2}$  を分数で表せ。
- (4) 2重根号  $\sqrt{11-6\sqrt{2}}$  をはずせ。
- (5)  $-3 < x < 4$ ,  $2 < y < 3$  のとき、 $5x-3y$  のとりうる値の範囲を求めよ。
- (6)  $-\frac{7}{2} \leq a < 1$  のとき、 $|a-1|+|2a+7|$  の絶対値記号を外せ。
- (7) 偽の命題「 $a^2+b^2 \leq 1$  ならば  $a-b \leq 1$  である」の反例を1つ挙げよ。  
ただし、 $a, b$  は実数とする。

【解答欄】

(1)	$x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x + 24$	
(2)	$(x+3)(x+y-2)$	
(3)	$\frac{80}{33}$	(4) $3-\sqrt{2}$
(5)	$-24 < 5x-3y < 14$	
(6)	$-3a-6$	(7) $a = \frac{3}{5}, b = -\frac{3}{5}$

②  $x = \frac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}, y = \frac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$  のとき、次の式の値を求めよ。

(1)  $x^2+y^2$

(2)  $x^2+y^2$

$$x+y = \frac{2(\sqrt{7}+\sqrt{3})+2(\sqrt{7}-\sqrt{3})}{(\sqrt{7}-\sqrt{3})(\sqrt{7}+\sqrt{3})} = \frac{4\sqrt{7}}{4} = \sqrt{7}$$

$$x \cdot y = \frac{4}{(\sqrt{7}-\sqrt{3})(\sqrt{7}+\sqrt{3})} = \frac{4}{4} = 1$$

(1)  $x^2+y^2 = (x+y)^2 - 2xy = (\sqrt{7})^2 - 2 = 5$

(2)  $(x^3+y^3) = (x+y)(x^2-xy+y^2)$   
 $= \sqrt{7}(5-1) = 4\sqrt{7}$

③ 不等式  $3|x+1| < x+5$  を解け。

(i)  $x+1 \geq 0$   $x \geq -1$  のとき

$$3(x+1) < x+5$$

$$3x+3 < x+5$$

$$2x < 2$$

$$x < 1$$

$$x \geq -1 \text{ との共通範囲より } -1 \leq x < 1$$

(ii)  $x+1 < 0$   $x < -1$  のとき

$$3(-x-1) < x+5$$

$$-3x-3 < x+5$$

$$4x > -8$$

$$x > -2$$

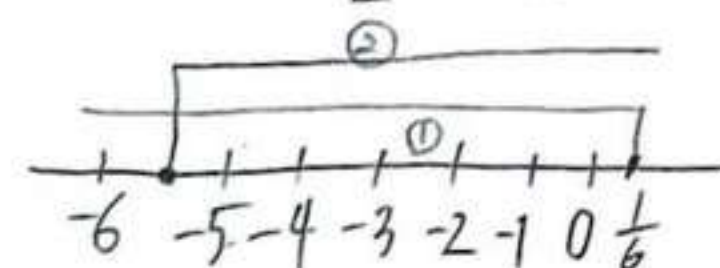
$$x < -1 \text{ との共通範囲より } -2 < x < -1$$

(i)(ii) より、  
 $-2 < x < 1$

④ 不等式  $7x-7 \leq x-6 \leq 3x+a$  を満たす  $x$  の整数値が6個のとき、定数  $a$  の値の範囲を求めよ。

$$\begin{cases} 7x-7 \leq x-6 \\ x-6 \leq 3x+a \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{1}{6} \dots \textcircled{1} \\ x \geq -\frac{a+6}{2} \dots \textcircled{2} \end{cases}$$



数直線より、条件を満たす  $a$  は、

$$-6 < -\frac{a+6}{2} \leq -5$$

$$10 \leq a+6 < 12$$

$$4 \leq a < 6$$

知	考	No.1 小計
/46点	/8点	/54点



5  $\sqrt{6}$  が無理数であることを用いて、 $\sqrt{3}-\sqrt{2}$  が無理数であることを証明せよ。

$\sqrt{3}-\sqrt{2}$  が有理数であると仮定し、 $\sqrt{3}-\sqrt{2}=r$  とおく

$$r^2 = 5 - 2\sqrt{6}$$

$$\sqrt{6} = \frac{5-r^2}{2}$$

$r$  は有理数  $\Rightarrow \frac{5-r^2}{2}$  も有理数

これは  $\sqrt{6}$  が無理数に矛盾する

$\therefore \sqrt{3}-\sqrt{2}$  は無理数

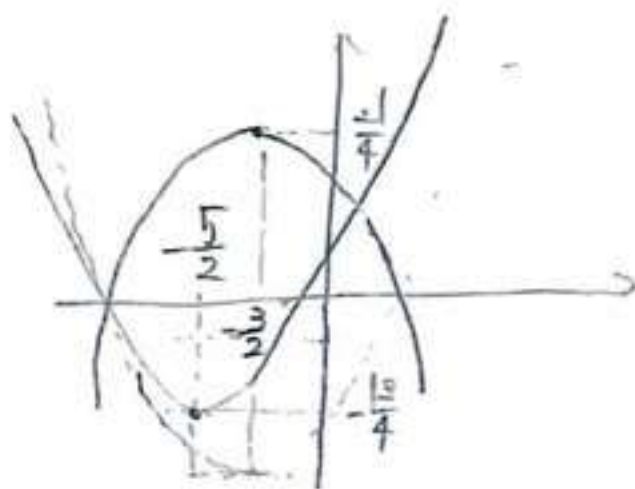
6 ある放物線を  $x$  軸方向に1、 $y$  軸方向に-2だけ平行移動した後、 $x$  軸に関して対称移動したところ、放物線  $y = -x^2 - 3x + 3$  となった。もとの放物線の方程式を求めよ。

$$y = -(x + \frac{3}{2})^2 + \frac{21}{4}$$

移動後の放物線は上に凸、軸  $x = -\frac{3}{2}$ 、頂点  $(-\frac{3}{2}, \frac{21}{4})$

$\therefore$  もとの放物線は頂点の対称移動、平行移動を考えると、下に凸、軸  $x = -\frac{5}{2}$ 、頂点  $(-\frac{5}{2}, -\frac{13}{4})$

$$\begin{aligned} \therefore y &= (x + \frac{5}{2})^2 - \frac{13}{4} \\ &= x^2 + 5x + 3 \end{aligned}$$



7 2次関数のグラフが3点(1, 5), (2, 1), (3, -7)を通るとき、その2次関数を求めよ。

$$y = ax^2 + bx + c \text{ とおく (a, b, c は実数)}$$

$$\begin{cases} a + b + c = 5 & \dots ① \\ 4a + 2b + c = 1 & \dots ② \\ 9a + 3b + c = -7 & \dots ③ \end{cases}$$

$$② - ① \text{ より } 3a + b = -4 \dots ④$$

$$③ - ① \text{ より } 8a + 2b = -12 \dots ⑤$$

$$⑤ - 2 \times ④ \text{ より } 2a = -4 \text{ より } a = -2$$

$$④ \text{ に代入して } b = 2, \text{ ① に代入して } c = 5$$

$$\therefore y = -2x^2 + 2x + 5$$

8 関数  $y = 3x^2 + 6x + c$  ( $-2 \leq x \leq 1$ ) の最大値が7であるとき、定数  $c$  の値を定めよ。また、そのときの最小値を求めよ。

$$y = 3(x+1)^2 + c - 3 \text{ より}$$

下に凸 軸  $x = -1$ 、頂点  $(-1, c+3)$  の放物線

図より、最大値は  $x = 1$  のとき

$\therefore$

$$3 + 6 + c = 7$$

$$c = -2$$

$\therefore$  このときの最小値は  $\boxed{-1}$  であり、

$$x = -1 \text{ のとき } \underline{-1}$$

9  $a$  を定数とし、2次関数  $y = 2x^2 - 4ax + 10a + 1$  ..... ① のグラフを  $G$  とするとき、次の各問に答えよ。

(1) 放物線  $G$  の頂点の座標を  $a$  を用いて表せ。

(2) 2次関数 ① の  $-1 \leq x \leq 3$  における最小値  $m$  を求めよ。

(3) (2) の最小値  $m$  について、 $m = 9$  となるとき  $a$  の値を求めよ。

$$(1) y = 2(x-a)^2 - 2a^2 + 10a + 1 \text{ より}$$

$$\text{頂点 } (a, -2a^2 + 10a + 1)$$

$$(2) (i) a < -1 \text{ のとき 最小値は } x = -1 \text{ のとき } m = 14a + 3$$

$$(ii) -1 \leq a \leq 3 \text{ のとき 最小値は } x = a \text{ のとき } m = -2a^2 + 10a + 1$$

$$(iii) 3 < a \text{ のとき 最小値は } x = 3 \text{ のとき } m = 19 - 2a$$

$$(3) (2) \text{ の } (i) \text{ のとき } 14a + 3 = 9$$

$$a = \frac{6}{14}$$

$a < -1$  に満たない不適

$$(2) \text{ の } (ii) \text{ のとき } -2a^2 + 10a + 1 = 9$$

$$2a^2 - 10a + 8 = 0$$

$$a^2 - 5a + 4 = 0$$

$$(a-4)(a-1) = 0 \quad a = 1, 4$$

$$-1 \leq a \leq 3 \text{ に満たない } a = 4$$

$$(2) \text{ の } (iii) \text{ のとき } 19 - 2a = 9$$

$$2a = 10$$

$$a = 5$$

$$3 < a \text{ に満たない } a = 5 \quad \therefore a = 1.5$$

知	考	No.2 小計
/20点	/26点	/46点